MATHEMATISCHE
UND
NATURWISSENSCHAFTLICHE
BERICHTE AUS UNGARN

MIT UNTERSTÜTZUNG
DER UNGARISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN UND DER
KÖNIGLICH UNGARISCHEN NATURWISSENSCHAFTLICHEN GESELLSCHAFT

HERAUSGEGEBEN VON

ROLAND BARON EÖTVÖS

REDIGIERT VON

JOSEF KÜRSCHÁK UND FRANZ SCHAFARZIK

MITGLIEDER DER UNGARISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

DREISSIGSTER BAND · 1912

MIT 23 TAFELN UND 1 KARTE

LEIPZIG
DRUCK UND VERLAG VON B. G. TEUBNER
1915

[IN WIEN BEI KARL GRAESER & KIE.]

306151

MAGYAR AKADÉMIA
KÖNYVTÁRA

ALLE RECHTE, EINSCHLIESSLICH DES ÜBERSETZUNGSRECHTS, VORBEHALTEN

INHALT DES XXX. BANDES.

Abhandlungen.

Seite

1. Z. de Geöcze, Recherches générales sur la quadrature des surfaces courbes. III. Mémoire 1
2. J. Tuzson, Grundzüge der entwicklungsgeschichtlichen Pflanzengeographie Ungarns. (Mit Karte) 30
3. G. Entz jun., Über die Flußkrebse Ungarns. (Mit 4 Tafeln) . . . 67
4. L. Ilosvay, Einige Verwendungen der hydroschwefeligen Säure bzw. des Zinkhydrosulfites. Das Molybdänblau. Blaues wolframhaltiges Produkt. Das Uranohydrosulfit 126
5. Á. v. Paál, Individuelle Abweichungen in physiologischen Reaktionen 152
6. K. Schilberszky, Ein neues Moos aus der Pleistozänperiode von Kecskemét (Ungarn). Hypnum Hollósianum. (Mit 5 Tafeln) . . 167
7. B. Mauritz, Über das Kankrinit von Ditró. (Mit 1 Tafel) . . . 178
8. B. Mauritz, Über die chemischen Verhältnisse des Syenitmassives von Ditró (Komitat Csik, Ungarn) 191
9. A. Richter, Phylogenetisch-taxonomische und physiologisch-anatomische Studien über Schizaea. (Mit 9 Tafeln) 218
10. St. Rybár, Über die experimentelle Bestimmung der absoluten Phasenänderungen des total reflektierten Lichtes. (Mit 4 Tafeln) 299
11. J. Nagy, Über arithmetische Eigenschaften algebraischer Funktionen 324
12. J. Nagy, Über eine neue Ableitung der hyperelliptischen Kurven zweiter Ordnung 341

H. Poincaré, Rapport sur le Prix Bolyai (1910) 343

M. T. AKADÉMIA KÖNYVTÁRA

1.

RECHERCHES GÉNERALES SUR LA QUADRATURE DES SURFACES COURBES.

Par ZOÁRD DE GEÖCZE.

Troisième Mémoire.

Dans ce mémoire je vais exposer une partie de la quadrature partielle de la partie de R qui corresponde à (ω) (voir XI) relativement le plan xy.

Je vais indiquer brièvement le résultat.

Soit $X_l\, Y_m$ une division de $(\xi_1, \xi_2; \eta_1, \eta_2)$.*

On sait de XI. Cor. I. que pour chaque rectangle $(x_i, x_{i+1}; y_j, y_{j+1})$ de $X_l Y_m$ on peut construire un domaine à quatre côtés $[x_i, x_{i+1}; y_j, y_{j+1}]$ qui est situé dans (ω), de manière que ces domaines (dont le nombre est $l \cdot m$) pris deux à deux n'ont pas aucun point commun et qu'ils sont équivalentes avec $[\xi_1, \xi_2; \eta_1, \eta_2]$.**

---

* La division $X_l Y_m$ était définie (voir: Quad. d. surf. courb. Chap. II) comme une division de $(0, a; 0, b)$. Pour définir $X_l Y_m$ comme une division d'un rectangle $(\alpha, \beta; \gamma, \delta)$ on ne doit que remplacer $0, a, 0, b$ par $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ respectivement. $X_l Y_m$ étant une division et $X_{l_r} Y_{m_r}$ étant une suite de divisions de $(\alpha, \beta; \gamma, \delta)$ on définit de la même manière la signification des notations $X_l Y_m[i, j]$, $X_{l_\infty} Y_{m_\infty}[i, j]$, $XY[i, j]$. On définit d'une manière analogue les divisions et les suites de divisions X_l, Y_m, X_{l_r}, Y_{m_r} des intervalles (α, β) respectivement (γ, δ) de l'axe des x respectivement de l'axe des y, et la signification des notations $X_l[i]$, $X_{l_\infty}[i]$, $X[i]$, $Y_m[j]$, $Y_{m_\infty}[j]$, $Y_m[j]$. On peut ailleurs écrire $\overset{(\alpha.\beta)}{X_l}$, $\overset{(\gamma,\delta)}{Y_m}$, $\overset{(\alpha,\beta;\gamma,\delta)}{X_l Y_m}$ pour exprimer que X_l, Y_m, $X_l Y_m$ sont des divisions de (α, β), (γ, δ), $(\alpha, \beta; \gamma, \delta)$ respectivement.

** Soient $[\xi_{(1)}, \xi_{(2)}; \eta_{(1)}, \eta_{(2)}]$ et $[\xi_{(3)}, \xi_{(4)}; \eta_{(3)}, \eta_{(4)}]$ deux domaines (ω). Soient L, M, N, O et L', M', N', O' des points arbitraires de $\overline{\xi}_{(1)}$, $\overline{\xi}_{(2)}$, $\overline{\eta}_{(1)}$, $\overline{\eta}_{(2)}$ et $\overline{\xi}_{(3)}$, $\overline{\xi}_{(4)}$, $\overline{\eta}_{(3)}$, $\overline{\eta}_{(4)}$ respectivement. — En fixant le sens du parcours des cercles de la même manière dans les deux domaines, nous

Désignons par $\bar{x}^+_{i,j}$ (par $\bar{x}_{i+1,j}$) le coté de ce $[x_i, x_{i+1}; y_j, y_{j+1}]$ qui est situé sur la projection orthogonale de la section $t = x_i$, (x_{i+1}) de $t = \varphi$ sur le plan uv. De même, désignons par $\bar{y}^+_{i,j}$, $(\bar{y}_{i,j+1})$ le côté de $[x_i, x_{i+1}; y_j, y_{j+1}]$ qui est situé sur la projection orthogonale de la section $t = y_j$, (y_{j+1}) de $t = \psi$ sur le plan uv.

Soit A un point limit commun de $\bar{x}^+_{i,j}$ et de $\bar{y}^+_{i,j}$ (voir X) et soient B, C, D des points analogues relativement $\bar{x}^+_{i,j}$ et $\bar{y}_{i,j+1}$, $\bar{y}_{i,j+1}$ et $\bar{x}_{i+1,j}$, $\bar{x}_{i+1,j}$ et $\bar{y}^+_{i,j}$.

Désignons par ϱ la figure qui est formée par la réunion de $\overline{A^0 B^0}$* et de la figure qui corresponde au dérivé de $\bar{x}^+_{i,j}$ sur R.

Cette figure est évidemment située dans le plan $x = x_i$, de plus elle est bornée, renfermons-la dans un cercle de son plan. Désignons par θ^1 la figure qui est formée par ϱ et par tous les points du plan $x = x_i$ qu'on ne peut joindre par des chaines situées dans le plan $x = x_i$, avec la circonférence du cercle sans couper ϱ.

Désignons aussi par θ^1 la mesure extérieure (dans le sens de M. JORDAN) de θ^1.

Soient θ^2, θ^3, θ^4 des figures respectivement des quantités analogues à θ^1 relativement $\bar{y}_{i,j+1}$ et $\overline{B_0 C_0}$, $\bar{x}_{i+1,j}$ et $\overline{C^0 D^0}$, $\bar{y}^+_{i,j}$ et $\overline{D^0 A^0}$.

Soit B_1^0 un tel point (de l'espace x, y, z) que $\overline{A^0 C^0}$ et $\overline{D^0 B_1^0}$ soient les diagonales d'un parallélogramme.

Lorsque $A + B + \Gamma < + \infty$ (voir XVI) on peut trouver une division $X_l Y_m$ ayant les propriétés suivantes:

1°. La longueur de la diagonale de chacun de ses rectangles est plus petite qu'un nombre positif donné à l'avance.

2°. Les figures qui correspondent aux dérivés des côtés des $[x_i, x_{i+1}; y_j, y_{j+1}]$ sur R sont des lignes courbes

---

disons qu'ils sont équivalentes lorsque l'ordre des L, M, N, O étant L, N, M, O (ou L, O, M, N) l'ordre des L', M', N', O', est L', N', M', O', (ou L', O', M', N').

* M étant un point du plan uv, nous désignons par M^0 le point qui corresponde à M sur R.

à longueur finie. Le point A^0 ne dépend pas de A (tant que A est un point limite commun de $\bar{x}_{i,j}^{+}$ et de $\bar{y}_{i,j}^{+}$), de même. B^0, C^0, D^0 ne dépendent pas de B, C, D.

3°. Soient ϱ_1, ϱ_2, ϱ_3 des nombres positifs donnés à l'avance. En désignant par $\lambda_{i,j}$ une valeur qui est égale à zéro ou à un, on aura

$$X_l Y_m (1 - \lambda_{i,j}) \cdot \alpha_{i,j} < \varrho_1, \quad \alpha_{i,j} = (x_{i+1} - x_i) \cdot (y_{j+1} - y_j),$$

$$X_l Y_m \lambda_{i,j} \cdot (\theta^1 + \theta^2 + \theta^3 + \theta^4) < \varrho_2,$$

$$X_l Y_m \lambda_{i,j} \cdot (A^0 B_1^0 B^0 + B^0 B_1^0 C_0) < \varrho_3.^*$$

Bien entendu la valeur de $\lambda_{i,j}$ un fois choisie reste toujours la même, et la valeur de $\lambda_{i,j}$ que nous devons choisir pour $\alpha_{i,j}$ (parmi les valeurs 0 et 1) dépend des circonstances que nous verrons plus loin.

Chapitre V.

Sur la figure $\bar{R}$.

XXVIIa). Considérons la figure $(\omega) + \mathrm{I}$ (voir XI).

En partant de cette figure et en faisant jouer avec ξ_1 et avec l'axe des x un certain rôle nous avons construit (voir XVII) une figure Q et nous avons désigné certains domaines ν. Nous avons construit la figure $t = \varphi^{(1)}$ (voir XVII). Pour les points de la frontière de ν qui sont situés dans (ω) on a $\varphi^{(1)} = \varphi = \text{const.} = C$, et on a pour les points de ν $\varphi^{(1)} = C$, (voir XVII). Nous avons désigné par ξ' la projection orthogonale de la section $t = \xi$ de $t = \varphi^{(1)}$ sur le plan uv. Nous avons défini (voir XIX) un ensemble (ξ_1) de mesure un** dans (ξ_1, ξ_2). Pour les points de (ξ_1), ξ' a certaines propriétés (voir XIX). Notamment pour les ξ' dont le ξ appartient à (ξ_1) nous avons défini (voir XXI) l'ensemble (H) des points H. Nous avons établi (voir XXI) un ordre dans cet ensemble en faisant jouer avec $\bar{\eta}_1$ un certain rôle.

---

* $A^0 B_1{}^0 B^0$ désigne l'aire du triangle dont les sommets sont A^0, $B_1{}^0$, B^0.

** Nous disons qu'un ensemble de (ξ_1, ξ_2) est de mesure un dans (ξ_1, ξ_2), lorsque sa mesure, dans le sens de M. Lebesgue, est égale à $\xi_2 - \xi_1$. J'appelais autrefois un tel ensemble comme ensemble de seconde catégorie de (ξ_1, ξ_2).

b) Nous avons défini (voir XXI) pour les points de (ξ_1) la fonction positive et semi-continue $H(\xi)$. Et nous avons (voir XXIV) demontré que lorsque $A + B < + \infty$

$$\int_{\xi_1}^{\xi_2} H(\xi)\, dx < + \infty,$$

et ainsi; il existe un ensemble (ξ_3) partie de (ξ_1) de mesure un dans (ξ_1, ξ_2), de manière que les valeurs de $H(\xi)$ sont finies pour les points de (ξ_3).

Dans ce que suit ξ désignera toujours un point de (ξ_3).

c) Nous avons défini (voir XXV et XXVI) les ensembles (H_0) et W et leur correspondance biunivoque. Nous avons défini les fonctions f et g, définies pour W, de manière que w étant la valeur de W qui corresponde au point H de (H_0)

$$f(\mathrm{w}) = \psi(H), \quad g(\mathrm{w}) = \chi(H).$$

De plus nous avons démontré que f et g sont uniformément continues sur W, et il existe ainsi des fonctions $f^{(1)}(\overline{w})$, $g^{(1)}(\overline{w})$, bornées, uniformes et continues dans (0, 1) de manière que

$$f^{(1)}(\mathrm{w}) = f(\mathrm{w}) = \psi(H), \quad g^{(1)}(\mathrm{w}) = g(\mathrm{w}) = \chi(H).$$

Soit H un point de (H) et soit w (w') la limite supérieure (inférieure) des valeurs de W qui correspondent aux points tels de (H_0) que $H >$ que ces points ($<$ que ce points). On sait que w et w' sont égales. Nous désignons par (w) l'ensemble des w, et H, H_{I}, H_{II}, H', ..., étant des points de (H) nous désignons par w, w_{I}, w_{II}, w', ..., les valeurs correspondantes de (w).

On conclut de XXVI que:

1°. (w) est partout dense dans (0, 1) et il ne contient pas les points 0 et 1.

2°. Lorsque $H_{\mathrm{I}} < H_{\mathrm{II}}$, $w_{\mathrm{I}} < w_{\mathrm{II}}$ et w_{I} est la limite supérieure (inférieure) des w tels que $H < H_{\mathrm{I}}$, $(H > H_{\mathrm{I}})$.

3°. On a

$$f^{(1)}(w) = \psi(H), \quad g^{(1)}(w) = \chi(H),$$

$$f^{(1)}(0) = \eta_1, \qquad f^{(1)}(1) = \eta_2.$$

4°. La figure qui corresponde au dérivé de ξ' sur R est située sur la ligne courbe

$$x = \xi, \quad y = f^{(1)}(\bar{w}), \quad z = g^{(1)}(\bar{w}),$$

et la longueur de cette ligne courbe est la quantité finie $H(\xi)$.

5°. Ayant $H_I < H_{II}$ désignons par $\widehat{H_I H_{II}}$ (ou par $\widehat{H_{II} H_I}$) l'ensemble des H tels que

$$H_I < H < H_{II}.$$

La figure qui corresponde au dérivé de $\widehat{H_I H_{II}}$ sur R est située sur la ligne courbe

$$x = \xi, \quad y = f^{(1)}(\bar{w}), \quad z = g^{(1)}(\bar{w}), \quad w_I \leqq \bar{w} \leqq w_{II}.$$

Nous avons résumé sous a) b) c) les résultats des N^{os} XVI—XXVI.

XXVI. Nous les avons obtenu en partant de $(\omega) + I$ φ, ψ, χ, et en faisant jouer avec $\bar{\xi}_1$, $\bar{\xi}_2$, $\bar{\eta}_1$, $\bar{\eta}_2$ et avec l'axe des x et avec $t = \varphi$ un certain rôle. Ce rôle determinait celui des autres êtres, (un tel être est par exemple $t = \chi$).

Partons de nouveau de $(\omega) + I$, φ, ψ, χ, et faisons jouer avec $\bar{\eta}_1$, $\bar{\eta}_2$, $\bar{\xi}_1$, $\bar{\xi}_2$ avec l'axe des y et avec $t = \psi$ le rôle analogue que celui était de ξ_1, ξ_2, η_1, η_2, l'axe des x et de $t = \varphi$ respectivement. $t = \varphi$ aura le rôle analogue à celui qui était le rôle de $t = \psi$, le rôle de χ sera le même.

Soient

$$U, \ \mu, \ t = \psi^{(1)}, \ \eta, \ \eta', \ (\eta_1), \ (M), \ M$$

les analogues des

$$Q, \ \nu, \ t = \varphi^{(1)}, \ \xi, \ \xi', \ (\xi_1), \ (H), \ H$$

respectivement, (voir a)). Nous remarquons encore — quoique cela est déjà implicitement indiqué — que pour établir un ordre dans l'ensemble (M) nous devons faire jouer avec $\bar{\xi}_1$ le rôle analogue que celui était de $\bar{\eta}_1$ lorsque nous avons établi l'ordre dans (H) (voir a)). Soit $M(\eta)$ l'analogue de $H(\xi)$, (voir b)). Au lieu de B (voir b)) on doit prendre Γ (voir XVII). Nous supposons que $B + \Gamma < +\infty$.

Dans ce cas

$$\int_{\eta_1}^{\eta_2} M(\eta) dy < +\infty,$$

et la fonction $M(\eta)$, (qui est positive et semi-continue) a des valeurs finies pour un certain ensemble (η_3), ((η_3) est l'analogue de (ξ_3)) qui est de mesure un dans (η_1, η_2); (voir b)).

Dans ce que suit η désignera un point de (η_3).

Soient v, (v), $\bar{v}$ les analogues des w (w), $\overline{w}$, (voir c)).

Soit

$$x = k(\bar{v}), \quad y = \eta, \quad z = l(\bar{v}), \quad 0 \leqq \bar{v} \leqq 1$$

le système d'équations qui est analogue au systeme

$$x = \xi, \quad y = f^{(1)}(\overline{\omega}), \quad z = g^{(1)}(\overline{\omega})$$

(voir c)).

On a des relations analogues à celles de 1°—5° de c). Dans ce que suit nous changeons $f^{(1)}$, $g^{(1)}$ en f, g, respectivement.

XXVIII. Le point uv variant dans $(\omega) + I$ nous désignons par $\overline{R}$ la figure qui est définie par les équations

$$x = \varphi^{(1)}(u, v), \quad y = \psi^{(1)}(u, v), \quad z = \chi(u, v).$$

Soient $\bar{A}$, $\overline{B}$, $\overline{\Gamma}$ les analogues des A, B, Γ pour $\overline{R}$. On démontre comme dans XX dans un cas analogue, que même dans le cas où A, B, Γ ne sont formées que pour la partie de R qui corresponde à $(\omega) + I$

$$\bar{A} \leqq A, \quad \overline{B} \leqq B, \quad \overline{\Gamma} \leqq \Gamma.$$

Nous avons défini en supposant que $A + B < +\infty$ à l'aide de la figure (le point uv varie dans $(\omega) + I$)

$$x = \varphi^{(1)}, \quad y = \psi, \quad z = \chi$$

les êtres

$$(\xi_3), \ H(\xi), \ (H_0), \ W, \ (w), \ f(\overline{w}), \ g(\overline{w}).$$

On a par hypothèse $\bar{A} + \overline{B} < +\infty$, nous définissons à l'aide de la figure

$$x = \varphi^{(1)}, \quad y = \psi^{(1)}, \quad z = \chi$$

d'une manière analogue des êtres analogues

$$(\bar{\xi}_3), \ \overline{H}(\xi), \ (\overline{H}_0), \ \overline{W}, \ (\overline{w}), \quad y = \bar{f}(\overline{w}), \quad z = \bar{g}(\overline{w}).$$

Nous désignons dans tout ce que suit par (ξ_3) l'ensemble qui est la partie commune de (ξ_3) et de $(\bar{\xi}_3)$, cet ensemble est évidemment de mesure un dans (ξ_1, ξ_2).

ξ étant un point de (ξ_3), on peut évidemment choisir $(\overline{H}_0)$ et $\overline{W}$ de manière qu'ils soient identiques avec (H_0) et W respectivement, de plus nous pouvons établir la correspondance entre (H_0) et W dans le cas de $\overline{R}$ de la même manière qui est établi dans XXVIc). Ainsi (w) et $(\overline{w})$ seront aussi identiques, de même la correspondance entre (w) et (H) dans le cas de $\overline{R}$ sera identique avec la correspondance entre (w) et (H) dans le cas de R.

On aura donc $\bar{g} \equiv g$, car $\bar{g}$ et g ne dépendent que de ξ, (H_0), W et de χ.

Je dis que les points $\overline{w}$ de (0, 1) qui ne satisfont pas nécessairement à l'égalité

$$\bar{f}(\overline{w}) = f(\overline{w})$$

sont situés à l'intérieur de certains intervalles $(\overline{w}', \overline{w}'')$ de (0, 1) ces intervalles étant tels que

$$\bar{f}(\overline{w}) = f(\overline{w}') = f(\overline{w}''), \qquad (\overline{w}' \leqq \overline{w} \leqq \overline{w}'').$$

Démonstration. a) Envisageons la définition de $\bar{f}$. H étant un point de (H_0) et w étant le point de W qui corresponde à H nous devons poser

$$\bar{f}(\mathrm{w}) = \psi^{(1)}(H)$$

et $\overline{w}$ étant un point de (0, 1) $\lim_{\mathrm{w} = \overline{w}} \bar{f}(\mathrm{w})$ existe et sa valeur est $\bar{f}(\overline{w})$ et $\bar{f}(\overline{w})$ est une fonction continue.

Le point H est ou un point de U (voir XXVII) ou il est un point d'un μ (voir XXVII).

Lorsque H est un point de U on a (voir XXVII)

$$\bar{f}(\mathrm{w}) = \psi^{(1)}(H) = \psi(H) = f(\mathrm{w}).$$

Soit H un point d'un μ. On sait (voir XXVII et XVII) que dans μ et sur la partie de la frontière de μ qui est situé dans (ω) la valeur de $\psi^{(1)}$ est constante. Nous désignons cette constante par C.

On a de plus (voir XVII) pour les points de la frontière de μ qui sont compris dans (ω)

$$\psi^{(1)} = \psi = C.$$

Les valeurs de $\psi^{(1)}$ sont comprises (voir XVII) entre η_1 et η_2. On a donc

$$\eta_1 \leqq C \leqq \eta_2.$$

On conclut de XVII que lorsque μ a un point limit commun avec $\overline{\eta}_1$, (η_2), (ce point est nécessairement un point de la frontière de μ) on a

$$C = \eta_1, \ (\eta_2).$$

b) Dans (H_0) il existe des points qui sont $< H$ et il existe des points qui sont $> H$ (voir XXV). Nous désignons les premiers par H_{I} et les seconds par H_{II}, et nous désignons par w_{I} et w_{II} les valeurs correspondantes à H_{I} et à H_{II} dans W.

Soit $\overline{\mu}$ la derivée de μ, $\overline{\mu}$ est donc formée par μ et par la frontière de μ.

Il peut arriver qu'il existe des H_{I} tels que $\widehat{H_{\text{I}}H}$ est situé dans $\overline{\mu}$. Soit $\overline{w}'$ la limite inférieure des w_{I} qui appartiennent à ces H_{I}. Lorsqu'il n'existe pas aucun $\widehat{H_{\text{I}}H}$ qui serait situé dans $\overline{\mu}$, soit $\overline{w}' = \text{w}$ (w étant la valeur de W qui corresponde à H).

Il peut de même arriver qu'il existe des H_{II} tels que $\widehat{HH_{\text{II}}}$ est situé dans $\overline{\mu}$. Soit $\overline{w}''$ la limite supérieure de ces w_{II}. Lorsqu'il n'existe aucun $\widehat{HH_{\text{II}}}$ qui serait situé dans $\overline{\mu}$ soit $\overline{w}'' = \text{w}$.

On a évidemment

$$0 \leqq \overline{w}' \leqq \text{w} \leqq \overline{w}'' \leqq 1.$$

Le théorème est évidemment vrai lorsque $\overline{w}' = \text{w} = \overline{w}''$. Nous supposons donc $\overline{w}'' - \overline{w}' > 0$. On a dans $(\overline{w}', \overline{w}'')$ $\bar{f} = C$.*

Je dis que $\overline{w}'' - \overline{w}' < 1$. Car on a

$$\bar{f}(0) = \eta_1, \quad \bar{f}(1) = \overline{\eta}_1 \quad \text{et dans } (\overline{w}', \overline{w}'') \quad \bar{f} = C$$

et $\bar{f}$ est continue.

Nous n'avons donc à montrer que

$$f(\overline{w}') = f(\overline{w}'') = C.$$

Nous allons montrer que

$$f(\overline{w}') = C.$$

c) On a $0 \leqq \overline{w}' < 1$. Soit d'abord $\overline{w}' = 0$. Ayant $\bar{f}(0) = \eta_1$ on a d'après a) $C = \eta_1$ et comme $f(0) = \eta_1$ on a dans ce cas

$$f(\overline{w}') = C.$$

---

* Car pour les points de (H_0) compris dans $\overline{\mu}$, $\psi_1(H) = \bar{f}(\text{w}) = C$ et $\bar{f}$ est uniformément continue (voir a)).

Soit maintenant $\overline{w}' > 0$.

Soient $\overline{w}_{(2)}$ et $w_{(2)}$ des valeurs de W tels que

$$w_{(1)} < \overline{w}' \leqq w_{(2)} \leqq w.$$

Soient $H_{(1)}$ et $H_{(2)}$ les points qui correspondent dans (H_0) à $w_{(1)}$ respectivement à $w_{(2)}$.

D'après b) $\overset{\frown}{H_{(1)}H_{(2)}}$ et la frontière de μ ont au moins un point limit A commun.

Soit (voir XXV) $H_1, \ldots H_r, \ldots$ une suite de points de (H_0) choisie de manière que

$$\lim_{r=\infty} \overline{H_r A} = 0.$$

Je dis que

$$\lim \psi^{(1)}(H_r) = \lim \psi(H_r) = C, \quad r = \infty, \quad (a).$$

A est ou un point de (ω) ou il est situé sur la frontière de (ω). Lorsque A est un point de (ω) les fonctions $\psi^{(1)}$ et ψ étant continues dans (ω) on a

$$\lim \psi^{(1)}(H_r) = \psi^{(1)}(A), \quad \lim \psi(H_r) = \psi(A) \quad (r = \infty),$$

et comme A est situé dans (ω) et sur la frontière de μ

$$\psi^{(1)}(A) = \psi(A) = C,$$

donc dans ce cas (a) est démontré.

Lorsque A est un point de la frontière de (ω) il sera un point limit de $\overline{\eta}_1$ ou de $\overline{\eta}_2$.*

On a donc après XVII

$$\lim \psi^{(1)}(H_r) = \eta_1, (\eta_2) \quad (r = \infty),$$

et comme ψ est partout continue

$$\lim_{r=\infty} \psi(H_r) = \psi(A) = \eta_1, (\eta_2).$$

De plus, la valeur de C est égale à $\eta_1, (\eta_2)$ car $\overline{\mu}$ et $\overline{\eta}_1, (\overline{\eta}_2)$ ont un point limit A commun (voir a)). Donc (a) est démontré

---

* Car la frontière de (ω) est formée par les dérivés des $\overline{\xi}_1, \overline{\xi}_2, \overline{\eta}_1, \overline{\eta}_2$. $\overset{\frown}{H_{(1)}H_{(2)}}$ est situé sur ξ' et ξ' est séparé de $\overline{\xi}_1$ et de $\overline{\xi}_2$. Donc A ne peut être qu'un point limit du dérivé de $\overline{\eta}_1 + \overline{\eta}_2$, mais $\overline{\eta}_1$ et $\overline{\eta}_2$ sont séparés, donc A sera un point limit de $\overline{\eta}_1$ ou de $\overline{\eta}_2$.

aussi dans ce cas. Soit $w_{(r)}$ la valeur qui corresponde à H_r dans W. On a (voir XXVI, XXVII)

$$\bar{f}(w_r) = \psi^{(1)}(H_r), \quad f(w_r) = \psi(H_r)$$

donc après (a)

$$\lim \bar{f}(w_r) = \lim f(w_r) = C, \quad (r = \infty).$$

Nous pouvons évidemment choisir les points H_r sur $\overset{\frown}{H_{(1)}H_{(2)}}$. Dans ce cas w_r sera compris dans $(w_{(1)}, w_{(2)})$. Soit $\overline{w}_0$ un point limit des w_r. $\overline{w}_0$ est donc un point de $(w_{(1)}, w_{(2)})$.

On a donc

$$\lim \bar{f}(w_r) = \lim f(w_r) = C, \quad w_r = \overline{w}_0.$$

En considérant que $\bar{f}$ et f sont continues, on aura

$$\bar{f}(\overline{w}_0) = f(\overline{w}_0) = C.$$

En considérant que $w_{(1)} - w_{(2)}$ est aussi petite que l'on veut, que $\overline{w}_0$ et $\overline{w}'$ sont compris dans $(w_{(1)}, w_{(2)})$, et que $\bar{f}(\overline{w})$ et $f(\overline{w})$ sont continues on a

$$\bar{f}(\overline{w}') = f(\overline{w}') = C.$$

On démontre d'une manière analogue que

$$\bar{f}(\overline{w}'') = f(\overline{w}'') = C.$$

Corollaire. On a $\overline{H}(\xi) \leqq H(\xi)$.

Lorsqu'il n'existe pas aucun $(\overline{w}', \overline{w}'')$ tel que $\overline{w}'' - \overline{w}' > 0$ les deux lignes courbes dont les longueurs sont $\overline{H}(\xi)$ et $H(\xi)$ sont identiques, donc dans ce cas $\overline{H}(\xi) = H(\xi)$.

Lorsqu'il existe de tels $(\overline{w}', \overline{w}'')$ on sait que leur ensemble est au plus dénombrable. Soient $(\overline{w}_j', \overline{w}_j'')$, $j = 1, 2, \ldots$, ces $(\overline{w}', \overline{w}'')$. On peut évidemment former une suite de divisions X_{i_r} de $(0, 1)$, de manière que la division X_{i_r} contienne $(\overline{w}_j', \overline{w}_j'')$, $j \leqq r$, mais qu'elle ne contienne pas aucun point intérieur des $(\overline{w}_j', \overline{w}_j'')$ $j > r$.

Donc x_i et x_{i+1} sont ou points d'un $(\overline{w}_j', \overline{w}_j'')$ ou aucun d'eux n'est pas situé dans l'intérieur des $(\overline{w}_j', \overline{w}_j'')$.

Dans le premier cas

$$\bar{f}(x_i) = \bar{f}(x_{i+1})$$

dans le second

$$\bar{f}(x_i) = f(x_i), \quad \bar{f}(x_{i+1}) = f(x_{i+1}).$$

On a donc pour chaque (x_i, x_{i+1})

$$|\bar{f}(x_{i+1}) - \bar{f}(x_i)| \leqq |f(x_{i+1}) - f(x_i)|$$

et ainsi

$$[(\bar{f}(x_{i+1}) - \bar{f}(x_i))^2 + (g(x_{i+1}) - g(x_i))^2]^{\frac{1}{2}}$$

$$\leqq [(f(x_{i+1}) - f(x_i))^2 + (g(x_{i+1}) - g(x_i))^2]^{\frac{1}{2}}.$$

Donc

$$X_{i_r}[(\bar{f}(x_{i+1}) - \bar{f}(x_i))^2 + (g(x_{i+1}) - g(x_i))^2]^{\frac{1}{2}}$$

$$\leqq X_{i_r}[(f(x_{i+1}) - f(x_i))^2 + (g(x_{i+1}) - g(x_i))^2]^{\frac{1}{2}}$$

et pour $r = \infty$

$$\overline{H}(\xi) \leqq H(\xi).$$

Soient encore $\bar{k}(v)$ et $\bar{l}(v)$ les fonctions qui sont les mêmes pour k et l que l'étaient $\bar{f}$ et $\bar{g}$ pour f et g. On a $\bar{l} \equiv l$ de la même cause que $\bar{g} \equiv g$.

Chapitre VI

Sur la fonction semicontinue.*

XXIX. Nous désignons par (α, β) un intervalle d'une variable x et nous désignons par Q un ensemble de mesure un de (α, β) nous supposons que les points α et β n'appartiennent pas à Q. Soit $\psi(x)$ une fonction définie pour les points de Q, de plus soit ψ non négative semicontinue et telle que

$$\int_{\alpha}^{\beta} \psi(x)\, dx < +\infty.$$

Théorème I. On peut trouver une suite de divisions X_{i_r} de (α, β) de manière que:

1°. Les points diviseurs de chacune de ses divisions (excepté les points α et β) sont points de Q.

---

* Les démonstrations des théorèmes de ce Chapitre sont parues dans le travail „Sur la fonction semicontinue". Bulletin de la Société mathématique de France. T. XXXIX. 1911.

2°.

$$\tfrac{1}{2} \cdot X_{l_\infty}(\psi(x_i) + \psi(x_{i+1})) \cdot (x_{i+1} - x_i)$$

$$= \tfrac{1}{2} \cdot X_{l_\infty} \psi(x_i) \cdot (x_{i+1} - x_{i-1}) = \int_\alpha^\beta \psi(x)\, dx$$

en remarquant qu'on doit prendre

$$x_{-1} = \alpha, \quad x_{l_r+1} = \beta, \quad \psi(\alpha) = \psi(\beta) = 0.$$

Nous disons que la suite X_{l_r} est normale à ψ.

De plus la suite X_{l_r} peut avoir un quotient fini $\geqq \frac{1}{7}$.*

Théorème II. Soient ψ_i, $i = 1, \ldots n$, des fonctions définies sur Q non négatives semicontinues et telles que

$$\int_\alpha^\beta \psi_i(x)\, dx < +\infty \quad i = 1, \ldots n,$$

le nombre n étant bien entendu un nombre fini.

La fonction

$$\Psi = \psi_1 + \cdots + \psi_i + \cdots \psi_n$$

est donc définie sur Q, elle est non négative, semicontinue et telle que

$$\int_\alpha^\beta \Psi(x)\, dx < +\infty.**$$

Soit X_{l_r} une suite normale à Ψ. La suite X_{l_r} sera aussi normale à chacune des ψ_i.

Théorème III. Soit (γ, δ) un intervalle de la variable y et soit Q_1 un ensemble de mesure un de (γ, δ) et qui ne con-

---

* Nous disons qu'une suite de divisions X_{l_r} a un quotient fini $\geqq u$, lorsque $u > 0$ et

$$\frac{x_{i+1} - x_i}{x_{j+1} - x_j} \geqq u, \quad (i, j = 0, 1, \ldots l_r - 1, \; r = 1, 2, \ldots).$$

On a nécessairement $u \leqq 1$.

** On a

$$\int_\alpha^\beta \Psi(x)\, dx = \sum_1^n i \int_\alpha^\beta \psi_i(x)\, dx.$$

tient pas les points γ et δ. Soit $\varrho(y)$ une fonction définie sur Q_1, de plus soit elle non négative, semicontinue et telle que

$$\int_{\gamma}^{\delta} \varrho(y)\, dy < +\infty.$$

On peut trouver des suites de divisions X_{l_r} de (α, β) et Y_{m_r} de (γ, δ) telles que la suite X_{l_r} est normale à $\psi(x)$, Y_{m_r} à $\varrho(y)$ et qu'elles sont semblables.*

Théorème IV. Supposons que pour chaque x' de Q et pour chaque $\theta > 0$ il existe un intervalle $(x' - \varepsilon, x' + \eta)$ $(\varepsilon > 0, \eta > 0)$ et une fonction $h_{x',\theta}(x)$ non négative, définie pour les points de Q situés dans $(x' - \varepsilon, x' + \eta)$, de manière que

$$\psi(x) \geqq h_{x',\theta}(x) \geqq 0, \quad \psi(x') - h_{x',\theta} \leqq \theta.**$$

Nous disons que la fonction $h_{x',\theta}(x)$ est une fonction génératrice de la fonction d'approximation d'ordre θ de $\psi(x)$ — nous allons définir toute de suite la fonction d'approximation —, nous disons que x' est son origine et que $(x' - \varepsilon, x' + \eta)$ est son intervalle.

Nous considérons $(x' - \varepsilon, x' + \eta)$ aussi comme intervalle de $h_{x',\theta}(x)$ en supposant que $\varepsilon \geqq \varepsilon' \geqq 0$, $\eta \geqq \eta' \geqq 0$, $\varepsilon' + \eta' > 0$.

---

* Nous disons que les divisions X_l de (α, β) et Y_m de (γ, δ) sont semblables lorsque $l = m$ et

$$\frac{Y_{i+1} - Y_i}{X_{i+1} - X_i} = \frac{\delta - \gamma}{\beta - \alpha}, \quad (i = 0, \ldots l - 1).$$

Les suites de divisions X_{l_r} et Y_{m_r} sont dites semblables, lorsque les divisions X_{l_r} et Y_{m_r} $(r = 1, 2, \ldots)$ les sont.

** Il existe de tels $h_{x',\theta}(x)$ et $(x' - \varepsilon, x' + \eta)$. Car après la définition de la fonction semicontinue il existe un $(x' - \varepsilon, x' + \eta)$ de manière que pour les x de Q compris dans $(x' - \varepsilon, x' + \eta)$

$$\psi(x') - \psi(x) < \frac{\theta}{2}.$$

Donc (pour les x de Q situés dans $(x' - \varepsilon, x' + \eta)$) on peut prendre lorsque $\psi(x) > \frac{\theta}{2}$

$$h_{x',\theta}(x) = \psi(x) - \frac{\theta}{2}$$

et lorsque $\psi(x) \leqq \frac{\theta}{2}$, on peut prendre $h_{x',\theta}(x) = 0$.

Notamment on peut toujours supposer que les points $x' - \varepsilon$, $x' + \eta$ sont points de Q. Dans tout ce que suit nous ne considérons que de tels intervalles des fonctions génératrices.

Soit X_n une division dont les points sont points de Q (excepté α et β). Soit $\theta > 0$ donné à l'avance.

Pour un (x_i, x_{i+1}) de X_n deux cas peuvent se présenter.

1°. Il existe un x' point de (x_i, x_{i+1}), de manière que (x_i, x_{i+1}) est l'intervalle de $h_{x',\theta}(x)$ et nous tenous compte de cette circonstance.

2°. Un tel x' n'existe pas, ou même lorsqu'il existe nous en faisons abstraction. Nous posons pour les points de Q qui sont points des (x_i, x_{i+1}) ayant la propriété 1°

$$h_\theta(x) = h_{x',\theta}(x).$$

Nous posons pour les points de Q qui sont dans l'intérieur des (x_i, x_{i+1}) ayant la proprieté 2°

$$h_\theta(x) = 0.$$

La fonction $h_\theta(x)$ est donc définie pour Q, elle est uniforme, non négative et telle que

$$\psi(x) \geqq h_\theta(x).$$

Nous disons que $h_\theta(x)$ est une fonction d'approximation d'ordre θ de $\psi(x)$, et que X_n est sa division, (la division qui la détermine dans un certain sens).

Nous disons que les intervalles de X_n qui montrent la propriété 1° sont les intervalles de première espèce de X_n, les intervalles de X_n qui montrent la proprieté 2° sont les intervalles de seconde espèce de X_n.

Nous disons que h_θ est effectivement définie dans les intervalles de première espèce.

Soient 0, ε_1, ε_2 des nombres positifs donnés à l'avance et soit X_m une division dont les points (excepté α et β) sont points de Q.

On peut construire une X_n qui contient X_m de manière que X_n est la division de $h_\theta(x)$ et que

a) (x_0, x_1), (x_2, x_3), ... (x_{2s}, x_{2s+1}), ... (x_{n-1}, x_n) sont des intervalles de seconde espèce de X_n, (x_1, x_2), (x_3, x_5), ... (x_{2s+1}, x_{2s+2}), ... (x_{n-2}, x_{n-1}) sont des intervalles de première espèce de X_n.*

b) La somme des longueurs des intervalles de seconde espèce de X_n est plus petite que ε_1.

c)

$$\int_{\alpha}^{\beta} [\psi(x) - h_\theta(x)]dx < \varepsilon_2.$$

Théorème V. Soit X_{l_r} une suite normale à $\psi(x)$. Soient $\varkappa$, δ, λ des nombres positifs donnés à l'avance.

On peut choisir une constante K qui est arbitraire au delà d'une certaine limite qui ne dépende que de $\varkappa$ (ψ est fixe), et choisir une fonction d'approximation $h(x)$,** (qui a une certaine division) de manière que dès que r dépasse une certaine limite (qui dépende de la suite)

1°. Pour les points x_i de la r-ième division qui ne satisfont pas à

$$\psi(x_i) \leqq K$$

la somme des

$$\psi(x_i) \cdot (x_{i+1} - x_{i-1})$$

est $\leqq \varkappa$.

2°. Pour les points x_i (de la r-ième division) pour lesquels

$$\psi(x_i) \leqq K$$

mais pour lesquels $h(x)$ n'est pas effectivement définie, ou lorsqu'elle l'est mais

$$\psi(x_i) - h(x_i) \geqq \delta$$

la somme des $K \cdot (x_{i+1} - x_{i-1})$ est plus petite que λ.

3°. On peut choisir la division de la fonction d'approximation de manière que ces points soient points d'un

---

* Les points x_i, $i = 1, \ldots n-1$, sont bien entendu points de Q. n est un nombre impair.

** L'ordre θ de $h(x)$ dépende de δ, mais n'intervient pas dans le théorème.

X_{l_r} et que ses intervalles soient comme dans a) du théorème IV, alternativement de seconde et de première espèce.

Corollaire. $(\alpha, \beta; \gamma, \bar{\delta})$ étant un rectangle du plan xy et Y_{m_r} une suite quelconque de divisions de $(\gamma, \bar{\delta})$ en prenant $K > \bar{\delta} - \gamma$, la somme des aires des rectangles de la r-ième division de la suite $X_{l_r} Y_{m_r}$ qui satisfont aux conditions

$$\psi(x_i) \leqq K, \quad \psi(x_{i+1}) \leqq K$$
$$\psi(x_i) - h(x_i) < \delta, \quad \psi(x_{i+1}) - h(x_{i+1}) < \delta$$

sera pour les r assez grands plus grand que

$$(\beta - \alpha)(\gamma - \bar{\delta}) - \varkappa - \lambda.*$$

Chapitre VII.

Les fonctions $G(\xi)$, $H^+(\xi)$, $M^+(\xi)$. Fonctions génératrices.

XXX. Soit ξ un point de (ξ_1) (voir XIX) et considérons l'ensemble (H) de ξ' (voir XXI).

Soit $H_{(1)}, H_{(2)}, \ldots H_{(p)}, \ldots$, un ensemble dénombrable des points (H) écrit en une suite simplement infinie. Soient

$$H_1 < H_2 < \cdots < H_p < \cdots < H_q$$

ses q premiers éléments. Désignons par H_p' la projection orthogonale de H_p^0 sur le plan xz. On a évidemment

$$\sum_1^{q-1} \overline{H_p' H_{p+1}'} \leqq \sum_1^{q} \overline{H_p' H_{p+1}'},$$

---

* Les démonstrations des théorèmes V et VI et ces théorèmes mêmes ne sont pas publiées dans le travail cité au début de ce Chapitre. Dans ce travail la définition de la fonction d'approximation est différente de celle du texte. La cause en est la suivante: l'idée de la fonction d'approximation a une origine géométrique — la fonction d'approximation de $H(\xi)$ est par exemple la longueur d'une ligne polygonale, qui est inscrite dans la ligne courbe qui corresponde au dérivé de ξ' sur R et dont la longueur tend vers $H(\xi)$. Au temps où le travail cité était écrit je ne connaissais pas encore les $H(\xi)$, mes connaissances étaient bornées à la surface $z = f(x, y)$, pour cette surface la définition analytique de la fonction d'approximation donnée dans le travail cité était suffisante. Mais on trouve par un changement léger des démonstrations du théorème XVII du travail cité les démonstrations des théorèmes V et VI du texte.

donc

$$\lim \sum_{1}^{q-1} \overline{H'_p H'_{p+1}} \qquad (q = \infty)$$

est déterminée.

Soit $G(\xi)$ la limite supérieure de tous ces limites possibles.* La fonction $G(\xi)$ est donc définie pour (ξ_1). On démontre comme pour $H(\xi)$ dans XXI qu'elle est semicontinue. On a de plus

$$G(\xi) \leqq H(\xi).$$

Car on a

$$\overline{H'_p H'_{p+1}} \leqq \overline{H^0_p H^0_{p+1}},$$

donc

$$\sum_{1}^{q-1} \overline{H'_p H'_{p+1}} \leq \sum_{1}^{q-1} \overline{H^0_p H^0_{p+1}},$$

mais $G(\xi)$ et $H(\xi)$ sont les limites supérieures de toutes les valeurs possibles des deux membres de la dernière inégalité, donc

$$G(\xi) \leqq H(\xi).^{**}$$

XXXI. La fonction $H^+(\xi)$,

Considérons $(\omega) \equiv [\xi_1, \xi_2; \eta_1, \eta_2]$, soit ξ une valeur de (ξ_1), (voir XIX). Considérons le domaine $\omega^{(2)}$, (voir XVIII d)). Ce domaine est simple. Considérons les points qui sont en connexion avec lui et qui sont situés dans (ω). Ces points sont points de ξ', (voir XVIII d)). Nous désignons ces points par H^+ et nous désignons par (H^+) leur ensemble.

Nous pouvons établir dans l'ensemble (H^+) un ordre de la manière suivante. Soient H_1^+ et H_2^+ des éléments de (H^+). Soit K une chaîne simple qui dans $\omega^{(2)}$ joigne H_1^+ avec un point de

---

* Soient $H_1 < H_2 < \cdots H_p < \cdots < H_q$ des points quelconques de (H) en nombre limité. $G(\xi)$ est évidemment la limite supérieure de tous les

$$\sum_{1}^{q-1} \overline{H'_p H'_{p+1}}.$$

De plus on peut démontrer que pour les points de (ξ_2), $G(\xi)$ est la fonction $G(\xi)$ de XXII. On a de plus g étant la fonction de XXVII c)

$$G(\xi) = \overset{(0,1)}{X} | g(x_{i+1}) - g(x_i) |$$

** On a d'ailleurs $G(\xi) < H(\xi)$.

$\overline{\eta}_1$.* Par K $\omega^{(2)}$ sera décomposé en deux domaines dont l'un sera tel que les points de $\overline{\xi}_2$ seront en connexion avec lui, (voir X). L'ordre sera H_1^+, H_2^+ si H_2^+ est en connexion avec ce domaine, l'ordre sera H_2^+, H_1^+ dans le cas contraire.

On prouve facilement que l'ordre de H_1^+ et de H_2^+ ne dépend que de ces points.

L'ordre étant H_1^+, H_2^+ nous écrivons $H_1^+ < H_2^+$, $(H_2^+ > H_1^+)$.

Soit $H_{(1)}^+, H_{(2)}^+, \ldots H_{(p)}^+$, un ensemble dénombrable des points de (H^+) rangé en une suite simplement infinie. Soient

$$H_1^+ < H_2^+ < \cdots < H_p^+ < \cdots < H_q^+$$

les q premiers éléments de la suite. La limite de

$$\sum_1^{q-1} \overline{H_p^0 H_{p+1}^0} \qquad (\text{pour } q = \infty)$$

est déterminée, car la somme ne décroît pas lorsque q croît. Soit $H^+(\xi)$ la limite supérieure de ces limites.

On démontre comme pour $H(\xi)$ (voir XXI) que $H^+(\xi)$ est une fonction semicontinue sur l'ensemble (ξ_1).

Mais cet énoncé résulte du théorème plus important que

$$H^+(\xi) = H(\xi).$$

Démonstration.

Lemme. Soient

$$(1) \qquad H_1 < H_2 < \cdots < H_p < \cdots < H_q$$

des points de (H) et soit δ un nombre positif donné à l'avance. On peut trouver des points de (H^+)

$$H_1^+ < H_2^+ < \cdots < H_p^+ < \cdots < H_q^+$$

---

* $\omega^{(2)}$ est un $[\xi, \xi_2; \eta_1, \eta_2]$ est il est équivalent avec $[\xi_1, \xi_2; \eta_1, \eta_2]$. Ses côtés sont (H^+), $\overline{\xi}_2$, une partie de $\overline{\eta}_1$ et une partie de $\overline{\eta}_2$. Soient $\xi_{(1)}$ et $\xi_{(2)} > \xi_{(1)}$ des points de (ξ_1). Dans ce qui suit nous désignons par $[\xi_{(1)}, \xi_{(2)}; \eta_1, \eta_2]$ le domaine qui est formé par les points communs de $\omega^{(2)}$ relativement à $\xi_{(1)}$ et de $\omega^{(1)}$ relativement à $\xi_{(2)}$. On sait que ce domaine est simple, ces côtés peuvent être 1°. L'ensemble (H^+) relativement à $\xi'_{(1)}$. 2°. L'ensemble (H) de $\xi'_{(2)}$. 3°. Une partie de $\overline{\eta}_1$. 4°. Une partie de $\overline{\eta}_2$. De plus $[\xi_{(1)}, \xi_{(2)}; \eta_1, \eta_2]$ est équivalent avec $[\xi_1, \xi_2; \eta_1, \eta_2]$.

de manière que

$$\overline{H_p H_p^+} < \delta, \quad p = 1, \ldots q.^*$$

Pour démontrer ce lemme nous allons montrer qu'on peut construire des chaînes simples

$$K_p, \quad p = 1, \ldots q$$

qui issues des points de $\bar{\xi}_1$ vont dans (ω) jusqu'à $\bar{\xi}_2$, de manière que:

1°. Elles prises deux à deux n'ont pas aucun point commun dans (ω)**, et que K_p passe par H_p, $p = 1, \ldots q$.

2°. Les points communs de K_p, $p = 1, \ldots q$ et de ξ'*** sont situés sur le premier côté qui en parcourant K_p de $\bar{\xi}_1$ vers $\bar{\xi}_2$ va de H_p vers $\bar{\xi}_2$. La longueur de ce côté est plus petite que δ. H_p^+ sera donc le premier point de ξ' sur K_p — en parcourant K_p de $\bar{\xi}_2$ vers $\bar{\xi}_1$. — Nous allons maintenant démontrer le lemme.

a) La lemme est vrai pour $q = 1$. Car soit K_1' une chaîne simple qui étant située ailleurs dans $\omega^{(1)}$ joigne un point de $\bar{\xi}_1$ avec H_1. Soit C_1 un cercle de centre H_1, qui est situé dans (ω) et dont le rayon est plus petit que δ. On peut choisir dans ce cercle un point A de $\omega^{(2)}$ de manière que $\overline{H_1 A}$ et K_1' n'ont que le point H commun.† De plus on peut joindre A avec $\bar{\xi}_2$ dans $\omega^{(2)}$ par une chaîne simple qui ne coupe $\overline{H_1 A}$ qu'en A.†† La réunion de K_1' $\overline{H_1 A}$ et de cette chaîne satisfait évidemment à l'énoncé.

---

* $\overline{H_p^0 H_p^{0+}}$ tend uniformément vers zéro avec $\overline{H_p H_p^+}$, donc on peut aussi avoir

$$\overline{H_p^0 H_p^{+0}} < \delta.$$

** Mais plusieurs d'elles ou toutes peuvent avoir les extrémités sur $\bar{\xi}_1$ ou sur $\bar{\xi}_2$ commun. On peut ailleurs éviter aussi ce cas.

*** On sait de XVIII que K_p coupe ξ'.

† Soit B un tel point du dernier côté de K_1' que $\overline{BH_1} > 0$. La distance λ de la partie de K_1' qui joigne B avec $\bar{\xi}_1$ de H_1 est plus grande que zéro. Un $\overline{H_1 A}$ tel que $\overline{H_1 A} < \lambda$ ne coupe donc K_1' que dans H_1.

†† Lorsque la chaîne coupe $\overline{H_1 A}$ parcourons-la de A_1 vers $\bar{\xi}_2$, soit C son dernier point sur $\overline{H_1 A}$. On prend C au lieu de A, et au lieu de la chaîne on prend sa partie qui va de C jusqu'à $\bar{\xi}_2$.

b) Supposons que le lemme soit démontré pour les points

$$H_1 < H_2 < \cdots < H_r, \quad r < q,$$

de (1), nous allons montrer qu'il est aussi vrai pour les points

$$H_1 < H_2 < \cdots < H_r < H_{r+1}$$

de (1).

Par hypothèse on a donc des chaînes

$$K_p, \quad p = 1, \ldots r,$$

qui satisfont à l'énoncé même en prenant pour δ une longueur plus petite que chacune des

$$\tfrac{1}{2} \cdot \overline{H_i H_j}, \quad i \neq j, \quad i, j = 1, \ldots q.$$

Désignons par K_p' la partie de K_p, $p = 1, \ldots r$, qui dans $\omega^{(1)}$) joigne $\bar{\xi}_1$ avec H_p.

Nous pouvons évidemment construire une chaîne simple K_{r+1}' qui dans $\omega^{(1)}$ joigne $\bar{\xi}_1$ avec H_{r+1} et qui ne coupe pas les K_p', $p = 1, \ldots r$, dans $\omega^{(1)}$.*

Désignons par K_p'' la partie de K_p qui va de H_p vers $\bar{\xi}_2$, $(p = 1, \ldots r)$. D'après le choix de δ, H_{r+1} est séparé de K_p, $p = 1, \ldots r$. Soit ε une longueur qui est plus petite que la distance de H_{r+1} de

$$K_1 + K_2 + \cdots + K_r$$

et qui est encore plus petite que δ. Soit C_{r+1} un cercle dont le centre est H_{r+1}, qui est situé dans (ω) et dont le rayon est plus petit que ε.

On peut choisir dans C_{r+1} un point A de $\omega^{(2)}$ de manière que $\overline{H_{r+1}A}$ et K_{r+1}' n'ont que le point H_{r+1} commun, de plus on peut joindre dans $\omega^{(2)}$ A avec $\bar{\xi}_2$ par une chaîne simple L qui ne coupe $\overline{H_{r+1}A}$ que dans A, (voir a)).

Posons

$$\overline{H_{r+1}A} + L \equiv K_{r+1}'', \quad K_{r+1}' + K_{r+1}'' \equiv K_{r+1}.$$

---

* K_r' décompose $\omega^{(1)}$ en deux domaines simples. On conclut de X, que l'un d'eux contient les K_p', $p = 1, \ldots r-1$, et que H_{r+1} est en connexion avec l'autre. On construit K_{r+1}' dans ce dernier.

Par K_{r+1} (ω) sera décomposé en deux domaines, dont l'un — nous le désignerons par ν — sera tel que les points de $\bar{\eta}_1$ seront en connexion avec lui, (voir X). On prouve de X que ν contient les K_p', $(p = 1, \ldots r)$.

Lorsque aucune des K_p, $p = 1, \ldots r$ ne coupe pas K_{r+1} dans (ω) le théorème est évidemment vrai pour les $r + 1$ points.

Mais il peut arriver que quelques-unes de ces chaînes coupent K_{r+1}. Mais comme les K_p', $p = 1, \ldots r$, ne coupent pas K_{r+1} et que $\overline{H_{r+1}A} < \varepsilon$, les points communs d'une K_p'' $(p = 1, \ldots r)$ et de K_{r+1} sont les points communs de K_p'' et de L.

En considérant que ν est un domaine simple et en tenant compte du choix des K_p, $p = 1, \ldots r$, on prouve facilement le fait suivant. Soit s la plus petite valeur de p pour laquelle K_p'' coupe L. On a $s \leqq r$. Tous les K_p'' tels que $r \geqq p \geqq s$ coupent L. Parcourons K_p'' de H_p vers $\bar{\xi}_2$ soit R_p son premier point sur L. Parcourons L de A vers $\bar{\xi}_2$. L'orde dans lequel on rencontre les R_p sera

$$R_r, \; R_{r-1}, \; \ldots \; R_s.$$

c) Désignons par K_p''' les parties des K_p'', $p = s, \ldots r$, qui vont de H_p jusqu'à R_p. Soit $\overline{D_p R_p}$ le dernier côté de K_p''', $p = s, \ldots r$. Il existe évidemment un point E_p de $\overline{D_p R_p}$ (différent de R_p), de manière que la distance de la partie de K_p''' comprise entre H_p et D_p de L n'est pas plus petite que la distance de E_p de L. Soit K_p^{IV} la partie de K_p'' $(p = s, \ldots r)$ qui va de H_p jusqu'à E_p. On peut donc construire une chaîne simple S, qui issue de A va dans ν et dans $\omega^{(2)}$ jusqu'à $\bar{\xi}_2$, qui passe par les E_p dans ordre $E_r, \ldots E_s$, qui ne contient aucun point des K_p^{IV} que les E_p.

La réunion de L et S sera une chaîne simple, qui joint deux points de $\bar{\xi}_2$, (ces deux points peuvent ailleurs coincider). Par cette chaîne ν sera décomposé en deux domaines, dont l'un sera tel que les points de I qui sont en connexion avec lui sont des points de $\bar{\xi}_2$, (voir X).

Dans ce domaine on peut évidemment construire des chaînes simples K_p^{V}, $p = s, \ldots r$, qui issues des E_p, deux à deux ne se coupent pas dans le domaine, et qui vont jusqu'à la partie de la frontière de ce domaine qui est formée par des points de $\bar{\xi}_2$.

Désignons par K_p^0 la réunion de K_p', K_p^{IV}, K_p^V, $p = s, \dots r$. Les chaînes

$$K_1, K_2, \dots, K_{s-1}, K_s^0, \dots K_r^0, K_{r+1}$$

sont évidemment des chaînes qui satisfont au lemme pour les $r+1$ premiers points de (1).

La lemme étant vrai pour $r = 1$, il est donc vrai pour q.

On démontre de la même manière que

$$H_1^+ < H_2^+ < \cdots < H_p^+ < \cdots < H_q^+$$

étant des points quelconques de (H^+) et δ étant un nombre positif donné à l'avance il existe des points

$$H_1 < H_2 < \cdots < H_p < \cdots < H_p < \cdots < H_q$$

de (H) de manière que

$$\overline{H_p^+ H_p} < \delta, \quad p = 1, \dots q.$$

Nous allons maintenant montrer que

$$H^+(\xi) = H(\xi).$$

Soient

$$H_1 < H_2 < \cdots < H_p < \cdots < H_q$$

des points de (H) et soit $\mu > 0$.

Nous prenons un δ si petit que A, B, A_1, B_1 étant des points quelconques de P on ait

$$|\overline{A^0 B^0} - \overline{A_1^0 B_1^0}| > \frac{\mu}{q-1}$$

lorsque

$$\overline{A A_1} < \delta, \quad \overline{B B_1} < \delta.*$$

D'après le lemme il existe des points H_p^+, $p = 1, \dots q$ de manière que

$$H_1^+ < H_2^+ < \cdots < H_p^+ < \cdots < H_q^+$$

$$\overline{H_p H_p^+} < \delta, \quad p = 1, \dots q.$$

On a donc

$$\sum_1^{q-1} \overline{H_p^{+0} H_{p+1}^{+0}} + \mu \geqq \sum_1^{q-1} \overline{H_p^0 H_{p+1}^0}.$$

---

* On a

$$|\overline{A^0 B^0} - \overline{A_1^0 B_1^0}| \leq \overline{A^0 A_1^0} + \overline{B_0 B_1^0}$$

et, à cause de la continuité des φ, ψ, χ, $\overline{A^0 A_1^0}$ et $\overline{B^0 B_1^0}$ tendent uniformément vers zéro avec δ.

Donc en considérant les définitions des $H^+(\xi)$, $H(\xi)$ et en considérant que μ est aussi petite que l'on veut

$$H^+(\xi) \geqq H(\xi),$$

mais on obtient de la même manière (en échangeant les H_p avec les H_p^+)

$$H(\xi) \geqq H^+(\xi)$$

donc

$$H^+(\xi) = H(\xi).$$

XXXII. Soient $\xi_{(1)}$ et $\xi_{(2)} > \xi_{(1)}$ des points de (ξ_1).

Soient

$$H_1^{(1)+} < H_2^{(1)+} < \cdots < H_p^{(1)+} < \cdots < H_q^{(1)+}$$

des points de l'ensemble (H^+) de $\xi'_{(1)}$.

Soient

$$H_1^{(2)} < H_2^{(2)} < \cdots < H_p^{(2)} < \cdots < H_q^{(2)}$$

des points de l'ensemble (H) de $\xi'_{(2)}$.

Joignons $H_p^{(1)+}$ et $H_p^{(2)}$ par une chaîne simple P_p située dans $[\xi_{(1)}, \xi_{(2)}; \eta_1, \eta_2]$ (voir la première note du XXXI), de manière que les P_p $(p = 1, \ldots q)$ pris deux à deux n'aient pas aucun point commun.

Soit ξ une valeur de (ξ_1) telle que $\xi_{(1)} < \xi < \xi_{(2)}$.

Parcourons P_p de $H_p^{+(1)}$ vers $H_p^{(2)}$, soit H_p son premier et H_p^+ son dernier point sur ξ'.

H_p sera un point de l'ensemble (H) de ξ' et H_p^+ sera un point de l'ensemble (H^+) de ξ', de plus

$$H_1 < H_2 < \cdots < H_p < \cdots < H_q$$
$$H_1^+ < H_2^+ < \cdots < H_p^+ < \cdots < H_q^+.$$

Soit $\delta > 0$. D'après le lemme de XXXI on peut trouver des points $H_p^{(1)}$, $p = 1, \ldots q$ de l'ensemble (H) de $\xi'_{(1)}$ et des points $H_p^{(2)+}$, $p = 1, \ldots q$ de l'ensemble (H^+) de $\xi'_{(2)}$, de manière que

$$H_1^{(1)} < H_2^{(1)} < \cdots < H_p^{(1)} < \cdots < H_q^{(1)}$$
$$H_1^{(2)+} < H_2^{(2)+} < \cdots < H_p^{(2)+} < \cdots < H_q^{(2)+}$$
$$\overline{H_p^{(1)} H_p^{(1)+}} < \delta, \quad \overline{H_p^{(2)+} H_p^{(2)}} < \delta, \quad p = 1, \ldots q.$$

Construisons des chaînes simples $K_p^{(1)}$, $p = 1, \ldots q$, qui dans $\omega^{(1)}$ relativement à $\xi'_{(1)}$ joignent les $H_p^{(1)}$ avec $\bar{\xi}_1$ et qui prises deux à deux ne se coupent pas dans $\omega^{(1)}$.

Construisons des chaînes simples $K_p^{(2)}$ qui dans $\omega^{(2)}$ relativement à $\xi'_{(2)}$ joignent les $H_p^{(2)+}$ avec $\bar{\xi}_2$ et qui prises deux à deux ne se coupent pas dans $\omega^{(2)}$.

Soit

$$K_p^{(1)} + \overline{H_p^{(1)} H_p^{(1)+}} + P_p + \overline{H_p^{(2)} H_p^{(2)+}} + K_p^{(1)} \equiv K_p.$$

On prouve facilement que lorsque δ est assez petit la chaîne K_p est simple (voir la sixième note du XXXI). De plus lorsque δ est plus petite que chacune des $\frac{2q(2q-1)}{2}$ distances qui existent entre les $2q$ points $H_p^{(1)+}$, $H_p^{(2)}$, $p = 1, \ldots q$, les K_p pris deux à deux ne se coupent pas dans (ω). De plus ξ' est séparé de $\xi'_{(1)}$ et de $\xi'_{(2)}$, donc en prenant δ assez petit les

$$\overline{H_p^{(1)} H_p^{(1)+}}, \quad \overline{H_p^{(2)+} H_p^{(2)}}$$

ne coupent pas ξ'.

Donc en prenant δ assez petit les K_p seront des chaînes simples, qui dans (ω) joignent $\bar{\xi}_1$ et $\bar{\xi}_2$, qui prises deux à deux ne se coupent pas dans (ω), qui contiennent les P_p. De plus les points communs de K_p et de ξ' sont les points communs de P_p et de ξ', et en parcourant K_p de $\bar{\xi}_1$ vers $\bar{\xi}_1$ on parcourt P_p de $H_p^{(1)+}$ vers $H_p^{(2)}$. Donc l'énoncé est vrai.

XXXIII. Les fonctions $H(\xi)$, $H^+(\xi)$, $G(\xi)$, étaient construites par des figures. Nous allons construire les fonctions génératrices des fonctions d'approximation d'ordre θ de ces fonctions à l'aide de certaines figures. Nous remarquons que nous ne considérons ces fonctions que définies pour les points de (ξ_3).

a) Dans cette construction il sera donné à l'avance une quantité positive ε_x et une suite de divisions X_{L_r} de (ξ_1, ξ_2) telle que les points de chacune de ses divisions sont points de (ξ_3), (excepté ξ_1 et ξ_2).

L'ensemble X qui est formé par les points de tous les X_{L_r} est évidemment partout dense dans (ξ_1, ξ_2), (et dénombrable). Étant donné un nombre limité des points de X, on peut trouver un nombre p tel que X_{L_r} contient ces points lorsque $r > p$.

Soit $\xi_{(0)}$ un point de (ξ_3). $\xi_{(0)}$ sera l'origine des fonctions génératrices.

Nous choisissons des points

$$E_1 < E_2 < \cdots < E_p < \cdots < E_q$$

de l'ensemble (H) de $\xi'_{(0)}$ de manière que

$$H(\xi_{(0)}) - \sum_1^{q-1} \overline{E_p^0 E_{p+1}^0} < \frac{\theta}{2}, \quad G(\xi_{(0)}) - \sum_1^{q-1} |\chi(E_{p+1}) - \chi(E_p)| < \frac{\theta}{2}.$$

Soit $\lambda > 0$. Soit μ la limite supérieure de tous les $\overline{A^0 B^0}$, A et B étant des points tels du plan uv que $\overline{AB} \leqq \lambda$. On a $\lim_{\lambda=0} \mu = 0$.

Nous choisissons un λ si petit que

$$4 \cdot q \cdot \mu \cdot (\xi_2 - \xi_1) < \varepsilon_x, \quad 2 \cdot (q-1) \cdot \mu < \frac{\theta}{2}.$$

b) Nous construisons des cercles C_p dont les centres sont les E_p, $p = 1 \ldots q$, dont les rayons sont $< \lambda$, de manière qu'ils sont situés dans (ω) et qu'ils pris deux à deux n'aient pas aucun point commun.

D'après XXXI on peut construire des chaînes simples K_p, $p = 1, \ldots q$, qui issues de $\bar{\xi}_1$ vont dans (ω) jusqu'à $\bar{\xi}_2$ en passant par E_p, de manière que les K_p pris deux à deux ne se coupent pas dans (ω), et qu'elles ne coupent pas $\bar{\xi}'_{(0)}$ que sur leurs premiers côtés qui vont de E_p vers $\bar{\xi}_2$ et ces côtés sont situés dans les C_p.

Soit $\overline{E_p B_p}$ ce côté de K_p et soit $\overline{D_p E_p}$ le côté de K_p, qui va de H_p vers $\bar{\xi}_1$. Soit A_p un point de $\overline{D_p E_p}$ situé dans C_p mais différent de E_p.

Soit m_p la limite supérieure des valeurs de $\varphi^{(1)}$ pour les points de la partie de K_p qui va de $\bar{\xi}_1$ jusqu'à A_p. On a $m_p < \xi_{(0)}$ et $\varphi^{(1)}(B_p) > \xi'_{(0)}$, (voir XVII). Soient m, M des valeurs telles de X que

$$m_p < m < \xi_{(0)} < M < \varphi^{(1)}(B_p), \quad p = 1, \ldots q,$$

(m, M) sera l'intervalle des fonctions génératrices des fonctions d'approximation des $H(\xi)$, $H^+(\xi)$, $G(\xi)$.

c) Nous formons une division X_L de (ξ_1, ξ_2) dont les points sont points de X et dont les intervalles sont alternativement des

intervalles qui ne sont pas considérés (même lorsque ils les sont) comme intervalles (m, M) et des intervalles (m, M).

Désignons par $h(\xi), g(\xi), h^+(\xi)$ les fonctions d'approximations des $H(\xi)$, $G(\xi)$, $H^+(\xi)$ respectivement.

La division (voir Chap. VI) de chacune d'elles sera X_L.

Pours les points intérieurs des intervalles de seconde espèce (voir Chap. VI) de X_L on pose (voir Chap. VI),

$$h(\xi) = 0, \quad g(\xi) = 0, \quad h^+(\xi) = 0.$$

Pour les intervalles de première espèce (voir Chap. VI) de X_L, c'est-à-dire pour les (m, M) la définition des h, g, h^+ sera la suivante. Nous supposons que X_{L_r} contient X_L (voir a)). Soit $(\xi_{(1)}, \xi_{(2)})$ un intervalle de X_{L_r} compris dans (m, M).

Parcourons $\overline{A_p E_p} + \overline{E_p B_p}$ de A_p vers B_p. Soit $H_p^{(1)+}$ son dernier point sur $\xi'_{(1)}$ et $H_p^{(2)}$ son premier point sur $\xi'_{(2)}$.*

Soit P_p la partie parcourue de $H_p^{(1)+}$ jusqu'à $H_p^{(2)}$.

Soit ξ une valeur de (ξ_3) telle que

$$\xi_{(1)} < \xi < \xi_{(2)}.$$

En parcourant P_p de $H_p^{(2)+}$ vers $H_p^{(2)}$ soit H_p son premier et H_p^+ son dernier point sur ξ'.**

Les fonctions génératrices pour cette ξ seront

$$h(\xi) = \sum_1^{q-1 \, p} \overline{H_p^0 H_{p+1}^0}, \quad g(\xi) = \sum_1^{q-1 \, p} |\chi(H_{p+1}) - \chi(H_p)|,$$

$$h^+(\xi) = \sum_1^{q-1 \, p} \overline{H_p^{+0} H_{p+1}^{+0}}.$$

---

* On prouve facilement d'après le choix (voir b)) de m et M et d'après les propriétés de $\varphi^{(1)}$, que la partie de K_p qui va de $\bar{\xi}_1$ jusqu'à B_p, coupe les ξ' tels que $m \leq \xi \leq M$, mais les points communs de K_p et ξ' sont situés sur $\overline{A_p E_p} + \overline{E_p B_p}$. Donc les points $H_p^{(1)+}$ sont des points de l'ensemble (H^+) de $\xi'_{(1)}$ et on a

$$H_1^{(1)+} < H_2^{(1)+} < \cdots < H_p^{(1)+}.$$

De même les points $H_p^{(2)}$ sont des points de l'ensemble (H) de $\xi_{(2)}'$ et on a

$$H_1^{(2)} < H_2^{(2)} < \cdots < H_q^{(2)}.$$

** H_p sera un point de l'ensemble (H) de ξ', H_p^+ sera un point de l'ensemble (H^+) de ξ' et on aura (voir XXXII)

$$H_p < H_{p+1}, \quad H_p^+ < H_{p+1}^+, \quad p = 1, \ldots q-1$$

Pour $\xi_{(1)}$ nous posons

$$h(\xi_{(1)}) = \sum_{1}^{q-1} \overline{H_p^{(1)\,0} H_{p+1}^{(1)\,0}}, \quad g(\xi_{(1)}) = \sum_{1}^{q-1} |\chi(H_{p+1}^{(1)}) - \chi(H_p^{(1)})|,$$

$$h^+(\xi_{(1)}) = \sum_{1}^{q-1} \overline{H_p^{(1)+0} H_{p+1}^{(1)+0}}.$$

Pour $\xi_{(2)}$ nous posons

$$h(\xi_{(2)}) = \sum_{1}^{q-1} \overline{H_p^{(2)\,0} H_{p+1}^{(2)\,0}}, \quad g(\xi_{(2)}) = \sum_{1}^{q-1} |\chi(H_{p+1}^{(2)}) - \chi(H_p^{(2)})|,$$

$$h^+(\xi_{(2)}) = \sum_{1}^{q-1} \overline{H_p^{(2)+0} H_{p+1}^{(2)+0}}.$$

On voit que h, g, h^+ sont définies sur (ξ_3) et qu'elles sont uniformes.

On prouve de plus facilement qu'elles sont d'ordre θ.

Nous démontrons ce fait pour $h(\xi)$. On a

$$|\overline{E_p^0 E_{p+1}^0} - \overline{H_p^0 H_{p+1}^0}| < \overline{E_p^0 H_p^0} + \overline{E_{p+1}^0 H_{p+1}^0}$$

et (voir a))

$$\overline{E_p^0 H_p^0} + \overline{E_{p+1}^0 H_{p+1}^0} < 2\mu.$$

Donc (voir encore a))

$$\left| \sum_{1}^{q-1} \overline{E_p^0 E_{p+1}^0} - \sum_{1}^{q-1} \overline{H_p^0 H_{p+1}^0} \right| < 2 \cdot (q-1) \cdot \mu < \frac{\theta}{2},$$

et on a (voir a))

$$H(\xi) - \sum_{1}^{q-1} \overline{E_p^0 E_{p+1}^0} < \frac{\theta}{2}.$$

Donc

$$H(\xi) - \sum_{1}^{q-1} \overline{H_p^0 H_{p+1}^0} = H(\xi) - h(\xi) < \theta.$$

On démontre de la même manière que

$$H(\xi_{(1)}) - h(\xi_{(1)}) < \theta, \quad H(\xi_{(2)}) - h(\xi_{(2)}) < \theta$$

donc $h(\xi)$ est d'ordre θ.

Remarques sur ce choix.

1°. Soient ε_p et η_p des valeurs comprises entre μ et 2μ. N étant un point du plan uv désignons par $N^{[0]}$ le point dont les coordonnées x, y, z sont $\varphi^{(1)}(N)$, $\psi^{(1)}(N)$, $\chi(N)$ respectivement. Soit N un point de $\overline{A_p E_p} + \overline{E_p B_p}$. Le rectangle $(m, M; \psi^{(1)}(E_p) - \varepsilon_p, \psi^{(1)}(E_p) + \eta_p)$ contiendra la projection orthogonale de $N^{[0]}$, et de $\overline{A_p^{[0]} E_p^{[0]}} + \overline{E_p^{[0]} B_p^{[0]}}$ sur le plan xy.*

2°. Un rectangle $(m, M; \eta_1, \eta_2) - (m, M)$ est un intervalle de première espèce de X_L contient q rectangles

$$(m, M; \psi^{(1)}(E_p) - \varepsilon_p, \quad \psi^{(1)}(E_p) + \eta_p)$$

(le nombre q dépende de (m, M)).

Formons la somme des aires de ces rectangles, cette somme sera plus petite que

$$q \cdot 2 \cdot 2\mu \cdot (M - m).$$

La somme de tous les $(M - m)$ étant $< \xi_2 - \xi_1$, la somme des quantités $q \cdot 2 \cdot 2\mu(M - m)$ (il y a tant de termes dans la somme que (m, M)) sera plus petite (voir a)) que ε_x.

Nous avons définie (H^+) en partant de (ω) de ξ' et en faisant jouer avec $\bar{\xi}_2$ et $\bar{\eta}_1$ un certain rôle.

Partons de (ω) de η' et faisons jouer avec $\bar{\eta}_2$ et $\bar{\xi}_1$ le rôle que celui était de $\bar{\xi}_2$ et de $\bar{\eta}_1$.

---

* Car les coordonnées xy de cette projection sont $\varphi^{(1)}(N)$, $\psi^{(1)}(N)$ respectivement.

On a (voir XVII)

$$m \leqq \varphi^{(1)}(N) \leqq M.$$

On a encore

$$|\psi^{(1)}(N) - \psi^{(1)}(E_p)| < \mu,$$

car les valeurs de $\psi^{(1)}$ pour les points de $\overline{NE_p}$ sont pris parmi les valeurs de ψ pour les points de $\overline{NE_p}$ (on conclut facilement ce fait de XVII d), donc

$$|\psi^{(1)}(N) - \psi^{(1)}(E_p)|$$

ne peut être plus grande que la limite supérieure des

$$|\psi(L) - \psi(M)|$$

ou L et M sont des points de $\overline{NE_d}$ mais $\overline{NE_p} < \lambda$ (voir a), donc cette limite supérieure et au plus égale a μ.

Nous obtenons un ensemble (M^+) de η', nous avons un ordre dans l'ensemble, nous désignons les points de cet ensemble par M^+.

Soit $M^+(\eta)$ l'analogue de $H^+(\xi)$, on aura

$$M^+(\eta) = M(\eta).$$

Nous définissons les fonctions d'approximation $m(\eta)$ et $m^+(\eta)$ des $M(\eta)$ et $M^+(\eta)$ d'une manière analogue à celles des $h(\xi)$, $h^+(\xi)$. Soient

$$Y_{M_r},\ Y,\ Y_M,\ \varepsilon_y,\ m^{(1)},\ M^{(1)},\ q_1,\ P_p^{(1)},\ F_p,\ \varepsilon_p^{(1)},\ \eta_p^{(1)}$$

les analogues des

$$X_{L_r},\ X,\ X_L,\ \varepsilon_y,\ m,\ M,\ q,\ P_p,\ E_p,\ \varepsilon_p,\ \eta_p$$

respectivement.

Nous remarquons encore que l'analogue de $G(\xi)$ ne nous sera pas nécessaire.

2.

GRUNDZÜGE DER ENTWICKLUNGSGESCHICHTLICHEN PFLANZENGEOGRAPHIE UNGARNS.

Von JOHANN TUZSON.
Corresp. Mitglied der ung. Akad. d. Wiss.

(Mit einer Karte.)

Ursprünglich lag bloß eine Bearbeitung der entwicklungsgeschichtlichen Pflanzengeographie Ungarns für Vorlesungszwecke in meiner Absicht und zwar stützte ich mich dabei hauptsächlich auf die pflanzengeographischen Angaben von GRISEBACH (**11**), KERNER (**12, 13**), DRUDE (**6**), ENGLER (**7, 8**) und WARMING (**24**), sowie auf die sich auf Ungarn und die benachbarten Gebiete beziehenden floristischen Enumerationen. Die Aufgabe erwies sich aber, je mehr ich mich in dieselbe vertiefte, desto schwieriger. Ich sah mich genötigt, die Sammlung des Materials auf immer weitere Kreise auszudehnen, so daß die hier gegebene Zusammenfassung eigentlich bloß den *kurzen Auszug* einer umfangreichen Arbeit bildet. Den allgemeinen Teil dieser Arbeit habe ich bereits vor Jahren fertiggestellt und seine Angaben im Jahre 1906/7 des populären Hochschulen-Kurses, sowie zu meinen Vorlesungen an der Universität bereits benützt. Einzelne Teile dieser Studien sind auch schon im Druck erschienen*, das Manuskript der vollständigen Arbeit aber ist noch nicht veröffentlicht. An diese allgemeinen Studien schlossen sich später die Angaben an, die sich streng genommen auf Ungarn und dessen Nachbargebiete beziehen. Ich kann jedoch keineswegs behaupten, daß ich die Sammlung des Materials bereits vollendet hätte; ist doch gerade, was Ungarn betrifft, hinsichtlich der richtigen systematischen Bewer-

* A növény világ fejlödéstörténete. Népsz. Főisk. Tanf. LVIII. Syllabus 1907; ENGLERS Bot. Jahrb. 1909, sowie andere Artikel entwicklungsgeschichtlichen und systematischen Inhaltes. Eine Zusammenfassung erscheint ferner demnächst im Rendszeres Növénytan (System. Botanik).

tung eines ansehnlichen Teiles der in die Literatur eingeführten Arten noch sehr viel zu tun übrig. Betreffs der wichtigeren Fragen jedoch ist es mir gelungen, soweit ins Reine zu kommen, daß ich die wichtigeren, entwicklungsgeschichtlich begründeten Grenzlinien der pflanzengeographischen Gliederung feststellen konnte.

Um eine kurze Schilderung der Richtung und Bedeutung meiner Einteilung geben zu können, ist es unvermeidlich, hier vorerst die verschiedenen Methoden der Pflanzengeographie kurz zu schildern.

Die beschreibende oder statistische Pflanzengeographie trennt alle jene Gebiete voneinander, deren Vegetation in einer kleineren oder größeren Zahl der Arten abweicht. Bei der Durchführung dieser Trennung werden gewöhnlich eine oder mehrere, für die ganze Pflanzengenossenschaft charakteristischere Pflanzen in Betracht gezogen und deren Verbreitungsgebiet sodann ohne Berücksichtigung der übrigen Umstände auf der Karte festgestellt und abgegrenzt. So lassen sich für Ungarn und seine Nachbargebiete z. B. die Grenzen der Verbreitungsgebiete von *Brukenthalia spiculifolia*, *Buphthalmum speciosum*, *Tilia tomentosa*, *Castanea vulgaris*, *Quercus lanuginosa*, *Syringa Josikaea*, *Salix silesiaca*, *Corylus colurna* etc. ziehen und da diese Arten gewisse Floren repräsentieren, gelangen in den Grenzen ihrer Verbreitungsgebiete ziemlich wichtige Linien zum Ausdruck. Die Methode selbst jedoch bietet einer unendlichen Kette von Möglichkeiten freien Raum, da es stets Auffassungssache bleibt, welche Arten man als pflanzengeographische Leit-Arten betrachtet.

Die oekologische Pflanzengeographie stellt die Verbreitungsgrenzen der an ähnliche Existenzbedingungen gebundenen Pflanzengenossenschaften fest, grenzt also eigentlich z. B. die alpinen Regionen, die Hügelgelände, Sandwüsten, Moore, Salzgebiete etc. mit einem Worte die physikalisch verschiedenen Gebiete gegeneinander ab. Da mit dem physikalischen Medium zugleich auch die Glieder der Pflanzengenossenschaften einem wesentlichen Wechsel unterliegen, lassen sich mit dieser Methode ebenfalls ziemlich wichtige pflanzengeographische Grenzlinien feststellen und besonders bei Sonderung großer, zusammenhängender, gleichförmiger Gebiete führt diese Methode zu in jeder Beziehung entsprechenden

pflanzengeographischen Einheiten. In solchen Gebieten jedoch, deren physikalische Verhältnisse große Abwechslung zeigen, führt diese Methode zu einer übermäßigen Zergliederung: unmittelbar benachbarte, aber in oekologischer Beziehung abweichende Gebiete werden durch hohe Scheidewände getrennt und weit auseinander liegende, jedoch oekologisch gleichförmige Gebiete verbunden. So wird z. B. die „Alpine Flora" KERNERS (**13**) durch auf den Höhen der Alpen und Karpathen zerstreute, voneinander hinsichtlich der Flora wesentlich abweichende Partien gebildet, oder wie man es nicht nur bei KERNER, sondern auch bei WARMING (**24, 256**), DRUDE (**6, 380**), ENGLER (**7, 187**) und anderen findet, unser Alföld* mit den südrussischen Steppen zusammengefaßt.

Die Grenzlinien der statistischen und oekologischen Pflanzengeographie sind aus den betreffenden Gesichtspunkten wichtig. Ein tieferer Sinn jedoch, der die Vegetation der betreffenden Gebiete in irgend eine einheitlichere Beleuchtung setzen, oder eine kausale Erklärung der auf dem betreffenden Gebiet befindlichen Vegetation geben würde, haftet ihnen nicht an.

Die dritte Methode der Pflanzengeographie ist bestrebt, die Vegetation der einzelnen Gebiete auf Grund der Entwicklungsgeschichte zu beurteilen. Als Ausgangspunkt liegt ihr der Satz zugrunde, daß die geographische Verbreitung der Pflanzen das Resultat einer gewissen Reihe der in der Vergangenheit stattgefundenen Ereignisse darstellt; die heutige Verbreitung ist nur ein Augenblick in der Entwicklungsgeschichte, dem in den einzelnen Verwandtschaftsgruppen die Ausbildung der gegenwärtigen Arten und deren an die physikalischen Verhältnisse anknüpfende Wanderung vorausging. Die entwicklungsgeschichtliche Methode sucht also jene Gebiete zu umgrenzen, deren Vegetation im Laufe der Entwicklungsgeschichte das gleiche Schicksal erlebte.**

Da eine gleiche Entwicklungsgeschichte nur bei Pflanzengenossenschaften, deren Mitglieder miteinander teils systematisch teils aber oekologisch in Beziehung stehen, möglich ist, so sind in den Resultaten der entwicklungsgeschichtlichen Methode die

---

* Ungarische Tiefebene, gebildet durch das Becken der Donau und Tisza.

** Siehe „Leitende Ideen" in ENGLERS Entwicklungsgeschichte, 1879, S. IX.

Resultate der statistitischen und oekologischen Pflanzengeographie bereits enthalten, nur sind die einheitlicheren entwicklungsgeschichtlichen Züge in den Vordergrund gestellt und die minutiösen, für die Gesamtheit belanglosen Befunde der beiden andern zu größeren Einheiten verschmolzen.

Die entwicklungsgeschichtliche Pflanzengeographie gründet ihre Befunde auf die zurückgebliebenen Zeichen der vergangenen Ereignisse: auf die geologischen Veränderungen und auf die fossilen Pflanzenreste. Unter Beachtung dieser forscht sie auf Grund der gegenwärtigen Verbreitung der Arten nach der Herkunft der Vegetation der einzelnen Gebiete.

In Befolgung der entwicklungsgeschichtlichen Methode fasse ich also in erster Reihe die Daten zusammen, die sich auf die Vergangenheit der Flora Ungarns und der Nachbargebiete beziehen und in zweiter sodann jene, die auf die Herkunft unserer Flora und auf die damit zusammenhängenden pflanzengeographischen Grenzlinien Bezug nehmen. Und da unter sämtlichen entwicklungsgeschichtlichen und pflanzengeographischen Fragen für Ungarn die größte, sozusagen entscheidende Bedeutung diejenigen besitzen, die sich auf das Alföld und auf das siebenbürgische Becken beziehen, so lege ich im Folgenden diesen das größte Gewicht bei.

1. Die Vergangenheit der Flora des von den Karpathen umsäumten Beckens.

Durch die Eiszeit, die das Tertiär zum Abschluß brachte, wurde die Vegetation auf den Höhen der Karpathen größtenteils vernichtet, respektive infolge ihres schrittweisen Eintretens, tiefer und tiefer auf die heutigen Mittelgebirge und Hügelgelände herabgedrängt. Im gleichen Sinne erlitt auch die Vegetation der tieferen Regionen eine Änderung: die tertiäre, an wärmeres Klima und feuchtere Atmosphäre gewöhnte Flora verschwand endgültig aus dem Gebiete Ungarns, wo nur jene Pflanzengenossenschaften zurückblieben, welche das kältere Klima ertragen konnten. So verschwanden aus dem Gebiete Ungarns folgende im Oligozän daselbst verbreitete Gattungen: *Libocedrus*, *Glyptostrobus*, *Taxodium*, *Se-*

quoia, Callitris, Chamaerops, Smilax, Myrica, Carya, Castanea, Zelkova, Celtis, Nelumbo, Cinnamomum, Celastrus, Ilex, Vitis, die damals in der heutigen gemäßigten Zone von Europa überall verbreitet waren, gegen Ende des Tertiärs und im Pleistozän jedoch aus Mitteleuropa verschwunden sind, um sich in Nordamerika, in den südlichen Teilen Asiens und teilweise im Mediterran und Nordafrika zu erhalten. Neben diesen heute bei uns nicht mehr gedeihenden Gattungen* waren gegen Ende des Tertiärs auch schon sämtliche heutigen, das kältere Klima liebenden Verwandtschaftsgruppen der gemäßigten Zone ausgebildet, wovon an den Fundorten des ungarischen jüngeren Tertiärs unzweifelhafte Reste der Gattungen *Quercus, Fagus, Carpinus, Corylus, Salix, Alnus, Ulmus, Evonymus, Tilia, Acer, Fraxinus, Pinus* zum Vorschein kamen. Kälteres Klima, sagen wir, das heutige Klima der mitteleuropäischen Gebirge bevorzugende Arten sind aus der der glazialen unmittelbar vorangehenden Zeit Ungarns mit Sicherheit nicht bekannt, da wir keine entsprechenden Fundorte kennen. An der Küste von Norfolk jedoch, bei Cromer, sowie in den pleistozänen Torflagern bei Aue sind unter den unzweifelhaften Resten der präglazialen Flora** einzelne Teile von *Taxus baccata, Picea excelsa, Potamogeton, Alisma, Carex, Eriophorum, Corylus, Carpinus, Fagus, Ulmus, Rumex, Polygonum, Nuphar luteum, Caltha, Prunus spinosa, Acer, Hypericum, Trapa, Viola, Cornus, Menyanthes, Mentha, Picris* und anderer in der heutigen mitteleuropäischen Flora heimischen Gattungen gefunden worden, die mit heutigen, daselbst vorkommenden Formen größtenteils auch spezifisch übereinstimmen, ein Beweis dessen, daß die

* Die jetzt nur in der Umgebung des Quarneroer Buchtes vorkommende *Smilax* war auch in den nördlicheren Teilen Ungarns verbreitet. Die Fragen des heutigen Vorkommens von *Castanea, Juglans, Vitis* und *Ilex* in Ungarn sind schwerlich lösbar. Diese Pflanzen sind jedenfalls vielmehr als für durch die Kultur eingesiedelte, als für Ureinwohner zu betrachten. *Celtis* wurde in die Umgebung der südlichen Landesgrenze sporadisch von dem Balkan wahrscheinlich durch die Vögel eingeschleppt (s. S. 56), ist aber dort selbst, wie ich mich davon überzeugte, zur weiteren Verbreitung unfähig.

** Reid, The Orig. of the British Flora, 1899; Weber, Versuch eines Überblickes über die Vegetation der Diluvialzeit der mittl. Regionen Europas, Naturwiss. Wochenschr. 1900.

heutigen Formen der europäischen Flora gegen Ende des Pliozäns größtenteils bereits völlig ausgebildet waren. Die Wanderung der Tropenpflanzen von den Polargegenden dem Äquator zu, die bereits in der Kreidezeit begonnen hatte, kam am Ende des Pliozäns zum Abschluß und unmittelbar dem Pleistozän vorausgehend hat es zweifellos eine Zeit gegeben, wo die Vegetation der Erde bereits die heutigen Verhältnisse aufwies. Abweichungen mögen bloß darin bestanden haben, daß die Verteilung von Festland und Wasser und die diesbezügliche Ausbildung der einzelnen Kontinente noch andere Verhältnisse aufwies und demzufolge an Orten, wo z. B. das Schwarze oder das Mittelländische Meer tiefer in das Festland hineinreichten als heute, oder wo, wie z. B. auf dem Gebiete unseres Alföldes, ausgedehnte Binnenseen vorhanden waren, anstatt der heutigen kontinentalen Flora eine Ufer- bzw. Küstenvegetation vorkam. Die Vegetation der damaligen Küsten stimmte jedoch mit denen der heute unter gleicher geographischer Breite liegenden Küsten überein, und die Flora der damaligen Steppen, Sandwüsten, Gebirge, Hochgebirge etc. war jedenfalls die gleiche, wie die der heutigen Steppen, Sandwüsten etc. Der Einfachheit halber bezeichnen wir diese Periode als homostatische Periode, die sich in den Interglazialzeiten des Pleistozäns auf einzelnen Gebieten mehrfach wiederholt haben mag.

Im Pleistozän erlitten diese Verhältnisse eine Änderung. Die Anhöhen der nördlichen und östlichen Karpathen, sowie auch einzelne höhere innere Gebirge, z. B. das Bihargebirge*, waren von Gletschern bedeckt, was naturgemäß auch auf die Vegetation der tieferen Regionen eine Rückwirkung ausübte. Zahlreiche, in der homostatischen Periode verbreitete, ein wärmeres Klima beanspruchende Arten gingen ihrer Existenzbedingungen verlustig; diese haben sich südlich von uns, in den Mittelmeergebieten erhalten, von wo sie später in interglazialen und postglazialen Zeiten wieder in die Gebiete zurückwanderten, wo sie in der homostatischen Periode verbreitet waren oder wo sie infolge des Zurück-

* J. Szádeczky, Földr. Közlem. XXXIV p. 299. Bezüglich der Literatur über das ungarische Pleistozän vgl. außer den umstehend angeführten noch B. Székány, A jégkorszak Magyarország területén, 1909 und M. Staub, Magyarország jégkorszaka, Földt. Közl. 1891.

weichens der See und anderer Veränderungen für ihr Gedeihen geeigneten Boden fanden.

Auf die pleistozäne Flora Ungarns werfen die fossilen Pflanzenreste von Lucski, Gánócz, Ratnócz, Szliács, Fehérpatak, Szepesváralja, Lipócz, Borszék, Krassó-Szörény und Felek einiges Licht. Nach den Bestimmungen* sind in diesen Pflanzenresten folgende Arten vertreten: *Polypodium vulgare, Pinus silvestris, Pinus pumilio, Pinus cembra, Picea excelsa, Sparganium affine, Potamogeton pusillus, Potamogeton crispus, Phragmites communis, Eriophorum vaginatum, Luzula pilosa, Tofieldia calyculata, Salix myrtilloides, Salix incana, Salix cinerea, Salix caprea, Salix aurita, Salix hastata, Salix repens, Populus tremula, Betula pubescens, Betula verrucosa, Betula nana, Alnus glutinosa, Alnus viridis, Corylus avellana, Carpinus betulus, Fagus silvatica, Quercus pedunculata, Quercus sessiliflora, Ulmus campestris, Ulmus montana, Polygonum minus, Scleranthus, Nuphar pumilum, Ceratophyllum demersum, Ribes alpinum, Dryas octopetala, Cotoneaster tomentosa, Crataegus monogyna, Crataegus oxyacantha, Rubus idaeus, Rubus tomentosus, Astragalus hamosus, Oxalis acetosella, Cotinus coggygria, Acer campestre, Acer pseudoplatanus, Rhamnus frangula, Tilia platyphylla, Tilia cordata, Oenanthe aquatica, Peucedanum oreoselinum, Cornus mas, Cornus sanguinea, Vaccinium uliginosum, Fraxinus excelsior, Ligustrum vulgare, Menyanthes trifoliata, Galium palustre, Galium uliginosum, Lonicera alpigena, Petasites albus, Tussilago farfara.*

Da diese Pflanzenreste nicht mit völliger Sicherheit bestimmt werden konnten und gerade sehr wichtige Arten, z. B. *Dryas octopetala* und *Betula nana*, wie aus der Beschreibung Staubs** hervorgeht, nur auf Grund sehr mangelhafter Reste bestimmt wurden, kann dieser Liste bezüglich der Bestimmung zweifellos nur ein annähernder Wert beigemessen werden. Ich bin mir dessen voll bewußt und will ihr auch keine größere Bedeutung beimessen, als es statthaft ist. Einzelne dieser fossilen Reste, besonders die von Gánócz sind mir auch auf Grund eigener Unter-

* Über die diesbezügliche zerstreute Literatur vgl. F. Pax, Grundzüge d. Pflanzenverbreitung in den Karpathen, S. 35–47; und: Fossile Pfl. von Gánócz, Növényt. Közlem. 1905.

** Magyarország jégkorszaka, Földt. Közl. 1891 p. 25.

suchungen bekannt und nach diesen, sowie auch die Möglichkeiten der übrigen Determinationen erwägend, halte ich es dennoch für unzweifelhaft, daß das Becken der Karpathen im Pleistozän von den charakteristischen Baumarten und Gesträuchen der heutigen borealen, also gemäßigt kühlen Wälder unserer Mittelgebirge und durch die in ihrem Gefolge auftretende Wald- und Feldvegetation umrandet wurde. Im Vergleich zu dem homostatischen Zustand mag sich also die Flora Ungarns nur insofern verändert haben, daß in den heutigen Mittelgebirgen und Hügelgeländen eine kälteres Klima vertragende und bevorzugende Flora gedieh. Dieses Verhältnis war jedoch in den verschiedenen Abschnitten des Pleistozäns zweifellos Schwankungen unterworfen. Hierauf weist, soweit die Bestimmungen zuverlässig erscheinen, einesteils z. B. das Vorkommen von *Dryas octopetala* und *Betula nana*, andernteils das von *Astragalus hamosus* und *Cotinus coggygria* hin.

Die ersteren sind Glieder einer arktischen Vegetation, die letzteren dagegen gehören einer mäßige Wärme beanspruchenden Flora an. Würden uns nur diese wenigen, nicht ganz sicheren Angaben vorliegen, so hätte ich es nicht gewagt, die obige Annahme als zweifellos hinzustellen. Wir besitzen aber auch andere Beweise in dieser Richtung, namentlich die in der Tátra, am Berg Novi und in der Umgebung von Oruzsin (Kom. Abauj) zum Vorschein gelangten pleistozänen Säugetierreste*, die sämtlich auf ein arktisches, resp. alpines Klima hinweisen, so: *Arvicola nivalis, Arvicola ratticeps, Arvicola gregalis, Lagomys hyperboreus, Myodes lemmus, Myodes torquatus, Lepus variabilis, Canis lagopus, Cervus tarandus* und andere. Diese Arten bilden zu den unzweifelhaften Resten von Eichen, Buchen, Hainbuchen, Linden etc. der nördlich von diesen Fundorten gelegenen pleistozänen Pflanzenfundorte einen auffallenden Gegensatz und bezeichnen somit den Wechsel der kälteren und wärmeren Perioden nach dem ersten homostatischen Zustand.

* Nehring: Ein Höhlenfund aus d. Hohen Tátra, Globus 1880; Übersicht ü. 24 mitteleur. Quartärfaunen, Ztschr. d. Deutsch. Geol. Ges. 1880; Partsch: Die Gletscher d. Vorzeit in den Karp. 1882; Roth: Term.-tud. Közl. 1881; Math. Term.-tud. Közl. 1881; A Kárp. Egyesület Évk. 1881 und 1882.

In die Flora und im allgemeinen in die Verhältnisse, die während dieser Perioden des Pleistozäns im Alföld geherrscht haben, gewähren größtenteils nur indirekte Folgerungen einen Einblick. Pleistozäne Pflanzenreste liegen nicht vor, und nur die Morphologie des Gebietes, die in seinen westlichen und nördlichen Teilen bis ins Komitat Nógrád hinauf vorkommenden „Dreikantner"*, das Fehlen der Gletscherspuren und die auf die mitteleuropäischen Gebiete sich beziehenden allgemeinen Feststellungen sind es, die Schlüsse auf die Flora gestatten.

Auf Grund der morphologischen Verhältnisse ist die Annahme berechtigt, daß das Alföld auch nach Abfluß der levantinischen Gewässer noch größtenteils ein durch Binnenwasser bedecktes Territorium bildete. Hierher fanden im Pleistozän die Gewässer der umliegenden Gebirge ihren Abfluß, breiteten sich an den flacheren Stellen aus und bildeten ausgedehnte Sümpfe, Brüche und feuchte Gebiete**, deren Reste sich bis in die historische Zeit erhalten haben. Dieses nasse Gebiet wurde durch die Gebirgszüge umgeben, die nach den oben angeführten Beweisen von aus borealen Baumarten bestehenden Waldungen und im allgemeinen von borealer Vegetation bedeckt waren. Im Wechsel der einzelnen pleistozänen Perioden bestand jedenfalls auch ein Wechsel von zum homostatischen Zustand zurückkehrenden und sich von ihm infolge erneuerter Abkühlung des Klimas wieder entfernenden Floren. Auf Grund der angeführten unzweifelhaften Beweise ist die Sache jedoch nicht anders denkbar, als daß im Alföld in gewissen Perioden des Pleistozän eine von der heutigen kaum abweichende Wasser- und Ufervegetation, in den trockeneren Teilen die von den umgebenden Gebirgen stammenden borealen Pflanzenarten und in den im Norden und Westen gelegenen ausgedehnten sandigen Steppen eine Steppenvegetation herrschte. Diese Vegetation ist wenigstens teilweise auch heute noch in der Flora des Alföldes vorhanden und hat in der postpleistozänen Zeit nur insofern eine Veränderung erlitten, daß sich die mit dem

* K. Papp: Éles kavicsok Magyarország hajdani pusztáin, Földt. Közl. 1899.

** Vgl. T. Kormos: A pleistocaen és postpleistocaen klimaváltozások Magyarországon 1910.

Steigen der Temperatur aus dem Mediterran wieder nordwärts wandernden Pflanzenarten mit ihr vermengt haben. Über die Abstammung der Steppenvegetation des Alföldes gibt also teilweise das heutige Bild der Flora Aufklärung, worauf ich in dem Folgenden noch zurückkehre; größtenteils aber können wir bezüglich der Abstammung dieser Flora auch aus der geologischen Vergangenheit der umgebenden Gebiete berechtigte Schlüsse ziehen. In dieser Beziehung sind die Braunschweiger, Ostthüringischen, und aus Ungarn die Oruzsiner und Beremender pleistozänen Säugetierreste von großer Bedeutung. Nach NEHRINGs Bestimmungen* folgt bei Braunschweig auf die Reste der Tundratiere (*Myodes lemmus, Myodes torquatus, Canis lagopus, Cervus tarandus*) enthaltende Schicht eine solche, worin man auf die Knochen charakteristischer Steppentiere (*Lagomys pusillus, Arctomys bobac, Scirtetes jaculus, Spermophilus altaicus*) gestoßen ist. Nach diesen zweifellosen Beweisen herrschte in den nördlichen Teilen Mitteleuropas im Pleistozän zuerst eine Tundravegetation, worauf sodann eine Steppenvegetation folgte. Für die Anwesenheit einer sandigen Steppe in Ungarn sprechen auch die erwähnten Dreikantner; dafür zeugen aber auch die pleistozänen Reste charakteristischer Steppenbewohner bei Oruzsin und Beremend. Unter diesen hat NEHRING folgende Arten erkannt: *Cricetus phaeus, Cricetus vulgaris, Cricetus nigricans, Cricetus arenarius, Lagomys pusillus* und *Spermophilus*-Arten; außerdem hat A. KOCH bei Kolozsvár in diluvialem Ton Reste von *Arctomys bobac* gesammelt, und auch in der Nähe von Wien wurden Reste von Steppentieren gefunden.** Es kann somit darüber kein Zweifel bestehen, daß in einem gewissen Abschnitte des Pleistozäns sich um die nassen Gebiete unseres Alföldes, wenigstens an einzelnen Stellen, Steppen*** erstreckten. Daß das

* NEHRING, Fossile Lemmingen und Arvicolen, GIEBELS Zeitschr. f. d. gesamte Naturw. 1875; ferner Arch. f. Anthrop. X u. XI. 1878; Verh. d. K. K. geol. Reichsanst. 1878; Beitr. z. Kenntn. d. Diluvialfauna, 1876; Tundren u. Steppen, 1890. Vgl. ferner die oben angeführten Arbeiten von S. ROTH, K. PAPP, M. STAUB.

** A. NEHRING, Jahrb. d. K. K. geol. Reichsanst. 1879, p. 475.

*** Die Steppe ist ein waldloses Gebiet, dessen Flora überwiegend aus perennierenden Pflanzen, Gräsern, hier und da aus Gebüsch und höchstens vereinzelten Baumgruppen besteht. Die steppenbewohnenden Pflanzen-

ganze Alföld eine solche Steppe gebildet hätte, läßt sich bei Erwägung der morphologischen Verhältnisse wohl kaum annehmen, es erscheint vielmehr wahrscheinlicher, wie ich bereits betont habe, daß es ein nasses sumpfiges Gebiet bildete, das später langsam austrocknete.

Die Flora des Alföldes ist vor dem homostatischen Zustand der Richtung der allgemeinen Pflanzenwanderung entsprechend von Norden eingewandert. Nach dem präpleistozänen homostatischen Zustand wanderte die Steppenflora Mitteleuropas im Pleistozän auf den Steppen Mittel- und Südeuropas hin und her, währenddessen, wie alle Anzeichen beweisen, wiederholt ein homostatischer oder nahe homostatischer Zustand eingetreten ist.* Besonders aber machten jene Steppen-Pflanzen dieses Schicksal durch, die auch heute noch in den größeren und kleineren Steppen-Gebieten Westeuropas und in erster Reihe im Alföld verbreitet sind. Diese mußten also auch in den Steppen Mittel- und Norddeutschlands in den einzelnen Perioden des Pleistozäns ausgedehnte Formationen gebildet haben. Hier wurden sie jedoch durch die mit dem Klimawechsel eintretende Bewaldung langsam verdrängt, um heute, abgesehen von einzelnen kleineren Gebieten, wie z. B. dem Mainzer Becken, ferner den Steppen der pyrenäischen Halbinsel etc., bloß im Alföld und teilweise im siebenbürgischen Becken, sowie auf den rumänischen Steppen in der Umgebung des schwarzen Meeres größere Formationen zu bilden. Viele Arten dieser Genossenschaften verblieben das ganze Pleistozän hindurch in der Umgebung des Alföldes, andere hingegen zogen sich mit dem Sinken der Temperatur in geeignete Gegenden des Mittelmeergebietes und vielleicht — jeden-

arten selbst und demgemäß auch die einzelnen steppenbewohnenden Genossenschaften sind bekanntlich sehr verschieden, wie die folgenden Listen darlegen. Das Klima und der Boden der Steppe sind im allgemeinen trocken; die Vegetation im heißen Sommer pausierend. Die Steppenpflanzen selbst treten manchmal nur in kleineren Flecken unter anderen Formationen auf; unter geeigneten Umständen jedoch vereinigen sie sich zu großen zusammenhängenden Steppenformationen.

* A. Penck, Entwickl. d. Flora Europas seit der Tertiärzeit. Wiss. Ergebn. d. intern. botan. Kongr. Wien 1905; M. Ch. Jerosch, Geschichte u. Herkunft d. Schweiz. Alpenfl. 1903. In diesen Arbeiten, besonders in der letzteren ist auch die einschlägige Literatur ausführlich angegeben.

falls aber zum sehr geringen Teile — nach Nordafrika zurück, um von hier sodann wieder nordwärts vorzustoßen.

Diese in großen Zügen geschilderte Entwicklungsgeschichte der Flora des Beckens der Karpathen ergibt sich zweifellos aus den angeführten Angaben, sowie auch aus dem Beweismaterial und den Ableitungen ENGLERS*; desto auffallender ist es, daß besonders die Flora des Alföldes sozusagen gewohnheitsmäßig dennoch von der Flora der südrussischen Steppen abgeleitet wird.

Forscht man nach der Begründung dieser Ableitung, so findet man, daß diese Auffassung auf Grund zahlreicher übereinstimmender Arten des Alföldes und der südrussischen Steppen, besonders nach KERNER in der Literatur Boden gewonnen hat. Meiner Meinung nach wurde aber diese Frage von Haus aus nicht mit der Aufmerksamkeit behandelt, wie es eine wohlbegründete Schlußfolgerung erfordert hätte. In seiner Entwicklungsgeschichte folgerte ENGLER aus den Arten der KERNERschen *„Pollinia"*, *„Stipa"* und *„Bromus"*-Formationen. Die betreffenden, von KERNER angegebenen Aufzählungen sind jedoch nicht geeignet, Schlußfolgerungen über die Entwickelungsgeschichte der Flora unseres Alföldes ausschließlich zu gestatten, denn es ist außer der von KERNER zusammengefaßten eine ansehnliche Reihe sehr wichtiger Arten in Betracht zu ziehen; so: *Hordeum Gussoneanum*, *Atropis distans*, *Festuca vaginata*, *Festuca pseudovina*, *Festuca valesiaca*, *Festuca sulcata*, *Heleochloa explicata*, *Heleochloa schoenoides*, *Crypsis aculeata*, *Scirpus maritimus*, *Chenopodium glaucum*, *Camphorosma ovatum*, *Plantago arenaria*, *Plantago maritima*, *Aster pannonicus*, *Artemisia monogyna* etc. etc. Zweitens aber enthält die Serie von KERNER eine Reihe von Arten, die für das Alföld von gar keiner pflanzengeographischer Bedeutung sind; so z. B. *Coronilla varia*, mehrere *Orchis*, *Gymnadenia*, *Filipendula hexapetala*, *Verbascum phoeniceum*, *Leucanthemum vulgare* etc. sind absolut nicht charakteristisch und für entwickelungsgeschichtliche Folgerungen ohne Bedeutung. Ferner kann bei dem Vorkommen eines Teiles der angeführten und nicht angeführten Arten in den südrussischen Steppen der Umstand nicht außer Acht gelassen werden, daß sie größtenteils auch in Westeuropa bis nach Spanien hin verbreitet sind und

* A. ENGLER 7 1879.

in die südrussischen Steppen der oben bezeichneten Richtung entlang wandernd aus den südlichen Teilen Europas gelangt sind und nicht umgekehrt. Endlich darf man nicht außer Acht lassen, daß in der Flora der südrussischen Steppen eine große Anzahl orientalischer Arten vertreten ist, die bei uns nicht vorkommen und welche der Flora der südrussischen Steppen einen völlig abweichenden Charakter verleihen. Alles dies reiflich erwägend, wird man die Ableitung der Flora des Beckens der Karpathen von der der südrussischen Steppen mit Recht in Zweifel ziehen müssen und die Aufgabe des nächsten Kapitels wird eben deshalb darin bestehen, ausschließlich diese Frage zu klären.

2. Das wechselseitige Verhältnis der Flora der südrussischen Steppen und des Karpathenbeckens.*

Engler vereinigt in seinem Syllabus als „pontische Provinz" unsere Alfölder und pannonische Unterzone, die kroatische Ebene, die syrmische Unterzone, das rumänische Gebiet und die südrussischen Steppen, worin auch die nördlich vom Kaspischen Meer gelegenen Steppen mit inbegriffen sind. Um in die pflanzengeographischen Verhältnisse dieser Provinz einen Einblick zu gewinnen, müssen wir unser Augenmerk einesteils der Flora der ostwärts bis in die Gegend des Altaigebirges ausgedehnten Kirgisensteppen, ja auch den dschungarischen Steppen zuwenden, deren Arten sich im Pleistozän in den östlich vom Kaspischen Meer gelegenen, eisfreien Gebieten erhalten konnten. Anderenteils müssen wir aber unsere Aufmerksamkeit auf die von dieser Provinz

* Seit dem Erscheinen der ungarischen Ausgabe dieser Arbeit, deren Inhalt in dieser deutschen Übersetzung mit einigen unbedeutenden Abänderungen wiedergegeben sei, habe ich die Steppen Südrußlands während einer zweieinhalbmonatlichen Reise durchforscht. Die Ergebnisse dieser Reise weisen bezüglich vieler Detailfragen viel Wichtiges und Interessantes auf, diese werde ich in dieser Übersetzung nicht berühren, sondern nur später mit eingehenderen Enumerationen zusammenfassend mitteilen. Es sei jedoch bemerkt, daß die auf Grund literarischer Angaben in der ungarischen Ausgabe dieser Schrift festgestellten entwickelungsgeschichtlich-pflanzengeographischen Grundzüge auch durch meine Reise ihre volle Bestätigung fanden.

westlich gelegene mittel- und südeuropäische Flora ausdehnen, deren Arten im Pleistozän hauptsächlich in den eisfreien mittleren und südlichen Teilen Europas Zufluchtsorte fanden.

Unter den Pflanzen der östlich vom Kaspischen Meere gelegenen Gebiete fallen vor allem die bei uns vollkommen fehlenden und größtenteils monotypischen oder nur wenige Arten zählenden Gattungen* wie *Girgensohnia*, *Ceratocarpus*, *Citharelonia*, *Streptoloma*, *Lachnoloma*, *Stroganovia*, *Halimodendron*, *Miltianthus*, *Muretia*, *Suchtelenia*, *Dodartia*, *Cymbaria* in die Augen.

Diese Gattungen sind zweifellos asiatischen Ursprungs und weisen auf ein zentrales Gebiet hin, dessen westliche Ausstrahlungen wir verfolgen müssen, um das Gebiet der in Südeuropa heimischen Steppenflora von demselben zu scheiden. Ein großer Teil dieser Gattungen selbst dringt nach Westen nicht weit vor, sie werden jedoch von Pflanzenarten begleitet, deren Gattungen zwar in den Steppen Westeuropas nicht fehlen, die aber selbst östlichen Ursprungs und sich weiter nach Westen verbreitend geeignet sind, das östliche Steppengebiet uns zu bezeichnen. Als solche bieten sich in erster Reihe die für die asiatischen Steppen charakteristischen *Astragalus*-Arten. Ledebour führt aus den asiatischen Steppen, besonders aber den kirgisischen und dschungarischen und im allgemeinen den östlich vom Kaspischen Meer gelegenen Steppen etwa 70 *Astragalus*-Arten an, die als Charakterpflanzen dieser Steppen betrachtet werden können. Ihre Zahl nimmt gegen Westen stetig ab. Nach *Astragalus* hebe ich hier die Gattung *Caragana* hervor, wovon acht Arten in den Steppen der Umgebung des Altaigebirges verbreitet sind. Westwärts dringen diese noch weniger vor, als die *Astragalus*-Arten, bloß *Caragana frutex* gelangt bis Podolien. Von den Arten der so oft betonten Gattung *Stipa* kommen in den Steppen östlich des Kaspischen Meeres außer den auch bei uns heimischen drei Arten besonders *St. sibirica*, *St. consanguinea*, *St. Richteriana*, *St. barbata*, *St. splendens*, *St. caragana* vor als Arten, deren postpleistozänes Ursprungsgebiet ebenfalls in Asien zu suchen ist.

Die erwähnten fremden Gattungen, sowie die angeführten *Astragalus-*, *Caragana-* und *Stipa*-Arten sind von einer großen Reihe

* Grisebach **11**, 1. 481; Ledebour **14**; Boissier **3**.

solcher Arten begleitet, welche für die asiatischen Steppen charakteristisch sind und den europäischen Steppen größtenteils fehlen; die Zahl derselben nimmt gegen Westen, ähnlich den vorigen, ebenfalls ab. Die Steppen nördlich und nordwestlich des Kaspischen Meeres zeigen sich zwar bereits als Übergangsgebiete, sind aber noch immer in stattlicher Anzahl von Arten bevölkert, die der Flora der westeuropäischen Steppen fehlen. Als solche Arten sind aus der Enumeration von A. KRASSNOFF* folgende hervorzuheben:

1. **Wermuthsteppen.** *Triticum orientale, T. prostratum, Allium caspium, Tulipa Gesneriana, Atraphaxis spinosa, Anabasis aphylla, Kochia hyssopifolia, Ceratocarpus arenarius, Salsola brachiata, S. laricina, Dianthus rigidus, Delphinium divaricatum, Ranunculus polyrhizos, R. oxyspermus, Papaver arenarium, Chorispora tenella, Lepidium micranthum, Malcolmia contortuplicata, Erysimum versicolor, Alyssum Fischerianum, Potentilla bifurca, Astragalus physodes, A. testiculatus, A. vulpinus, A. rupifragus, A. dolichophyllus, Alhagi camelorum, Ferula caspica, Rindera tetraspis, Onosma tinctorium, Linaria macroura, Aster divaricatus, Carduus uncinatus, Achillea Gerberi, Artemisia frigida.*

2. **Sandsteppen nördlich des Kaspischen Meeres.** *Elymus sabulosus, Calligonum Pallasia, Agriophyllum arenarium, Silene wolgensis, Erysinum sessiliflorum, Astragalus longiflorus, Myricaria davurica, Thymus odoratissimus, Cephalaria tatarica, J. linearifolia, J. polyclonos, Chondrilla graminea.*

3. **Salzsteppen.** *Asparagus trichophyllus, Rumex Marschallianus, Polygonum salsugineum, Halimocnemis glauca, H. monandra, Suaeda acuminata, Salsola clavifolia, S. crassa, S. lanata, Gypsophila trichotoma, Lepidium coronopifolium, Melilotus ruthenicus, Nitraria Schoberi, Inula caspica, Centaurea glastifolia, C. picris, C. salina.*

4. **Tschernosemsteppen.** *Silene procumbens, Calophaca wolgarica, Erodium Hoefftianum, Ferula tatarica, Castillea pallida***, Centaurea trichocephala.*

---

* A. KRASSNOFF, Geobotanische Unters. in den Kalmükensteppen, Nachricht. d. Kais. Russ. Geogr. Ges. 1886. Ref. ENGLERS Jahrb. 1889, Literaturber. p. 53.

** In den Kalmückensteppen fraglich, in den Kirgisensteppen südlich von Orenburg jedoch bestimmt vorkommend.

KRASSNOFFs Enumerationen bieten ein genügend charakteristisches Bild der Flora der Kalmükensteppen, in welcher außer den hier angeführten bei uns fehlenden Arten auch noch die westeuropäischen und so auch im Alföld vorkommenden Pflanzen in stattlicher Anzahl (30—80%) vertreten sind und zwar in größter Anzahl in den Tschernosem (schwarze Erde)-Steppen, am geringsten in den Salzsteppen.

Ein großer Teil der bei uns fehlenden Charakterpflanzen der Kalmükensteppen ist auch in den südrussischen Steppen allgemein verbreitet. Außerdem gibt es auch Arten, welche dem Becken der Karpathen zwar fehlen, aber in den südlichen und westlichen Teilen Europas verbreitet sind, wie z. B.: *Spergularia segetalis, Dianthus leptopetalus, Hypecoum pendulum, Hutschinsia procumbens, Halocnemum strobilaceum, Suaeda altissima, Frankenia hirsuta, Tamarix tetrandra, Statice caspia, Phlomis pungens, Convolvulus lineatus, Nonnea lutea, Ajuga chia, Teucrium polium, Lappula patula, Linaria odora*, Artemisia maritima, Mulgedium tataricum.*

Vergleicht man die Flora der weiter westlich vom Kaspischen Meere und nördlich vom Schwarzen Meere gelegenen Steppen mit derjenigen der westeuropäischen Steppen, so geht daraus hervor, daß nur wenige der östlichen Steppenpflanzen den Pruthfluß überschreiten. Im allgemeinen ist für eine pflanzengeographische Grenzlinie zwischen den mitteleuropäischen und den südrussischen Steppen der Pruthfluß, respektive dessen östliche Wasserscheide am geeignetsten. Vergleicht man also die Verhältnisse der westeuropäischen und der südrussischen Steppen, so besitzt unter Beachtung der bisher Erwähnten die Flora der Steppen östlich vom Pruthfluß, in der Umgebung des Dniestr, Dniepr und Don die größte Bedeutung.

Die ausführlichsten Angaben über dieses Gebiet enthält das Werk SCHMALHAUSENS (**19**). Wie aus diesen hervorgeht, spielen hier die östlichen Pflanzen den mitteleuropäischen Steppenpflanzen gegenüber eine große Rolle. Folgende Arten erreichen hier die Grenze ihrer westlichen Verbreitung: *Agropyrum dasyanthum,*

* Konnte sich von den russischen Steppen nach Preußen auch durch die Gebiete nördlich der Karpathen verbreiten.

A. desertorum, A. prostratum, Scirpus hamulosus (bis Bulg.), *Allium decipiens, Tulipa Biebersteiniana, Crocus speciosus, Atriplex verruciferum, Salsola collina, S. tamariscina, Cerastium nemorale, Arenaria cephalotes, A. rigida, A. longifolia, Silene sibirica, S. supina, Gypsophila glomerata, G. collina, G. altissima, G. trichotoma, Dianthus pseudoarmeria, D. campestris, D. humilis, D. squarrosus, Nigella segetalis, Delphinium hybridum (puniceum), Ranunculus polyrhizos, Leontice altaica, Corydalis Marschalliana, Sisymbrium toxophyllum, Brassica juncea, Cardamine tenera, C. quinquefolia, Draba repens*, Arabis pendula, Alyssum podolicum, Erysimum aureum, E. cretaceum, E. versicolor, E. leptostylum, E. sessiliflorum, E. siliculosum, Chorispora tenella, Clausia aprica, Potentilla bifurca, Trifolium ambiguum**, Caragana frutex, Oxytropis Pallasii, Astragalus albicaulis, A. tanaiticus, A. utriger, A. dolichophyllus, A. testiculatus, A. corniculatus, A. subulatus, A. pallescens, A. vimineus, Hedysarum grandiflorum, Vicia picta, Lathyrus incurvus, Evonymus nana, Peplis alternifolia, Lythrum borysthenicum, Trinia Henningii, T. Hoffmanni, Muretia lutea, Ferula tatarica, F. caspica, Palimbia salsa, Astrodaucus orientalis, A. littoralis, Goniolimon graminifolium, Statice caspia***, Rindera tetraspis, Lappula heteracanthum, Cynanchum Schmalhauseni, Rubia tatarica, Cephalaria tatarica, Achillea Gerberi, Chrysanthemum millefoliatum, Artemisia salsoloides, A. hololeuca, Senecio racemosus, Carduus uncinatus, Cirsium serrulatum, C. elodes, Saussurea amara, Jurinea linearifolia, J. stoechadifolia, J. polyclonos, J. ambigua, Serratula xeranthemoides, Centaurea salina, C. picris, C. glastifolia, C. trichocephala, C. Marschalliana, C. ovina, Scorzonera ensifolia.*

Die überwiegende Mehrheit dieser größtenteils steppenbewohnenden Arten dringt tief in das Innere Asiens, in die kirgisischen, sibirischen und dschungarischen Steppengebiete ein; gegen Westen hingegen überschreiten verhältnismäßig nur wenige oder nur unbedeutend den Pruthfluß, so daß dadurch die Trennung der

* Nur in den nördlicheren Teilen, im Osten und im Kaukasus.

** In Siebenbürgen zweifelhaft.

*** In den südrussischen Steppen bei Sarepta in den Kirgisensteppen usw. als Relikt noch tief im Binnenland vorkommend, hält sie sich in Südwesteuropa fest in der Littoralgegend.

Steppengebiete des mitteleuropäischen Bezirkes genügend begründet ist. Der Längenkreis des Pruthflusses wird von einigen der erwähnten Arten besonders in der Richtung von Dobrudscha überschritten. Dieselben verbreiten sich am Meeresstrande auch weiter nach Westen, sogar auch im Binnenland bis Serbien. Bei diesen Arten ist allerdings schwer zu entscheiden, ob sie zu den ausgesprochen östlichen oder jenen Pflanzenarten einzureihen sind, welche im Süden und Westen Eropas als Ureinwohner zu betrachten sind, dem Danubischen Florenbezirk jedoch ausweichend auch im Osten weit verbreitet sind. Speziell bezüglich jener Pflanzenarten, welche im Mediterranbezirk sich vom Schwarzen Meer über Dobrudscha nach Westen verbreiten, sei hier darauf hingewiesen, daß dieselben auf eine pflanzengeographische Gliederung des Mediterran-Florenbezirkes deuten. Diese Frage soll jedoch hier näher nicht erörtert werden. Für den Danubischen Florenbezirk ist ihre Verbreitung im Mediterranbezirk ohne Bedeutung, beziehungsweise sie tragen besonders insofern zur Charakterisierung der südrussischen Steppen und der Steppen des Danubischen Bezirkes bei, als sie, wie z. B. *Suaeda altissima*, *Statice caspia* usw. im Osten auch an von dem Meere weiter gelegenen Steppen, im Westen Europas jedoch nur im Mediterrangebiet meistens nicht weit vom Meere vorkommen, und den Steppen des Danubischen Bezirkes ganz fremd sind.

Die übrigen Florenbestandteile der südrussischen Steppen lassen sich in drei Gruppen teilen. Die ansehnlichste dieser Gruppen besteht aus Arten, die auch für die mittel- und westeuropäischen Steppen als typisch gelten. Solche Pflanzen der südrussischen Steppen sind die folgenden: *Tragus racemosus*, *Digitaria sanguinalis*, *Stipa pennata*, *S. capillata*, *Crypsis aculeata*, *Heleochloa explicata*, *H. schoenoides*, *Atropis distans*, *Festuca valesiaca*, *F. sulcata*, *Bromus tectorum*, *B. mollis*, *B. arvensis*, *Haynaldia villosa*, *Scirpus maritimus*, *Chenopodium glaucum*, *Salsola kali*, *Silene conica*, *Gypsophila fastigiata*, *Astragalus excapus*, *A. vesicarius*, *A. austriacus*, *Tribulus terrestris*, *Trinia glauca*, *Plantago maritima*, *Plantago arenaria*, etc.

Aus solchen Arten bestehen zugleich 75—80 % der charakteristischen Steppenpflanzen des Alföldes und des ostungarischen

Beckens. Die Bedeutung dieser nimmt jedoch ostwärts jenseits des Pruth den charakteristischen Florenbestandteilen der südrussischen Steppen gegenüber stetig ab.

In die zweite Gruppe der südrussischen Steppenpflanzen gehören die Arten, die zwar auch im Alföld und im ostungarischen Becken vorkommen, aber hier die westliche Grenze ihrer Verbreitung erreichen oder nur wenig weiter westwärts gehen. Solche Arten sind: *Stipa Lessingiana, Secale fragile, Crocus reticulatus, Iris variegata, I. arenaria, Polygonum arenarium, Camphorosma ovatum, Corispermum nitidum, C. canescens, Alsine glomerata, Silene longiflora, Gypsophila paniculata, Dianthus polymorphus, Paeonia tenuifolia, Ranunculus pedatus, Syrenia angustifolia, Cytisus austriacus, Astragalus virgatus, A. asper, A. dasyanthus, Ruta suaveolens, Trinia Kitaibelii, Peucedanum arenarium, Vinca herbacea, Achillea pectinata, Artemisia latifolia, Jurinea mollis, Scorzonera stricta.*

Diese Arten sind von großer Bedeutung erstens deshalb, weil sie einen Zusammenhang zwischen der Flora der beiden Becken der Karpathen und der südrussischen Steppen verraten; zweitens aber, weil sie eine pflanzengeographische Abgrenzung dieser Becken gegen den Westen zu begründen. Die vorhin erwähnte Beziehung zu den südrussischen Steppen wird durch diese Arten bis zu einem gewissen Maße als zweifellos dargelegt. Von entwicklungsgeschichtlichem Gesichtspunkte ist es aber bei der Beurteilung dieses Umstandes von Wichtigkeit, daß sie sowie auch jene Arten, welche vom Südwesten Europas angefangen über ganz Südrußland bis zum weiten Osten verbreitet sind (s. S. 41—42), wenigstens größtenteils nicht von den südrussischen Steppen herstammen konnten, sondern schon zur Zeit der präpleistozänen und pleistozänen homostatischen Zustände in Westeuropa einheimisch waren. Anders ist es ja nicht denkbar; auf eine andere Auffassung könnte nur in dem Falle gedacht werden, wenn man annehmen würde, daß vor und während dem Pleistozän im westlichen Europa keine Steppen waren, oder daß diese keine oder eine andere Pflanzendecke besaßen als heute. Erstere Annahme ist deshalb unzulässig, weil uns die vorher erwähnten paläontologischen Beweise als zweifellos darstellen, daß im Becken der Karpathen, im Wiener

Becken, in den Ebenen nördlich vom Harz usw. in gewissen Perioden des Pleistozän typische steppenbewohnende Tiere gelebt haben; der zweiten aber kann entgegengehalten werden, daß durch die vorher ebenfalls erwähnten zahlreichen fossilen Pflanzenreste zweifellos nachgewiesen ist, daß die heutigen floristischen Verhältnisse an unserem Erdteil bereits schon vor dem Pleistozän vorhanden waren. Somit können die Arten der Steppenflora Westeuropas nicht von den südrussischen Steppen abstammen: sie sind schon von präpleistozänen Zeiten angefangen Ureinwohner der westlichen und besonders südwestlichen Ebenen, Hügelgeländen und Gebirgen Europas. Es kann sogar im Gegenteil behauptet werden, daß wenigstens ein großer Teil derselben ist umgekehrt, aus südwestlicher Richtung in die südrussischen Steppen eingewandert, um sich dort in stetig abnehmendem Verhältnis mit den östlichen Steppenpflanzen zu vermischen. Diese Annahme wird auch durch den Umstand erfordert, daß die südrussischen Steppen gegenüber jenen Teilen Westeuropas, welche zur Aufnahme von Steppenpflanzen geeignet sind, geologisch jünger sind, und daß somit im Pleistozän diese Steppengenossenschaft in den südeuropäischen und von den Karpathen umsäumten Steppen zu einer Zeit, wo die südrussischen Steppen zum größten Teile noch im Norden durch weit herabdringende Eismassen und im Süden durch tief einschneidende Meere bedeckt waren*, schon längst in Blüte stand. Die dazwischen liegenden eis- und wasserfreien Gebiete der südrussischen Ebene aber standen jedenfalls unter dem Einfluß der Eisströme und der Meere und waren somit zur Aufnahme der trockenes und warmes Klima beanspruchenden Steppenvegetation auch selbst nicht geeignet. Die gegenwärtige Vegetation eroberte sich dieses Gebiet jedenfalls mit dem Austrocknen des Bodens Schritt haltend in einer homostatischen Interglazialperiode oder erst im Postpleistozän, als nach der allgemeinen Wanderungsrichtung der Pflanzen die orientalischen Steppenpflanzen aus den westlichen Teilen Asiens und dem Kaukasus und die westeuropäischen Steppenarten aus Süd- und Südwesteuropa dahin vordran-

* Nehring, Tundren und Steppen, p. 231; J. Paczoski, Entwickelung d. Flora in Südwestrußland, 1910 (Karte).

gen.* Dabei ist es jedoch nicht ausgeschlossen, daß aus den südrussischen Steppengebieten spätere Einwanderungen nach Mitteleuropa nnd besonders nach Nordeuropa stattgefunden haben, jedoch wahrscheinlich in einer verhältnismäßig nur geringen Zahl von Fällen. Solche Pflanzen östlichen Ursprunges sind möglicherweise: *Carex loliacea, Corispermum intermedium, Stellaria crassifolia, Rosa acicularis, Trifolium lupinaster, Lathyrus pisiformis, Cenolophium Fischeri, Galium trifidum, Bidens radiatus, Petasites tomentosus* und andere Arten, die hauptsächlich in den nördlichen Teilen Europas, also in solchem Gebiet verbreitet sind, welches später von der Eisdecke frei wurde als die südrussischen Steppengebiete. Wir können wenigstens annehmen, daß diese nordwesteuropäischen Florenbestandteile möglicherweise aus dem Osten stammen. Die Annahme jedoch, daß die Vegetation der südlicheren Steppen Europas von den nördlicheren und jüngeren südrussischen Steppen, mit einer der postpleistozänen allgemeinen Wanderungsrichtung der Pflanzen entgegengesetzten Tendenz aus Nordosten herstammen soll, hat durchaus keine Berechtigung. Dafür sprechen übrigens nicht nur das Erwähnte, sondern auch die Verbreitungsverhältnisse mehrerer südeuropäischer zugleich aber auch im fernen Osten verbreiteten Arten, welche in Südwesteuropa nur mehr sporadisch auftreten und von welchen wir jedoch mit Recht annehmen können, daß sie im Pleistozän in Mittel- und Südeuropa eine größere Verbreitung besessen haben. Solche Arten sind z. B. *Suaeda altissima, Alyssum linifolium, Rhododendron ponticum, Convolvulus lineatus* und andere, die im südwestlichen Europa nur an einigen Stellen und dann mit größeren Unterbrechungen nur im Osten vorkommen, also in Südwesteuropa aus den homostatischen Zuständen vor und während des Pleistozäns zurückgebliebene Reliktenarten repräsentieren. Als solche müssen wir in der ungarischen Flora z. B. *Ferula Sadleriana* und *Artemisia latifolia*** betrachten, welche zu größerer Verbreitung bei uns nicht mehr fähig sind und auf keinen Fall von Osten

* Inwiefern der Kaukasus und seine Umgebung im Pleistozän als Zufluchtsort solcher Steppenpflanzen, welche auch im Westen vorkommen, dienen konnte, soll in diesem Aufsatz unberührt bleiben.

** J. Wagner, Magy. Bot. Lap. 1911, p. 2.

nach Südwesten vordringende Arten darstellen, sondern umgekehrt bei uns die letzten Nachzügler ostwärts gewanderter, beziehentlich nur im Osten erhalten gebliebener Arten sind.

Das über den Ursprung der mittel- und südeurepäischen Steppenpflanzen Ausgeführte wird durch die Angaben Paczoskis (**17**, p. 421—430, und die daran anschließenden Aufzählungen) bezüglich der Entwicklungsgeschichte der Flora von Südwestrußland bestätigt, auf Grund deren er nachweist, daß bereits die Flora der Dniestr- und Pruthgegenden zum großen Teil westlichen (wie wir annehmen müssen, hauptsächlich südwestlichen) Ursprungs ist, weshalb er auch die Hypothese der aus dem Osten angenommenen Pflanzenwanderung für unbegründet hält. Er führt aus Südrußland von der podolischen Hochebene 287 Pflanzen, größtenteils Steppenbewohner an (p. 353—355), welche unzweifelhaft westlichen Ursprungs sind und nur 135 solche, die von Osten stammen; von der nördlicheren Ebene (Poljesje) 244 westliche und nur 56 östliche; von den südlicheren Steppen in der Gegend des Schwarzen Meeres erwähnt er 33 charakteristische westliche und 67 östliche Steppenpflanzen (p. 360—362), was kurz zusammengefaßt dafür spricht, daß in den südrussischen Steppen die westliche Flora eine bedeutende Rolle spielt und die östlichen Steppenpflanzen hier bereits in den Hintergrund treten.

Daß die Flora der Pruth- und Dniestrgegend vermöge ihrer orientalischen Arten von der unseren noch immer wesentlich abweicht, habe ich oben nachgewiesen und zugleich in Übereinstimmung mit Paczoski erwähnt, daß dabei hier auch noch west- und südeuropäische Pflanzen reichlich vorhanden, also auch die westlichen Beziehungen unverkennbar sind. Unter solchen Umständen muß, glaube ich, jedermann einsehen, daß man die Flora des noch weiter westlich gelegenen und dabei durch die mächtige Kette der Karpathen gegen Osten und Nordost abgesperrten Alföldes und des ostungarischen Beckens nicht aus der Flora der südrussischen Steppen ableiten kann.* Daß dabei hier und da einzelne

* Grisebach (**11** I. p. 224; auf p. 155 und 156 mit gewissem Vorbehalt, wie es auch Borbás getan hat, Pallas Lexikon XII. p. 921); Drude (**6** p. 380);

Arten, an deren Verhalten der ruderale Charakter oft auffällig zu erkennen ist, wie einzelne unserer in neuerer Zeit eingewanderten und eingeschleppten Pflanzen*, auch in früheren Zeiten aus den südrussischen Steppen eingewandert sein mögen, ändert nichts an den obigen Tatsachen.

Auf Grund der oben angeführten Florenlisten sowie der außerdem genau in Betracht gezogenen gesamten Floren und der daran geknüpften entwicklungsgeschichtlichen Folgerungen nehme ich die Umgebung des Pruthflusses, beziehentlich dessen östliche Wasserscheide als Grenze der östlichen Steppenpflanzen und zugleich als Grenzlinie zwischen dem mitteleuropäischen und südrussischen Bezirk an. Diese Grenzlinie kann jedoch schon deshalb keine scharfe Bruchlinie bilden, da an ihren beiden Seiten sich ökologisch gleiche Gebiete ausbreiten. In ökologischer Hinsicht bildet sie höchstens insofern eine Scheidewand, als die westlich davon gelegenen moldauischen Steppen bereits gänzlich außer dem Wirkungskreise des Schwarzen Meeres liegen.

I. Mitteleuropäischer Bezirk.

A) Danubische Zone.

Westlich von der am Pruthfluß gezogenen Florenscheide läßt sich eine große zusammenhängende Zone feststellen, die im Gegensatz zu den südrussischen Steppen durch westeuropäische Steppenpflanzen charakterisiert ist. Dies ist die Danubische Zone, welche die rumänische, ostkarpathische, die Alföld-, die pannonische und syrmische Unterzonen umfaßt. Die Flora der Steppengebiete dieser Unterzonen, namentlich der Moldau und von Rumänien, ferner des ungarischen Alföldes, der tiefer gelegenen Teile jenseits der Donau, des Kleinen Alföldes und des Siebenbürgischen Beckens stimmt so auffallend überein, daß die Zusammenfassung dieser Gebiete nicht nur auf Grundlage der vorausgeschickten entwicklungsgeschichtlichen Momente, sondern auch auf rein statistischer Grundlage berechtigt ist.

Engler (7 p. 187 mit der Bemerkung, daß beide Floren von Süden stammen); Kerner (12, 13); Pax (18 II p. 43); Warming (24 p. 256); etc.

* K. Schilberszky, Földr. Közlem. 1891.

Es erscheint im ersten Augenblick sonderbar, daß die danubische Zone auch die das Siebenbürgische Becken umfassenden Gebirgszüge einbegreift. Dieses Bergland bildet jedoch erstens bloß eine ökologische Insel der danubischen Zone, die rings von Steppengebieten umgeben ist, zweitens ist es durch die östlichen und südlichen Beziehungen seiner Flora, sowie durch seinen auffallenden Endemismus* von den nördlichen Karpathen und ebenfalls durch seinen Endemismus wie durch das Fehlen zahlreicher Balkanpflanzen auch von der Gebirgsgegend des Balkan wesentlich verschieden. Drittens endlich umschließt es ein Becken, dessen Flora den Charakter der danubischen Steppenflora aufweist. Es erscheint demnach am natürlichsten, dasselbe als Unterzone der östlichen Karpathen in die danubische Zone einzureihen.

Durch die Grenzen der danubischen Zone werden im Norden, Westen und Süden von dem ungarischen Gebiet dem mitteleuropäischen Bezirk angeschlossen: die Zone der nördlichen Karpathen, als besondere Zone; an die alpine Zone das Bergland in den westlichen Teilen jenseits der Donau; an die illyrische Zone die kroatisch-slavonische und die Karst-Unterzone; dagegen dem ungarischen Gebiet werden angeschlossen: an der südlichen Grenze des Alföldes die syrmische und im Osten die rumänische Unterzone.

Die Grenzlinie der danubischen Zone besitzt als Florenscheide in ihren verschiedenen Teilen allerdings einen verschiedenen Wert. Ein ziemlich allmählicher ist der Übergang z. B. im Süden zwischen derselben und der mösischen Unterzone in der Umgebung der Donauenge. Die Bedeutung der einzelnen Teile wird weiter unten durch die Charakteristik der betreffenden Unterzonen beleuchtet. Hier möchte ich nur außer dem bereits von der Florenscheide bei dem Pruth Erwähnten nur noch hervorheben, daß die Trennung der danubischen Zone einesteils durch die Pflanzen begründet wird, die die westliche Grenze derselben überhaupt nicht oder nur wenig überschreiten (vgl. S. 48). Ihre nördliche und südliche Grenze ist andernteils durch das Alföld als ökologische Einheit gegeben, als ein Gebiet, das die westeuropä-

* L. Simonkai, **20**, p. 19.

ischen Steppenpflanzen auf einer ausgedehnten Fläche zu einer charakteristischen Genossenschaft vereinigt, und sowohl von den nördlichen Karpathen, als auch von den Berglanden der illyrischen Zone auffällig abweicht.

1. **Rumänische Unterzone.** Soweit sich auf Grund des Werkes von GRECESCU (**10**), ferner aus den Arbeiten von BOISSIER (**3**), LEDEBOUR (**14**) und ADAMOVIĆ (**1**) feststellen läßt, enthält diese Unterzone unter rund 300 charakteristischeren Steppenpflanzen etwa 40 Arten, die in den übrigen Gebieten der danubischen Zone nicht vorkommen. Diese zerfallen in zwei Gruppen:

1. Arten, die nur gegen die südrussischen Steppen verbreitet sind, wie *Ranunculus oxyspermus, Chorispora tenella, Alyssum minutum, Dianthus campestris, D. capitatus, Gypsophila glomerata, Silene wolgensis, Ceratocarpus arenarius, Astragalus ponticus* etc.; 2. die in den übrigen Gebieten der danubischen Zone fehlen, im Süden und Westen aber vorkommen, wie *Cynanchum acutum, Periploca graeca, Verbascum crenatifolium, Teucrium polium, Ornithogalum tenuifolium, Potentilla taurica, Pimpinella tragium* etc.

Durch das Eindringen der genannten Pflanzen aus den südrussischen Steppen und den Mittelmeergebieten in die rumänische Unterzone ist das Vorgehen berechtigt, dieses Gebiet als besondere Unterzone der danubischen Zone zu betrachten. Dies wird aber auch aus entwicklungsgeschichtlichen Gründen verständlich, da diese Gegend infolge der auf langen Strecken bestehenden unmittelbaren Berührung mit den südrussischen Steppen, den Ufergebieten der Dobrudscha und der mösischen Unterzone zur Aufnahme fremder Arten sehr geeignet ist.

2. **Die Unterzone des Alföldes.** Diese Unterzone erhielt ihre Pflanzendecke in der postpleistozänen Zeit vorwiegend aus dem Süden und Südwesten Europas, woselbst die betreffenden Pflanzenarten sich teils an kleineren Steppen, teils aber in den Gebirgen aufhielten. Solche Arten sind in erster Reihe die, deren Verbreitungsgebiet gegen Osten über die Grenzen der danubischen Zone in der Richtung der südrussischen Steppen nicht oder nur wenig hinübergreift, wie: *Hordeum Gussoneanum, Elymus caput medusae, Pollinia gryllus, Ornithogalum narbonense, Spiranthes autumnalis, Euphorbia verrucosa, Galium pedemontanum, Saxifraga*

bulbifera, *Bupleurum tenuissimum*, *Dorycnium germanicum*, *Alkanna tinctoria* etc.* Wenn auch diese Gruppe und noch andere hierher gehörende Arten ihr Verbreitungsgebiet über die östliche Grenze des Alföldes und der danubischen Zone hinaus ausdehnen, so fehlen sie doch wenigstens größtenteils den südrussischen Steppen. Da ihr Verbreitungsgebiet andererseits beinahe bis Spanien reicht, sind es unzweifelhaft typische Arten der südwesteuropäischen Steppen. Das Gros der charakteristischen Vegetation des Alföldes ist in ganz West- und Südeuropa heimisch und dabei auch in den südrussischen Steppen verbreitet, natürlich schwindet, je weiter wir ostwärts gehen, die Bedeutung derselben gegenüber den charakteristischen östlichen Pflanzenarten der südrussischen Steppen von Schritt zu Schritt. Solche westliche Arten sind die auf S. 47 angeführten und aus solchen bestehen etwa 75—80% der Vegetation des Alföldes. Dabei gedeihen im Alföld und teilweise auch in der pannonischen Unterzone zahlreiche Arten, deren Verbreitungsgebiet sich von den südrussischen Steppen nur bis hierher erstreckt oder welche die westliche Grenze der danubischen Zone nur wenig überschreiten. Diese Arten verleihen zugleich der westlichen Grenze der danubischen Zone ihre Bedeutung. Solche Arten sind auf S. 48 angeführt.

Wie ich bereits dargelegt habe, ist es möglich, daß die eine oder andere der „östlichen" Arten des Alföldes tatsächlich aus den südrussischen Steppen zu uns gelangt ist. Ein großer Teil derselben aber hat sich im Pleistozän zweifellos auf der Balkanhalbinsel und im allgemeinen in den südlichen und südwestlichen Teilen Europas erhalten, um von hier in die Steppen der danu-

* Sehr interessante und für die Entwickelungsgeschichte der hier behandelten Steppenfloren sehr wichtige Daten versprechen uns die Verbreitungsverhältnisse der verschiedenen Formen der *Festuca ovina*-Gruppe. Die Auffassung und Aufzählung derselben in den verschiedenen Florenwerken ist jedoch eine so verschiedene, daß man die Verbreitung der einzelnen auf literarischer Grundlage nicht feststellen kann. Dieselben müssen zuerst auf das ganze ungarische und südrussische Steppengebiet einheitlich bearbeitet werden, was ich aus meinen diesbezüglich speziell aufmerksam durchgeführten Sammlungen vorzunehmen beabsichtige.

bischen Zone und weiter in die südrussischen Steppen einzuwandern.

Bei der pflanzengeographischen Beurteilung des Alföldes ist dessen Baumvegetation von Wichtigkeit. BORBÁS (5) führt 103 Bäume und Sträucher aus dem Alföld an und wie BERNÁTSKY* ausführlich beschrieben hat, befinden sich in der Delibláter Sandsteppe, in den Inundationsgebieten der Donau besonders in den südlicheren Teilen, in der Umgebung der Maros und der Körös, in der Nyírség, zwischen der Donau und der Tisza usw. nicht nur vereinzelte Bäume und Baumgruppen, sondern auch zusammenhängende Gehölze. Früher in den der stufenweisen Austrocknung vorausgegangenen Zeiten mögen solche wohl reichlich vorhanden gewesen sein. Besonders wichtig ist der Umstand, daß sich bewaldete Partien nicht nur im feuchten Uferboden, sondern auch in dem trockeneren, sandigen Gelände vorfinden, wie z. B. die aus *Juniperus communis*, *Populus alba*, *Crataegus* etc. bestehenden Buschwaldungen der Bugaczer Puszta bei Kecskemét, oder die ebenso mit Gebüsch bestandenen Gebiete der Monorer Sandpuszten, in welche stellenweise hundertjährige Exemplare und Gruppen von *Quercus lanuginosa* Abwechslung bringen. Diese Baumart bildet auch kleinere Wälder und trägt, in zahlreiche Formen zergliedert im Alföld in jeder Beziehung die Merkmale der Ureingesessenheit an sich. In der Delibláter Sandsteppe kommen nach BERNÁTSKY folgende Baum- und Straucharten vor: *Juniperus communis*, *Quercus lanuginosa*, *Populus tremula*, *Populus nigra*, *Berberis vulgaris*, *Prunus mahaleb*, *Crataegus monogyna*, *Cotinus coggygria*, *Evonymus verrucosa*, *Evonymus europaea*, *Rhamnus frangula*, *Rhamnus tinctoria*, *Rhamnus cathartica*, *Tilia tomentosa*, *Ligustrum vulgare*, *Lonicera xylosteum*, *Viburnum lanthana*. Zu diesen kann ich noch *Fraxinus ornus*, *Celtis australis*, *Sorbus aucuparia* und *Acer campestre* hinzufügen.

Einige dieser Arten, wie *Juniperus communis*, *Populus tremula* sind Arten der borealen Flora, andere wie *Cotinus coggygria* und besonders *Tilia tomentosa*, *Quercus lanuginosa*, *Prunus mahaleb* etc. weisen auf südlichere Gegenden hin. Betreffs der

* L. BERNÁTSKY, Festschr. z. Aschersons 70. Geburtstage, 1904, p. 73.

Individuenzahl sind die letzteren im Übergewicht. Im allgemeinen müssen wir die Baumvegetation des Alföldes von dem Standpunkte aus betrachten, daß sie zur Zeit der präpleistozänen und pleistozänen homostatischen Zustände die das Alföld umgebenden Hügelgelände bedeckte und mit der sukzessiven Austrocknung des Alföldes tiefer vordringend sich daselbst ansiedelte.

Wie aus Reisebeschreibungen hervorgeht*, sind die südrussischen Steppen größtenteils völlig baumlos, somit für Baumvegetation ungeeignet. In dieser Beziehung besteht also zwischen den Steppen Ungarns und denen Südrußlands ein sehr wesentlicher Unterschied. Damit soll allerdings nicht behauptet werden, daß das südrussische Steppengebiet zugleich gänzlich baum- und strauchlos sei: kleinere Sträucher wie *Cytisus, Caragana, Spiraea, Prunus* etc. fehlen nur sehr ausnahmsweise und die Flußniederungen sind meistens bewaldet. Nöschel** führt von den Kirgisensteppen folgende Arten an: *Berberis vulgaris, Cotoneaster integerrima, Prunus cerasus, P. fruticosa, P. nana, Spiraea crenata, Caragana frutex*, ferner Weiden, Birken, Pappel und *Cytisus*-Arten. Middendorff*** bemerkt von den nördlicheren russischen Steppen, daß deren Charakterbäume *Pinus silvestris* und *Betula* seien, die sich am tiefsten in das Innere der Steppen vorwagen. Nazarow† schreibt über die Kirgisensteppen: je südlicher wir gehen, desto mehr verschwindet die schwarze Erde und der Ton, die Bäume verschwinden, und nur hier und da trifft man Weiden- und *Caragana*-Gebüsche an. Die Ebene ist von *Artemisia*-Arten bedeckt, die Hügel von *Stipa.*

Die Baum- und Strauchvegetation der westlicher liegenden südrussischen Steppen ist größtenteils sehr ärmlich, bloß den Flußläufen entlang entwickelt. In den nördlicher gelegenen Steppen dagegen findet man Baumvegetation, die sich aber ebenfalls nicht mit der des Alföldes vergleichen läßt, sondern mit ihren Nadel-

---

* Was ich nun jetzt auch auf Grundlage eigener Erfahrung bestätigen kann. S. auch die Anmerkung auf Seite 42.

** Nöschel, Beitr. z. Kenntn. d. Russischen Reichs. Bd. 18 p. 117—196.

*** Middendorff, Sibirische Reise. Bd. IV. 1874, p. 565, 750.

† Nazarow, Rech. zool. des Steppes des Kirguiz, Bull. Nat. 1876, p. 351.

wäldern eher an die Flachlandwaldungen der Baltischen Gebiete erinnert.

3. Unterzone der Ost-Karpathen. Da ich die Bedeutung der danubischen Zone, der rumänischen Unterzone und der des Alföldes, sowie die Gründe ihrer Sonderung bereits eingehend besprochen habe, will ich mich bei Besprechung der weiteren Gliederung — in Anpassung an den mir zur Verfügung stehenden Raum — auf die wesentlichsten Punkte beschränken und besonders jene hervorheben, die oben noch nicht berührt worden sind.

Die Unterzone der östlichen Karpathen besitzt von den Steppen der Mezőség (Siebenbürger Becken) bis hinauf zu den bereits in der Region des ewigen Schnees liegenden alpinen Gebieten der Karpathen eine außerordentlich abwechslungsreiche Flora. Ein gemeinsamer Charakterzug dieser Flora ist bloß der, daß sie von sämtlichen umliegenden, namentlich von der rumänischen und mösischen Unterzone und der des Alföldes, sowie auch von der Zone der nördlichen Karpathen wesentlich abweicht.

Die Unterzone der östlichen Karpathen bildet ein morphologisch einheitliches Gebiet, das unterhalb der Höhe von 1200 m über dem Meeresspiegel von den Eisströmen größtenteils verschont blieb, so daß sich seine Flora ungestört entwickeln und ausgestalten konnte, je nachdem es der Wechsel der Perioden mit sich brachte, ohne also im Pleistozän ihre Vegetation vollständig zu verändern. Einzelne Arten dieser Unterzone sind mit denen der südlicheren Gebirge gemeinschaftlich, andere mit den nordwestlichen, außerdem ist diese Unterzone durch ihren Endemismus und zahlreiche Reliktenarten charakterisiert, die zum Teil zweifellos bereits in dem präpleistozänen homostatischen Zustand, d. h. am Ende des Pliozän hier heimisch geworden sind.

Außer diesen vier Gruppen besteht die Vegetation dieser Unterzone aus den Pflanzenarten der mitteleuropäischen Wälder und Steppen, ferner aus einigen östlichen Arten, die hier die westliche Grenze ihres Verbreitungsgebietes erreichen, beziehungsweise die letzten Nachzügler einiger in und nach dem Pleistozän aus Südeuropa ostwärts gewanderter Arten darstellen.* Die zahlreichen,

* Über die Arten dieser Gruppen vergleiche Simonkai **20**, p. 1—30 und Pax, **18**, II p. 195 ff.

mit der mösischen Unterzone gemeinsamen Arten, wie *Juniperus sabina, Sesleria rigida, Orchis saccifera, Corylus colurna, Silene Lerchenfeldiana, Melandrium nemorale, Dianthus giganteus, Ranunculus crenatus, Arabis procurrens, Sempervivum Heuffelii, Saxifraga Rocheliana, Seseli rigidum, Bruckenthalia spiculifolia, Syringa vulgaris, Plantago gentianoides, Adenostyles orientalis, Buphthalmum speciosum, Achillea lingulata, Centaurea Kotschyana, Crepis viscidula* mit noch anderen balkanischen Arten charakterisieren auch außer den endemischen Arten die Unterzone der östlichen Karpathen zur Genüge, besonders den nördlichen Karpathen gegenüber. Sie zeigen auch die südlichen Beziehungen an, die gegen die der mösischen Unterzone benachbarten Teile zu immer kräftiger werden und auf dieser Strecke der Grenzlinie der danubischen Zone als Florenscheide für die unmittelbare Umgebung in gewissem Maße einen konventionellen Charakter verleihen.

4. **Syrmische Unterzone.** Ich folge der Einteilung von Adamović (**1**, p. 425) und dessen Begründung, indem ich das Bergland und die Ebenen südlich der Save und Donau ungefähr bis zur Linie Zvornik-Kragujevacz der danubischen Zone als Unterzone anschließe, die auf Grund ihrer zahlreichen mediterranen Arten, z. B. *Geranium asphodeloides, Paliurus australis, Cyclamen hederifolium, Celtis australis, Asparagus scaber* etc. und auch aus ökologischen Gründen vom Alföld getrennt werden muß.

5. **Pannonische Unterzone.** Die Flora dieser Unterzone weicht von der des Alföldes wesentlich ab, obwohl sich an der Ostseite keine scharfe Grenze ziehen läßt, sondern der Übergang ein stufenweiser ist. Vom entwicklungsgeschichtlichen Gesichtspunkte besteht diese Flora aus drei Gruppen: Die Steppenflora gleichen Ursprungs mit der des Alföldes und von dieser nicht zu trennen, und in die westlichen Teile der Unterzone dringen auch Pflanzen aus der Zone der Alpen ein (vgl. Borbás **4**, p. 255). Gebirgselemente sind überhaupt häufig, z. B. *Botrychium matricariae, Asplenium septentrionale, Carex ericetorum, Nardus stricta, Luzula pilosa, Streptopus amplexifolius, Fagus silvatica, Melandrium rubrum, Dianthus superbus, Cardamine impatiens, Drosera rotundifolia, Chrysosplenium alternifolium, Saxifraga aizoon, Daphne cneorum, Angelica montana, Pirola minor, Vaccinium vitis idaea,*

V. oxycoccos, Andromeda polifolia, Calluna vulgaris, Mentha spicata, Scrophularia alata, die teils in den Ausläufern der Alpen zu finden sind, teils auf den Höhen des Gebirgszuges, der das Alföld vom Bakony bis zur Hegyalja umsäumt.* Bezüglich des Ursprunges derselben bestehen zwei Möglichkeiten: zum Teil sind sie in neuester Zeit aus den Alpen und den nördlichen Karpathen eingewandert, zum Teil aber sind es pleistozäne Überreste jener montanen und subalpinen Flora, die diesen Gebirgszug zur Zeit der Vergletscherung der Karpathen und Alpen bedeckte. Die Pflanzengenossenschaften dieses Berglandes bilden somit eine sehr interessante Gruppe, deren subborealen Arten sich am Rande des Alföldes einesteils mit südlichen Arten, wie *Paronychia cephalotes, Convolvulus cantabricus, Draba aizoon, Delphinium orientale, Caucalis latifolia, Campanula divergens, C. macrostachya, Medicago prostrata, Ceterach officinarum* etc. und mit den Steppenpflanzen des Alföldes mischen; anderenteils vereinigen sie sich auf den Anhöhen mit den montanen Arten zu einem eigenartigen Gemisch, das von der Vegetation sämtlicher umliegender Unterzonen auffällig abweicht.

Die pannonische Unterzone wurde bisher von der kroatisch-slavonischen Unterzone und im allgemeinen von der illyrischen Zone in verschiedener Weise abgegrenzt.** Auf der beigefügten Karte habe ich die Grenzlinie auf Grund der Angaben von Beck (**2**) und Borbás (**4**) gezogen. Der Übergang ist in der Umgebung der Drau jedenfalls ein allmählicher; wesentlichere ökologische Abweichungen beginnen erst an den Abhängen des Bilo und Papuk, weshalb sich hier die geeignetste Linie für eine Florenscheide darbietet, die beinahe mit der nördlichen Grenze der „Pannonischen Eichenregion" Becks (**2**, 2. Karte) zusammenfällt. Die Flora der von dieser Linie nördlich und südlich liegenden Unterzonen zeigt ziemlich wesentliche Unterschiede. So fehlen in der pannonischen Unterzone zum großen Teil die folgenden ziemlich charakteristischen Arten des kroatisch-slavonischen Berg-

---

* Vgl. Vrabélyi, Magy. Orv. Természetvizsg. vgy. Évk. 1868, p. 142. J. Prodan, Adatok a Bükk flórájához. Botan. Közl. 1909, p. 103.

** v. Borbás, **4**, p. 193. L. Simonkai, Botan. Közlem. 1910, p. 288.

landes: *Lilium carniolicum, Carpinus orientalis, Dianthus armeriaster, Helleborus atrorubens, H. odorus, Berberis aetnensis, Ribes pallidigemmum, Spiraea cana, Vicia oroboides, Cytisus alpinus, Acer obtusatum, Rhamnus fallax, Daphne Blagayana, Lonicera alpigena, L. caprifolia, L. glutinosa, Linum viscosum, Polygala Rossiana, Omphalodes verna, Digitalis ferruginea, D. laevigata, Odontites verna, O. canescens, Lamium orvala;* dem kroatisch-slavonischen Bergland hingegen fehlen von den Pflanzen der pannonischen Unterzone folgende Arten: *Sternbergia colchiciflora, Iris arenaria, Gypsophila arenaria, Prunus nana, Vicia sparsiflora, Seseli leucospermum, Ajuga Laxmanni, Gentiana carpaticola, Hieracium echioides* etc.* Läßt sich also auch zwischen den beiden Unterzonen keine sichere und scharfe Grenze ziehen, so sind doch die charakteristischen Gebiete der beiden Floren voneinander zu trennen, und ich bin der Ansicht, daß es aus entwicklungsgeschichtlichem Gesichtspunkt richtiger ist, das Draugebiet der pannonischen und zum Teil der Alföld-Unterzone, beziehentlich der danubischen Zone anzuschließen, als diese Linie bis an das Mecsekgebirge, oder sogar bis zum Balaton hinaufzuziehen.

B) Zone der Nordkarpathen.

Wie bereits A. Engler (**8**) und später Pax (**18**) ausgeführt haben, steht die Flora der nördlichen Karpathen teils mit der Flora der Sudeten, teils mit derjenigen der Alpen in Beziehung, ist jedoch von beiden wesentlich verschieden und weicht noch mehr von der Vegetation der Ostkarpathen ab. Die Aufzählungen, die Schneider und Sagorsky (Flora der Zentralkarpathen p. 74ff.) zur Vergleichung der Flora der Alpen, Sudeten und Nordkarpathen mitgeteilt haben, beweisen dies zur Genüge; ebenso tritt in dem von Pax (**18**, p. 51—104) zusammengestellten Ausweis, sowie aus den Angaben Simonkais (**20**, p. 21) die wesentliche Abweichung der Ostkarpathen zutage. Der Unterschied in der Flora der Nord- und Ostkarpathen ist teils auf ökologische, teils auf entwicklungsgeschichtliche Ursachen, der Unterschied der Nordkarpathen und der Sudeten auf den Umstand, daß letzteren

* Vgl. v. Borbás, **4**, p. 197ff.

die den alpinen Gebieten der Karpathen entsprechenden Hochgebirge und der Kalkstein fehlen, der Unterschied der Nordkarpathen und der Alpen wiederum hauptsächlich auf entwicklungsgeschichtliche Ursachen zurückzuführen. Die alpine und subalpine Flora der Nordkarpathen mag im homostatischen Zustand des Präpleistozäns derjenigen der Alpen ähnlicher gewesen sein, im Pleistozän wurde sie tiefer auf die Vorgebirge herabgedrängt und sie erlitt zweifellos auch Verluste, so daß sie in postpleistozäner Zeit die Höhen in geringerer Artenzahl wieder zurückeroberte. So fehlt aus den die alpinen Formationen bildenden Pflanzen in den nördlichen Karpathen *Rhododendron* und *Alnus viridis;* hingegen besitzen diese als Kennzeichen der isolierten Lage und selbständigen Entwicklung, als interessanten Endemismen: *Dianthus nitidus, Delphinium oxysepalum, Aquilegia Ulepitschii, Erysimum Wittmanni, Saxifraga perdurans, Daphne arbuscula, Chrysanthemum Zawadskyi,* deren Zahl zwar weit hinter derjenigen der endemischen Arten der Unterzone der Ostkarpathen zurücksteht, aber doch dafür spricht, daß in den Vorgebirgen der Nordkarpathen die Flora derselben im Pleistozän ungestört erhalten bleiben konnte.

C) Sarmatische Zone.

Diese Zone ist am Fuß des nördlichen Abhanges der Karpathen mit der vorigen benachbart, und zwar ist der angrenzende Teil die galizische Unterzone. Die Flora derselben weicht schon aus ökologischen Ursachen wesentlich von derjenigen der Karpathen ab. Charakteristisch* ist das Fehlen von *Larix, Pinus cembra* und der *Spiraea*-Arten; ferner ist sie durch die *Pinus silvestris*-Wälder, die sandige Heidenflora, die *Calluna*- und *Ledum*-Formation, die Tieflandmoore ausgezeichnet.

D) Zone der europäischen Mittelgebirge.

Von den zwei Unterzonen dieser Zone ist die der Sudeten mit der Zone der Nordkarpathen, die quadische Unterzone teils mit der pannonischen benachbart. In der Marchebene dringen die

---

* A. Kerner, 12, 13.

Steppenpflanzen der danubischen Zone weit nordwärts vor, demzufolge kann bei ihrer Abgrenzung in der Umgebung von Wien auf eine ausgesprochene Florenscheide nicht gedacht werden.

E) Alpine Zone.

Zwischen Wiener Neustadt und Varasd steht die norische Unterzone dieser Zone, welche sich über die Landesgrenze herein erstreckt, mit der pannonischen Unterzone in Berührung, weicht aber von dieser schon aus ökologischen Ursachen wesentlich ab und weist Beziehungen zu der Zone der Nordkarpathen auf.

F) Illyrische Zone.

Diese Zone steht mit der südlichen Grenze der danubischen Zone der ganzen Länge nach in Berührung. Den westlichen Teil bildet das „illyrische" oder von Beck (**2**) als „westpontisches" beschriebene Florengebiet, den östlichen Teil die von Adamović (**1**) umschriebene „mösische Zone". Die entwicklungsgeschichtliche Bedeutung dieses Gebietes habe ich bereits mehrfach berührt. Da es im Pleistozän größtenteils eisfrei war und besonders in den der Küste benachbarten Teilen ein milderes Klima besaß, hat diese Periode in seine Vegetation keine wesentlicheren Spuren hinterlassen; mit anderen Worten, seine heutige Flora ist ohne Unterbrechung bis auf den homostatischen Zustand zurückzuführen. Hier fand in den Eisperioden des Pleistozäns außerdem auch ein ansehnlicher Teil der mitteleuropäischen Steppenpflanzen eine Zuflucht, die nachher teilweise auch in die südrussischen Steppen eindrangen. Einzelne derselben, wie z. B. *Allium margaritaceum, Hyacinthus ciliatus, Halocnemum strobilaceum, Dianthus leptopetalus, D. capitatus, Ranunculus oxyspermus, Corydalis Marschalliana, Medicago scutellata, Althaea ficifolia, Frankenia pulverulenta, Tamarix tetrandra, Sium lancifolium, Statice caspia, Heliotropium suaveolens, Echinospermum barbatum, Asperula humifusa, Valeriana tuberosa, Achillea tomentosa, Centaurea diffusa, C. stereophylla, C. salonitana, Scorzonera mollis* und andere sind teilweise aus dieser Zone, teilweise aus den südlich und südwestlich benachbarten Teilen des mediterranen Bezirks, die danubische Zone höchstens in der rumänischen Unterzone berührend in die

südrussischen Steppengebiete eingewandert, da sie heute wenigstens aus dem ungarischen Reich fehlen oder höchstens als Eingeschleppte oder nur im ungarischen Küstengebiet vorkommen.

In ihrer Gesamtheit stellt also die Vegetation der illyrischen Zone die älteste der bisher besprochenen Vegetationen dar. Charakteristische Baum- und Straucharten derselben sind: *Juniperus oxycedrus, Pinus leucodermis, P. peuce, P. nigra, Picea omorica, Ostrya carpinifolia, Carpinus orientalis, Corylus colurna, Celtis australis, Prunus mahaleb, P. laurocerasus, Pirus amygdaliformis, Cytisus ramentaceus, Pistacia terebinthus, Evonymus latifolia, Acer obtusatum, A. monspessulanum, A. intermedium, Paliurus aculeatus, Daphne Blagayana, Rhododendron Kotschyi, Fraxinus ornus, F. oxyphylla, Syringa vulgaris, Viburnum maculatum, Lonicera glutinosa.*

Diese Zone läßt sich auf Grund der Angaben von Beck (2) und Adamović (1) in vier Unterzonen einteilen und zwar: in die Unterzone des Karstes, die Kroatisch-Slavonische, die Bosnisch-Herzegovinische und die Mösische Unterzone.

II. Mediterraner Bezirk.

Nach der Einteilung von Beck und Adamović gliedert sich der zu den oben beschriebenen Gebieten in unmittelbarer Beziehung stehende Teil dieses Bezirkes in folgende Unterzonen: 1. Istrisch-Dalmatische, 2. Süddalmatinische, 3. Albanische und 4. Rumelische Unterzone. Entwicklungsgeschichtlich steht derselbe mit der illyrischen Zone in innigem Zusammenhang. Ein Charakterzug jedoch, daß nämlich die charakteristischen Arten der immergrünen Macchien sich aus den Küstengebieten nicht weiter ausbreiten konnten, ist an den Bezirk gebunden. Als charakteristische Baum- und Straucharten sind: *Juniperus oxycedrus, Pinus halepensis, Ephedra*-Arten, *Quercus coccifera, Q. ilex, Clematis viticella, Laurus nobilis, Platanus orientalis, Crataegus pyracantha, Coronilla emeroides, Cercis siliquastrum, Pistacia terebinthus, Phillyrea media, Jasminum fruticans* usw. zu nennen, die zugleich größtenteils Arten der typischen Macchia-Genossenschaften bilden.

Mathem. u. Naturwiss. Ber. aus Ungarn. Bd. XXX.

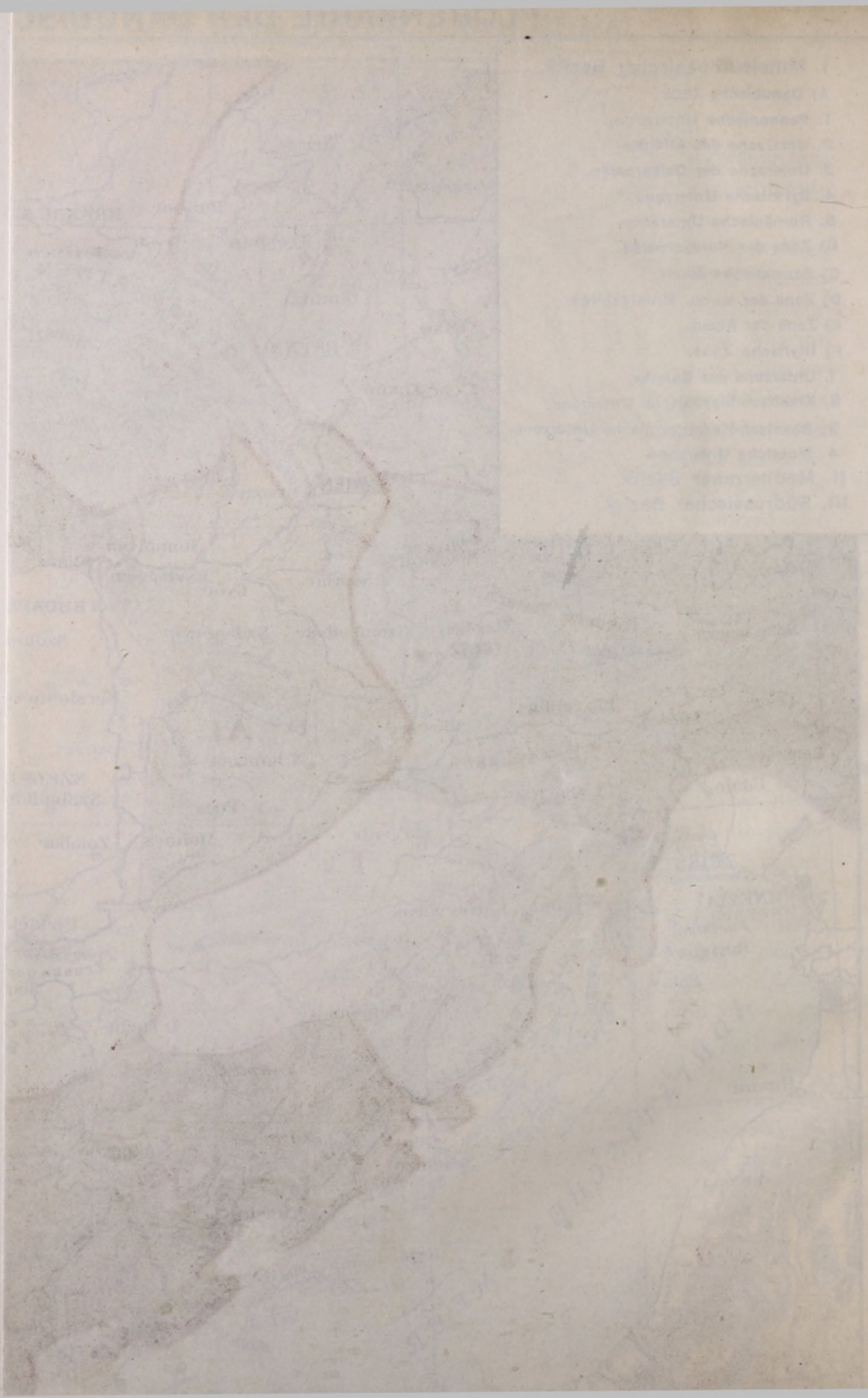
Tuzson, J.: Pflanzengeographische Karte

FLORENKARTE DER DANUBISCHEN ZONE UND IHRER UMGEBUNG.

I. Mitteleuropaeischer Bezirk.
A) Danubische Zone.
1. Pannonische Unterzone.
2. Unterzone des Alföldes.
3. Unterzone der Ostkarpaten.
4. Syrmische Unterzone.
5. Rumänische Unterzone.
B) Zone der Nordkarpaten.
C) Sarmatische Zone.
D) Zone der europ. Mittelgebirge.
E) Zone der Alpen.
F) Illyrische Zone.
1. Unterzone des Karstes.
2. Kroatisch-Slavonische Unterzone.
3. Bosnisch-Herzegovinische Unterzone.
4. Moesische Unterzone.
II. Mediterraner Bezirk.
III. Südrussischer Bezirk.

Entw. u. Gez. von Dr. Tuzson, J.

Maßstab 1:5 000 000



III. Südrussischer Bezirk.

Die entwicklungsgeschichtlichen Verhältnisse dieses Bezirkes habe ich bereits eingehend beschrieben. Bezüglich der Abgrenzung desselben konnte ich nichts weiter feststellen, als daß der Pruthfluß die zweckmäßigste Scheidelinie gegen den mitteleuropäischen Bezirk bildet. Zur Fortsetzung dieser Grenzlinie gegen Norden und Süden, respektive gegen Osten sind auf Autopsie beruhende Studien von nöten. Möglicherweise läßt sie sich im Norden von der Wasserscheide des Pruth neben dem Dniestr fortsetzen etwa bis Kolomea, von wo der weiteren Richtung die Linie gegen Brody zu entsprechen würde, die bereits KERNER (12. p. 216) als Scheide der baltischen und pontischen Flora angegeben hat. Im Süden scheint wenigstens die Dobrudscha mit dem südwest-russischen Küstengebiet floristisch in engerer Beziehung zu stehen. Mangels eingehenderer Angaben soll jedoch von der Besprechung der Gliederung des mediterranen Bezirkes bei dieser Gelegenheit Abstand genommen werden (siehe S. 47). Ostwärts erstreckt sich der südrussische Bezirk jedenfalls weit bis zur Gegend des Altaigebirges, dessen Teritorium jedoch sich floristisch in mehrere Zonen zergliedern läßt, wobei die Jergeni-Hügel und das Mugodschar-Gebirge als sehr wichtige Florenscheiden in Betracht zu kommen haben.

Verzeichnis der im Texte nur mit Nummern angegebenen Literatur.

1. ADAMOVIĆ, L., Die Vegetationsverhältnisse d. Balkanländer (Mösische Länder), ENGLER-DRUDE, Die Veget. d. Erde. Bd. XI, 1909.
2. BECK, G., Flora v. Süd-Bosnien u. d. angrenzenden Herzegowina, 1887 bis 1898.
3. BOISSIER, E., Flora orientalis, 1867—1884; Supplem. R. BUSER, 1888.
4. BORBÁS, V., Flórahatárok kereszteződése a Balaton mellékén. A Balaton flórája. (A Balaton tudományos tanulmányozásának eredményei, 1900, térképpel).
5. BORBÁS, V., A magyar homokpuszták növényvilága, 1886.
6. DRUDE, O., Pflanzengeographie, 1890.
7. ENGLER, A., Entwicklungsgeschichte, 1879—1882.
8. ENGLER, A., Syllabus, 6. Ausgabe. 1909.
9. FRITSCH, K., Exkursionsflora für Österreich, II. 1909.
10. GRECESCU, D., Conspectul florei Romaniei, 1898.

11. Grisebach, A., Vegetation d. Erde, 1872.
12. Kerner, A., Az osztrák-magyar monarchia növényvilága. Az osztrák-magyar monarchia irásban és képben, Einleitung, 1887.
13. Kerner, A., Florenkarte v. Österr.-Ungarn, Chavanne Handatlas. Hierzu erläuternder Text von R. Wettstein.
14. Ledebour, C., F. Flora Rossica, 1841—1853.
15. Nehring, A., Tundren u. Steppen d. Jetzt- u. Vorzeit, 1890.
16. Nyman, C. F., Conspectus florae Europaeae, 1878—1882.
17. Paczoski, J., Grundzüge d. Entwicklung der Flora in Südwestrußland, 1910.
18. Pax, F., Pflanzenverbreitung in d. Karpathen, I. 1898. II. 1908.
19. Schmalhausen, J., Flora von Mittel- und Südrußland, 1895—97.
20. Simonkai, L., Erdély edényes florájának helyesbitett foglalata, 1886.
21. Simonkai, L., Növényföldrajzi vázlatok. Magy. Orv. és Természetvizsg. pozsonyi XXXIV. Vándorgyülésének Munkálataiból, 1907, p. 243.
22. Simonkai, L., Növényföldrajzi vonások, Math. és Természettud. Közl. XXIV. köt. X, 1891.
23. Simonkai, L., Magyarország növényföldrajzi térképe; aus dem Nachlaß des Verfassers publiziert von J. Tuzson, Botan. Közl. 1910, Heft 6.
24. Warming, E., Ökologische Pflanzengeographie, 1896.
25. Fedtschenko, B. A., und Kraschenninikov, J. M., Veget. des turgaier Oblastes. 1910.

3.

ÜBER DIE FLUSSKREBSE UNGARNS.*

Von Dr. GÉZA ENTZ JUN., Privatdozent an der Universität zu Budapest.

(Mit Tafel I—IV und 58 Figuren im Text.)

Die ältesten Aufzeichnungen, die sich auf unsere Flußkrebse beziehen — abgesehen von den in Codices hier und da befindlichen Angaben — sind NIKOLAUS OLÁH (49) zu verdanken, der um das Jahr 1536—37 berichtet, daß es in unseren Gewässern eine ungeheuere Menge von Krebsen gibt, die aus der Leitha in der Gegend von Óvar (= Magyaróvár) mit Wagen nach Wien befördert werden. Dasselbe behauptet 1624 auch ULISSES ALDROVANDI (1, p. 132). 1702 schrieb KASPAR MISKOLCZI (46) über die Häutung der Krebse; seine Arbeit enthält aber keine weitern bemerkenswerteren Aufzeichnungen.

1727 berichtet Graf ALOIS MARSIGLI (44) über zwei verschiedene Krebsarten aus Ungarn. Eine dunklere Art, die man Schwarzkrebs nennt, und eine hellere Art, die auch einen schwächern Panzer besitzt und in trübwässerigen, langsamen Gewässern lebt. Der Geschmack von den letzteren soll nicht so gut sein wie der vom Schwarzkrebs, ja sein Genuß könne sogar schädlich wirken. Das Volk nennt diese Art von Krebsen Schwabkrebse. Graf MARSIGLI gibt auch die Abbildung beider Arten: in seinem Schwarzkrebs ist der Flußkrebs *Astacus fluviatilis* L. zu erkennen, während als Schwabkrebs unser Sumpfkrebs *Astacus leptodactylus* ESCHZ. gemeint ist.

In dem unveröffentlicht gebliebenen Werke von MATHIAS BÉL (6) „De re rustica Hungariae", welches ungefähr 1742 von DEKKERT verfaßt wurde, lesen wir folgendes: „Von den Krustazeen leben in Ungarn verschiedene Krebsarten. Es gibt bei uns Krebse,

* Ungarisch erschienen in „Állattani közlemények" 1909. Jahrg. 8. Bd. Seite 37—52, 93—110, 149—63, mit 59 Textfiguren und Tafel IV—VII und deutschem Résumé.

die nach den Gewässern, aber auch solche, die ihrem Panzer nach voneinander verschieden sind. Wir haben nämlich ganz dunkle Krebse, die sogenannten Schwarzkrebse der Deutschen, andere hingegen sind rötlich, die nach dem Kochen eine auffallend rote Färbung annehmen. Beide Arten sind schwarz, so lange sie am Leben sind. Schließlich ist der Panzer bei ersteren höher als bei den letzteren, man behauptet aber, daß beide Arten gemeinschaftlich die Gewässer besiedeln."

KORABINSZKY (30) zählt in seinem geographischen Lexikon jene Flüsse auf, in denen es viele Krebse gibt. Diese sind die Flüsse bzw. Bäche Rákos, Péczel, Sárviz, Sió, Gerecze, Bakony usw.

J. MÁTYUS (45) schrieb 1762 über die Ernährung durch Krebse.

1762 beschreibt GROSSINGER (25) die Lebensweise unserer Flußkrebse. Auch er kannte den „Teichkrebs" oder „Weißkrebs" (*A. leptodactylus*), dessen große Exemplare im Balaton (Plattensee), in der Rábcza, Tisza (Theisz) und Zsitva in großer Zahl vorhanden sind. Dieser Krebs lebt auch in jenem Donauarm, den man im Komitate Bács „Vajas" nennt, er kommt überhaupt in langsam fließenden Gewässern und in Sümpfen vor. GROSSINGER erwähnt (p. 256), daß man den Krebs in Siebenbürgen ungarisch den „rückwärts kriechenden Wurm" (hátra mászó féreg) nennt, und daß „man in unserem Vaterland zwei Krebsarten unterscheidet: den Eisenbrebs (vasrák, *A. fluviatilis*) und den Sumpfkrebs (kecskerák, *A. leptodactylus*). Blaue Krebse leben im Komitate Liptó bei Lucski und anderen Orten. Doch gibt es daselbst auch rote Krebse, die aber selten sind. Die in der Nähe von Bad Lucski gefangenen Krebse zeigen nach dem Kochen eine graue Farbe und sind mit einer Kalkschicht überzogen, die beim Genuß der Krebse in unangenehmer Weise den Mund mit Bröseln erfüllt" (p. 258). In der Radova „jenseits vom Fehérhegy bei Lévárd gibt es eine Anzahl von Krebsen, deren Panzer mit weißen Pünktchen übersät erscheinen" (p. 258).

J. FÖLDI (20) schreibt 1801 über den Flußkrebs unter dem Namen *Cancer Astacus*. 1829 erwähnt CSAPLOVICS (9), daß man aus den Komitaten Mosony und Sopron sehr viele Krebse nach Wien versendet, woselbst sie auf den Speisekarten als „Solokrebse"

angegeben werden, anstatt Salakrebs, das heißt Krebse aus der Sala (richtig Zala).

Mit Befremden erinnert sich J. PAGET (52) 1842 des im Balatonsee lebenden Bachkrebses, der „seiner Größe nach mehr an den Hummer erinnert als an die, in unseren Bächen (nämlich in England) lebenden elenden, kleinen Krebse."

1847 schrieb E. FÉNYES (18), daß im Balatonsee drei Krebsarten vorkommen, von denen sich der „Kirschkrebs" (cseresznyerák) durch seine rote Farbe besonders auszeichnet. Auch in der Zala kommt dieser Krebs vor.

Im Wörterbuch CZUCZOR-FOGARASI (10) ist erwähnt, daß „die Sumpfkrebse jene in Teichen lebenden, weißlichen, mageren Krebse sind, wie auch die Krebse des Balatosees."

Im Jahre 1862 beschrieb TH. MARGÓ* baumförmig ramifizierte Muskelfasern aus dem Dünndarm des Flußkrebses.

Im Jahrgange 1873 des „Természettudományi Közlöny" erinnert sich K—Y (32) auf Grund des LUNELschen Artikels, welchen TSCHUDI 1868 im „Zoologischen Garten" veröffentlichte, des roten Flußkrebses, wobei J. KRIESCH als seine eigene Bemerkung noch hinzufügt, daß es auch im Komitat Árva rote Krebse gäbe.

1877 beschrieb J. KÁROLI (31) verzweigtscherige Exemplare von *A. leptodactylus*.

1878 studierte B. DEZSŐ (14) das Herz des Flußkrebses und des Hummers und S. BARTSCH (2, 3, 4) die Nahrungs-, Verdauungs- und Geschlechtsorgane des *A. leptodactylus* und bemerkt zugleich, daß in der Donau in der Gegend von Baja bloß diese Art vorkomme.

1848—49 erwähnt BÁTORFFY-HOFFMANN in der Beschreibung des Komitats Zala, daß im Balatonsee 3 Krebsarten vertreten sind: der Schwarzkrebs, der Sumpfkrebs und der Kirschkrebs, „welch letzterer die Form einer Eichel (?) besitzt und auch lebend rot gefärbt ist."

T. MARGÓ (43, p. 409, 1879) erwähnt, daß es im Rákos so-

* TH. MARGÓ: Neue Untersuchungen über die Entwickelung, das Wachstum, die Neubildung und den feineren Bau der Muskelfasern. Denkschrift der Kaiserl. Akad. der Wissenschaften. Mathemat.-naturw. Klasse. Bd. 20. Wien 1862.

wie auch in anderen Bächen des Komitats Pest, hauptsächlich zwischen Gödöllö und Aszód, viele *A. fluviatilis* Rond. gibt; den *A. leptodactylus* Eschz. „bekommt man am Markt von Budapest in großer Menge; man bringt ihn aus dem südlichen Teil des Komitates, von Mohács, aber auch aus der Gegend der Tisza."

1884 schrieb J. Kriesch (39) über die Krebspest und K. Szigethy beweist 1885, daß der *A. leptodactylus* sich aus *A. fluviatilis* durch Vervollkommnung entwickelt habe*. Er erwähnt bei seiner Arbeit ferner, daß im Balatonsee sowohl *A. fluviatilis* als *A. leptodactylus* vorkommen, aber rote sog. „Kirschkrebse" (die er früher besonders bei Tihany herum fand) „gelang mir diesmal (1875) nicht zu bekommen; vor Jahren aber fing ich selbst mehrere Exemplare an dieser Stelle, wie auch in der Kapos, in der Nähe von Kaposvár. Man sagt, daß sie auch in der Árva oft anzutreffen sind" (59, p. 5). In seiner anderen Arbeit (58) befaßt er sich mit der Anatomie, Histologie und Physiologie der grünen Drüse des Flußkrebses.

A. Mojsisovics erwähnt (47, 1885—86?), daß *A. leptodactylus* „eine ausschließliche Spezialität der Ebene" sei. Er ist im Süden von Ungarn, namentlich in der Gegend der Tisza verbreitet; früher gab es solche auch in Baranya, bei Mohács, aber seit der Krebspest, die 1878 dort wütete, ist in Baranya überhaupt keine Krebsart mehr gefunden worden

1886 sammelte J. Hazay (26) im Komitate Bihar bei Vaskoh zwei junge Krebse, die er als *Astacus tristis* Koch der Sammlung des Nationalmuseums übergeben hat.

1887 schrieb O. Herman in seinem Werke über die „Ungarische Fischerei" (p. 399) auch über unsere Krebse und über die Krebspest, welche, seiner Meinung nach, ungefähr vor 10 Jahren, also 1877—78, zum erstenmal auftrat und unsere Krebse derart ausrottete, daß sie bloß noch in den Bächen der Quellgebiete, in jenen Flüssen, die an große Hindernisse stoßen — so z. B. in der Kraszna bis zu der Stelle, wo sie im Moore von Ecsed einmündet

* Den Grundgedanken dieser Arbeit hat Schimkevitsch schon ein Jahr früher, 1884, niedergelegt; er behauptet (113), daß *A. fluviatilis* und *A. leptodactylus* durch eine Reihe von Übergangsformen miteinander verbunden sind (p. 339—41).

— dann in isoliert liegenden Seen — z. B. in jenem prachtvollen Gebirgssee, der im Komitate Borsód zwischen Alsó und Felsö-Hámor liegt — noch vorzufinden sind."

1888 zählt DRAGUTIN SOSTARIC (56) die in Kroatien befindlichen *A. fluviatilis* und *A. saxatilis* KOCH. auf, welch letzterer in den Seen von Plitvice und im Medvescakbach lebt.* Auch spricht er über die Krebspest, die Kroatiens früheren Reichtum an Krebsen so sehr verminderte.

J. DADAY fand im Jahre 1897 keinen einzigen *A. fluviatilis* oder *A. leptodactylus* im Balatonsee, weshalb er sie garnicht enumeriert (11, p. 173). G. ENTZ (15) nennt *A. fluviatilis* als eine Art, die auch im Meer vorkommt (Schwarzes Meer und Kaspisee, vgl. HUXLEY [89] p. 251—52). 1897 schrieb J. DADAY, daß *A. leptodactylus* sich in Ungarn verbreitend den gewöhnlichen Flußkrebs überall zu verdrängen droht. Der Steinkrebs bevölkert die Gebirgsbäche.

Unter dem Titel „Der Krebs" (53, 54) macht N. RÉPÁSSY 1897 mit Zugrundelegung von DRÖSCHERS Werk (78): „Der Krebs und seine Zucht" Mitteilungen über die Lebensweise der Flußkrebse.

1899 erwähnt A. STEUER, gelegentlich der Enumeration der Krustazeenfauna der Plitvicer Seen, daß die von dort durch SOSTARIC (56) unter dem Namen *Astacus saxatilis* KOCH angegebene Art, nach CARS brieflicher Mitteilung eigentlich nur eine Varietät von *Astacus fluviatilis* sei.

In den „Rovartani Lapok" von 1899 (p. 107—09) skizziert ein sich nicht nennender Autor nach HEYKINGS Artikel „Fang, Aufbewahren, Ernährung, Versand und Verkauf von Krebsen" (Deutsche Fischereizeitung, 1897, p. 141—65) die Lebensart der Krebse. Bei der Unterscheidung der beiden Krebsarten *leptodactylus* und *fluviatilis* unterzeichnete er sich bloß mit einem —p— (51).

1900 veröffentlichte S. GÖTZ (24) auf Grund seiner, nach modernen Methoden angestellten Untersuchungen Mitteilungen

* Die „Deutsche Fischereizeitung" schreibt im Jahre 1893 (p. 317), es gibt in den Plitvicer Seen so viele Krebse, daß man sie gegen Abend am Ufer frei auflesen könne, wohingegen auf p. 237 desselben Jahrganges zu lesen ist, daß in Kroatien und Slavonien die Krebse durch die Pest total ausgerottet worden sind!

über die feinere Struktur des Nervensystems von *Astacus fluviatilis*, in demselben Jahr erwähnt DADAY, daß von den Flußkrebsen, die auf ungarischem Gebiet vorkommen, *A. fluviatilis* überall gemein sei, *A. leptodactylus* lebt in der Donau, Tisza und im Balatonsee, während *A. saxatilis* ausschließlich in den Gebirgsbächen vorkommt.

1901 schrieb K. Ö. über die Möglichkeit des Erlöschens der Krebspest (33) und unter dem Titel „Eine bei uns unbekannte bosnische Krebsart" über die im Bezirk Visoko (im Artikel steht falsch Visolo) gefangene rote Krebse nach einem Artikel, welcher in der Deutschen Fischereizeitung (1886) erschien.

S. GLÜCK schreibt im „Halászat"* (21) über den Krebsfang, dann von der in neuerer Zeit auftretenden Fleckenkrankheit der Krebse.

1902 erschien im „Êdesvizi halászás és haltenyésztés" unter dem Titel „Der Krebs" eine kleine Monographie unserer Krebse von M. RÉPÁSSY (54 p. 125). Er zählt auch unsere einheimischen Krebsarten auf und meint, daß bei uns der Flußkrebs *Astacus fluvialis* und der Sumpfkrebs *A. leptodactylus* vorkomme; „außer diesen beiden spricht man in Gebirgsgegenden auch von Steinkrebsen, welche Art viele nur für eine, durch die schlechten Ernährungsverhältnisse entstandene Mißgestaltung des Flußkrebses halten." Er behandelt auch den Unterschied zwischen dem Sumpfkrebs und dem Flußkrebs, dann machte er Mitteilungen über das Atmen, die Ernährung, das Häuten, die Bewegung und die Vermehrung der Krebse, ferner gab er Winke, die Krebszucht betreffend und lieferte zuletzt auch die Abbildung eines Männchens und eines Weibchens. Im selben Jahr führt F. ORTVAY (50) den *A. fluviatilis*, *A. leptodactylus* und *A. saxatilis* als jene drei Krebsarten an, die im Komitat Pozsony angetroffen werden.

LAMPERT behandelt in seinem, auch ins Ungarische übersetzten Werke „Das Leben der Binnengewässer" (41) auch den Flußkrebs in eingehender Weise und gibt auch die Zeichnung des Cephalothorax vom Edelkrebs (*A. fluviatilis* FABR. = *nobilis*

* Auch in anderen Jahrgängen des „Halászat" sind Artikel über die Krebse erschienen; da aber ihr Inhalt hier nicht weiter in Betracht kommt, werde ich sie bloß in der Literatur dem Titel nach anführen.

HUXLEY), vom Steinkrebs (*A. torrentium* SCHRANK = *saxatilis* C. L. KOCH) und vom Dohlenkrebs (*A. pallipes* LEREBOULLET). Auf unsere einheimischen Verhältnisse bezüglich finden wir darin keine weiteren Bemerkungen.

1906 behandelt A. GORKA (23) die Färbung der Flußkrebse im allgemeinen und hauptsächlich die rote Farbe des gekochten Krebses; ferner erwähnt derselbe weiter, daß es in den Komitaten Árva und Liptó schöne blaue Krebse gibt.

Im X. Band der ungarischen Ausgabe von BREHMS Tierleben vereinigte ich (ENTZ jun.) alles das zusammen, was bis 1907 über unsere Flußkrebse bekannt war (17 p. 47—51), betonte zugleich, daß aus Ungarn, laut der Literatur, bis jetzt der Edelkrebs (*A. fluviatilis*) und der Sumpfkrebs (*A. leptodactylus*) nachgewiesen wurde; jedoch sei es fraglich, ob *A. torrentium* wirklich vorhanden ist; daß in dem ungarisch-kroatischen Küstengebiet auch der Dohlenkrebs (*A. pallipes*) vorkommt, bezeichnete ich als wahrscheinlich.

1907 schrieb B. LENGYEL (42) im „Természettudományi Közlöny" auf Grund der literarischen Angaben über die Ursachen der Krebspest.

In meinem Vortrag über „die Flußkrebse von Ungarn" in der zoologischen Sektion am 6. Dezember 1907 ergab sich als Endresultat, daß vier Arten von Flußkrebsen auf ungarischem Gebiet vorkommen und zwar: 1. der Schwarz-, Eisen- oder Edelkrebs (*A. fluviatilis* L., II. Tafel), 2. der Steinkrebs (*A. torrentium* SCHRANK, IV. Tafel), 3. der Dohlenkrebs (*A. pallipes* LEREB., III. Tafel), 4. der schlankscherige Schwab- oder Sumpfkrebs (*A. leptodactylus* ESCHZ., I. Tafel). Die Verbreitung dieser vier Arten gestaltet sich derart, daß *A. fluviatilis* das ungarisch-kroatische Küstengebiet ausgenommen in allen größern, wasserreichern Bächen, Flüssen und Seen des Landes vorkommt. Im Küstengebiet wird er durch *A. pallipes* vertreten. Diese süd- und westeuropäische Art ist außer dem Innern und dem Küstengebiet auch im Karst bekannt (Ober-Gornja, Otočac). Die *A. torrentium* kennen wir aus einigen Bächen mit steinigem Grunde, so von Anina, von Mehadia, aus der Gegend von Budapest, vom Bucsinabach von Dömörkapu bei Szt. Endre, dann aus dem Karst vom Dobrabach,

in der Umgebung von Zagreb (Agram) vom Medvescakbach. Nach den Aufzeichnungen von HAZAY soll er auch im Bihargebirge vorhanden sein.

Der *A. leptodactylus* ist aus den großen Flüssen des Alföld bekannt, aus der Donau, Theiß und Berettyó; er ist auch im Balatonsee gefunden worden und nach GROSSINGER soll er auch in der Rába und Rábcza vorkommen. Bekanntlich ist dies die osteuropäische Krebsart des Flachlandes, die in langsam fließenden Gewässern und in sumpfigen, seichten Seen lebt.

Aus den angeführten literarischen Angaben geht hervor, daß unsere Binnengewässer an Krebsen einst sehr reich gewesen sind und daß ihre Krebse in drei bzw. vier Arten zerfallen.

Erstens der gewöhnliche Flußkrebs, den man kurzweg Krebs nennt. Diese Art ist die weitverbreitetste und kommt, wie wir sahen, außer dem Küstengebiet im ganzen Lande überall vor. Der „Solo"-Krebs bedeutet keine besondere Krebsart, sondern stammt diese Benennung aus der falschen deutschen Aussprache von „Zala". Auch der „Kirschkrebs" ist bloß eine Farbenvarietät, die aus dem Balatonsee, aus der Zala und Kapos, als auch aus der Árva angeführt werden. Die blaue Varietät des Flußkrebses ist aus den Komitaten Árva und Liptó bekannt, ferner aus der Maros.

Die zweite Art ist der Sumpfkrebs, von welchem bereits GROSSINGER genau wußte, daß er in langsam fließenden Gewässern des Tieflandes, in Teichen und Sümpfen sich aufhält. Laut den literarischen Aufzeichnungen soll er auch im Balatonsee, in der Donau, Tisza, Rába und Rábcza vorgekommen sein.

Die dritte Krebsart ist die zu allererst durch HAZAY (1886) erwähnte *A. tristis* KOCH, welche Exemplare nach SKORIKOW mit dem Steinkrebse *A. torrentium* SCHRANK übereinstimmen.* Nach den Aufzeichnungen von HAZAY soll diese Art im Bihargebirge vorkommen, er sammelte sie bei Vaskoh. DADAY und RÉPÁSSY bezeichnen diese Art als Bewohner von Gebirgsbächen. SOSTARIC führt die *A. saxatilis* KOCH aus dem Medvescakbach des Sleme Gebirges bei Agram sowie aus den Plitvicer Seen, wo aber nach

* Dieses Exemplar konnte ich nicht in Augenschein nehmen, da es dem erwähnten russischen Forscher zugeschickt worden ist. ENTZ.

Car nur eine Varietät des *A. fluviatilis* lebt. Die vierte Art ist der Dohlenkrebs, *A. pallipes*, der am Küstengebiet und im Karst lebt. Der einst so beträchtliche Krebsbestand Ungarns wurde durch die am Ende der siebziger Jahre in unseren Gewässern aufgetretene Krebspest derart vermindert, daß heutzutage alle Gewässer verhältnismäßig sehr wenig Krebse enthalten und aus dem Balatonsee sogar fast gänzlich verschwunden sind. Seit letzterer Zeit aber soll ihre Vermehrung wieder in Zunahme (Landgrafs mündliche Mitteilung) begriffen sein.

Dies wäre alles, was ich aus der Literatur bezüglich unserer heimischen Krebse zusammentragen konnte. Als ich für die ungarische Ausgabe von Brehms Tierleben den Abschnitt über die Krebse neu bearbeitete, untersuchte ich vor allem das Material der Budapester Sammlungen, wo aber bloß einige Exemplare des gewönlichen Flußkrebses, *A. fluviatilis* und des Sumpfkrebses *A. leptodactylus* ausgestellt waren. Inzwischen wurden mir einige lebende *A. torrentium* aus dem Annatal bei Szt. Endre zugeschickt, worauf ich auch das wissenschaftliche Material des ungarischen Nationalmuseums durchforschte, in welchem derselbe ebenfalls vertreten war.

Als ich mir darüber Klarheit verschafft habe, daß der Flußkrebs in Ungarn wenigstens durch drei Arten vertreten ist, wollte ich mir des ferneren auch einen Einblick in ihre Verbreitung verschaffen. Um zum Ziele zu gelangen, hielt ich für das Beste, selbst die Krebse einzusammeln. Dies war allerdings schwierig, denn von den meisten Personen, an die ich mich wendete, mir Krebse zu verschaffen, bekam ich die Antwort, daß die Krebse in ihrer Gegend seit 10—15 Jahren ausgestorben wären.* So sollen sie in der Leitha und im Donauarm bei Magyaróvár, in der Weißen und Schwarzen Körös bei Gyula, in der Hernád bei Jekelfalva ausgestorben sein. Obwohl mein erster Versuch nicht

* Hier muß jedoch ausdrücklich betont werden, daß die Nachrichten über die Vernichtung, die die Krebspest verursachte, meist übertrieben sind. Um dies zu beweisen, will ich bloß erwähnen, daß G. Surbeck im Jahre 1909, also nach der Krebspest, in der „Allgemeinen Fischereizeitung" (p. 5 bis 8) schreibt: er habe Daten darüber, daß 703 Gewässer in Bayern auch heute noch Krebse enthalten.

viel versprach, kamen trotzdem allmählich doch Angaben von verschiedenen Seiten zusammen, deren Menge beträchtlich anwuchs, als mir das ungarische Nationalmuseum, das zoologische Institut der Budapester technischen Hochschule, sowie die Museen von Agram und Sarajewo ihre Sammlungen zur Verfügung stellten. Ich untersuchte ferner die Astacidensammlung des k. k. Hofmuseum in Wien, dieselbe der kgl. bayerischen zoologischen Sammlung des Staates in München, sowie auch des British Museum in London. Auch kamen mir von den hierzu aufgeforderten Fischereigesellschaften und anderen einzelnen Personen viele Angaben zu, wofür ich ihnen allen hier meinen besten Dank ausspreche. Besonderen Dank möchte ich der Österreichisch-Ungarischen Staatseisenbahngesellschaft aussprechen, welche mir von sehr vielen Orten Krebse zusenden ließ.

Ich untersuchte im ganzen etwa 400—500 Exemplare, die von 92, einige ausländische hinzugerechnet, von 98 Fundorten herstammen. In größter Menge war der gewöhnliche Flußkrebs (*A. fluviatilis*) vertreten, von 58, mit den ausländischen zusammen 60 Fundorten; von wenigeren, nämlich 7 Orten, der Sumpfkrebs (*A. leptodactylus*), mit dem bosnischen zusammen von 8 Orten; der Steinkrebs (*A. torrentium*) von 16 einheimischen, die bosnischen und Berliner dazugerechnet von 19 Fundorten; aus der Küstengegend fanden sich auch Dohlenkrebse (*A. pallipes*) vor, von 11, bzw. mit dem bosnischen zusammen 12 Fundorten.

Hinsichtlich ihrer Verbreitung kann man nach meiner Krebssammlung zu der Schlußfolgerung gelangen, daß *A. fluviatilis* vom Küstengebiet abgesehen in ganz Ungarn überall vorkommt. Aus dem nordwestlichen und nordöstlichen Hochland, wie auch aus Siebenbürgen gelang es mir nur, diese eine Art nachzuweisen. Wenn wir aber in Betracht ziehen, daß *A. torrentium* in den benachbarten Gegenden, so aus dem Komitate Bihar, von Mehadia, von Gemeinde Moldova von Anina, Resicza, Stajerlak und Ferenczfalva bekannt ist, so erscheint es nicht unwahrscheinlich, daß diese Art auch in den Gewässern von Siebenbürgen vorkommen mag.

Der aus Siebenbürgen bisher unbekannte *A. leptodactylus* scheint dort gar nicht vorzukommen, da diese Art bei uns aus-

schließlich die Gewässer der Tiefebene bevölkert, und ist nach MOJSISOVICS' (47) Behauptung ihre Verbreitung auch in Galizien eine ganz analoge.

In den großen Gewässern des Alfölds lebt sowohl der *A. fluviatilis* als auch der *A. leptodactylus*, und zwar an manchen Stellen gemeinschaftlich; so in der Donau bei Budapest und Mohács, in der Tisza bei Szeged und in der Berettyó bei Berettyújfalu.

In den größeren Gewässern des Gebietes jenseits der Donau ist der *A. fluviatilis* überall heimisch (Zala, Balaton, Rába, Rábcza, Dráva), ebenso in den Ebenen auch der *A. leptodactylus*, der im Balaton mit dem *A. fluviatilis* einst gemeinschaftlich lebte. In steinbödigen Bächen (z. B. im Annataler Bucsinabach unweit Szt. Endre) izt der Steinkrebs, *A. torrentium*, ständig.

Mit Ausnahme des Küstengebietes ist in Kroatien der *A. fluviatilis* überall verbreitet; der *A. leptodactylus* aber wurde bis jetzt in Kroatien noch nirgends nachgewiesen, obwohl er in den tiefer gelegenen Teilen der Drava und der Száva wahrscheinlich vorhanden sein dürfte. Dafür spräche auch der Umstand, daß er auch in Bosnien vorkommt, denn im Museum von Sarajevo befinden sich zwei, angeblich aus Bosnien stammende Exemplare des *A. leptodactylus*.

In Kroatiens kleineren Bächen ist der *A. torrentium* vorhanden. In der Sammlung der Agramer Universität befinden sich Exemplare vom Medveščak und vom Dobrabach stammend, welche dem Sljemegebirge bei Zagreb entspringen. Auch aus den Plitvicer Seen sind einige junge Exemplare des *A. fluviatilis* in derselben Sammlung vorhanden, welche einigermaßen an den *A. torrentium* erinnern, wie dies schon CAR (8) erkannte. Im Küstengebiet, so in der Fiumara bei Fiume und gewiß auch anderwärts, wo es Bäche gibt, lebt der Dohlenkrebs (*A. pallipes*). In der Sammlung des Agramer Museums ist diese Art durch Exemplare aus der Gegend von Ober-Gornja (Gornja švica), Otočac und Gerovo, ferner aus der Fiumara, dann aus dem Vranasee auf der Insel Cherso und aus Dalmatien vertreten. Dieser Krebs ist bekanntlich in den Gewässern von Süd- und Westeuropa heimisch (England, Spanien, Frankreich [Rhône], Schweiz [Neuchâtel], Deutschland [Straßburg, Rhein — Rhônekanal], Italien [Genua,

Gardasee], Österreich [Triest, Veglia, Vranasee], Dalmatien, Griechenland). Im Museum zu Agram ist diese Art unter dem Namen *A. saxatilis* oder *A. fluviatilis* var. *nobilis* eingetragen, und da sich im bosnischen Museum ein aus der Gegend von Livno stammendes sehr schönes großes ♂ befindet — aus einer Ortschaft, die, so wie auch die kroatischen Fundorte an solchen Gegenden des Karstes liegen, deren Gewässer subterran verschwinden — so kann man ruhig behaupten, daß diese Art im Karst wahrscheinlich weitverbreitet sein dürfte.

* * *

Bevor ich mit der eingehenden Beschreibung der einzelnen Arten beginnen würde, möchte ich noch einige Bemerkungen voraussenden. Namentlich will ich begründen, weshalb ich bei Benennung unserer Krebse in der ungarischen Abhandlung den Namen *Potamobius* dem gebräuchlichen Namen *Astacus* vorzog, ferner wie ich meine Untersuchungen ausgeführt habe und schließlich, wie weit und auf die Untersuchung welcher Körperteile sich meine Studien beziehen.

Um die Frage der Benennung aufklären zu können, muß ich einen kurzen Rückblick auf die Geschichte der Namen der Flußkrebse werfen.

Die Bezeichnung, auf welche sich der wissenschaftliche Name der Flußkrebse bezieht, stammt von ARISTOTELES (71, IV. Kap., 4—5, 57—58), der den Flußkrebs mit dem Namen *ἀστακὸς μικρὸς ποτάμιος* bezeichnete. Ihm folgend, gebrauchte RONDELET (109) im Jahre 1555 den Namen *Astacus fluviatilis*, wobei er das griechische *ποτάμιος* ins lateinische *fluviatilis* übersetzte. Im Jahre 1558 beschrieb GESNER (83) unsern Krebs als *Astacus fluviatilis Rondeletii*; MATTIOLI gebrauchte die von BELON 1553 ihm gegebene Benennung *Gammarus** (81); ULISSES ALDROVANDI (1, 1609) nannte ihn *Cancer seu Astacus fluviatilis*; LINNÉ (1746) *Cancer macrurus*, später (1758, 1767) *Cancer astacus*, und FABRITIUS 1775 *Astacus fluviatilis*. Wenn wir die Geschichte des Namens,

* *κάμμαρος* = gammarus, nach FINÁLI Seekrebs; die Italiener verstehen heutzutage unter dem Namen *gambero* nur Krebs im allgemeinen, z. B. Flußkrebs.

d. i. diese Angaben, kennen, so wird es begreiflich, daß die verschiedenen Verfasser den Flußkrebs verschieden benannten, und zwar bald als *Astacus fluviatilis* RONDELET, bald als *Astacus fluviatilis* FABRITIUS oder *Astacus fluviatilis* L. (FAXON, 81).

Aus den Forschungen, die nach LINNÉ stattfanden, ergab sich, daß der Flußkrebs mit dem *Cancer* nicht in ein gemeinschaftliches Genus vereint werden konnte, deshalb gebrauchte FABRITIUS wieder die alte, ihm von RONDELET beigegebene Benennung *Astacus*. Im Jahre 1819 hatte SAMOUELLE, LINNÉs 10. Ausgabe als Grundlage benutzend und den von LINNÉ beigegebenen Speziesnamen beibehaltend, als Genusnamen den Speziesnamen des ARISTOTELES ποτάμιος unserem Krebs gegeben und ihn als *Potamobius astacus* L. bezeichnet.

Die Systematiker der Arthropoden nahmen lange Zeit von SAMOUELLEs Benennung keine Notiz und gebrauchten entweder den von RONDELET oder den von FABRITIUS herrührenden Namen. Die neuesten Forscher mit ORTMANN (105, 106) an der Spitze nahmen aber die Benennung SAMOUELLEs an.

Der russische Naturforscher SKORIKOW (117), der 1907 die europäischen und russischen Flußkrebse eingehend studierte, nahm die Bezeichnung SAMOUELLEs an und teilte die Flußkrebse nach der Zahl ihrer rudimentären Pleurobranchien in zwei Untergenera ein.* Seine Einteilung ist die folgende:

Genus: *Potamobius* SAMOUELLE mit 2—3 rudimentären Pleurobranchien.

1. Subgenus: *Potamobius* s. str., mit 3 rudimentären Pleurobranchien.

1. Gruppe	*Potamobius*	*leptodactylus* ESCHZ.
	„	subsp. *caspius* EICHW.
	„	*Kessleri* SCHINCK.
	„	*Pylzowi* SKORIKOW.
2. Gruppe	*Potamobius*	*pachypus* RATHKE
	„	*colchicus* KESSL.
	„	*astacus* L.

* Meine eigenen Erfahrungen überzeugten mich, daß die Zahl der Pleurobranchien eine zwischen 1—3 schwankende ist, so daß ich ihre Zahl nicht für geeignet finde, die Einteilung der Flußkrebse auf sie hin zu basieren.

2. Subgenus: *Austropotamobius* SKORIKOW, mit 2 rudimentären Pleurobranchien.

Austropotamobius torrentium SCHRANK
„ *pallipes* LEREB.

Genus: *Cambaroides* (FAX.) SKORIKOW,
Cambaroides similis KOELB.,
„ *neglectus* SKOR = *japonicus* FAX., nec DE HAAN = *japonicus var.* KESSLER.

Von diesen Genera kommt in Ungarn bloß der *Potamobius* vor, dessen beide Gruppen bei uns ihre Vertreter besitzen. Dem Beispiele ORTMANNS und dem Usus der Priorität folgend bezeichnete ich das Genus in der ungarisch erschienenen Arbeit als *Potamobius*. Inzwischen hat man sich aber in der Literatur gegen die allzu strenge Durchführung der Priorität verwahrt. Es wurde befürwortet, den Namen *Potamobius* fallen zu lassen und denselben durch den altgewohnten Namen *Astacus* zu ersetzen (Vide: Zoologischer Anzeiger, Bd. 49, 1912, p. 155). Da ich gegen diese Auffassung durchaus nichts einzuwenden habe, schließe ich mich ihr rückhaltslos an.

* * *

Den Ausgangspunkt meiner Studien bildete HUXLEYS allgemein bekannte klassische Monographie „der Krebs" (89). Meine Methode war die der Vergleichung, indem ich die Arten miteinander und die einheimischen mit den aus ausländischen Museen stammenden Exemplaren, namentlich mit dem Berliner Originalexemplar des *A. torrentium* KOCH, mit zwei Exemplaren des Prager Museums und mit dem aus St. Petersburg zugesandten *A. pachypus* verglich. Ich machte photographische Aufnahmen von je einem alten Männchen verschiedener Arten, zeichnete sie mittels der Punktiermethode mit Tusche auf die Photographie, worauf ich zuletzt die Photographie abwusch (Salzpapierverfahren). Von den verschiedenen Arten verfertigte ich außerdem noch Einzelbilder, derart, daß ich die einzelnen Teile auf Glasplatten abzeichnete — um die größte Genauigkeit zu erreichen — und dann diese Zeichnungen auf Papier übertrug.

Bei meinen Vergleichungen nahm ich stets darauf Rücksicht, nur Exemplare gleichen Geschlechts und beiläufig gleichen Alters,

M.T. AKADÉMIA KÖNYVTÁRA

d. h. gleicher Größe, miteinander zu vergleichen. Bezüglich der einzelnen Körperteile nahm ich die ganze Körperlänge und die Körperverhältnisse des Tieres in Betracht, die Form und Verhältnisse des Cephalothorax, die Scheren, die Schuppe neben der großen Antenne, das Rostrum, die große Antenne, die Struktur des Epistomium, die gezähnte oder ungezähnte Beschaffenheit des Meropodit, des 3. pes maxillaris, die Form der Pleura des Abdomens, hauptsächlich aber den zweiten Abdominalanhang des Männchens und die Form des zweiten Penisfußes. Laut der Belehrung der mir zur Verfügung stehenden Literatur, legten die Forscher auf die Form und Beschaffung dieses Körperteiles kein besonderes Gewicht. Dies ist umso merkwürdiger, als diesbezüglich FAXON (81) die auf die Formverhältnisse der Arten betreffenden Angaben nach der Beschaffung des ersten Penispaares zusammenstellte.

Ich verglich außerdem sozusagen jedes einzelne Glied dieser 4 Arten und kam zu dem Resultat, daß das geübte Auge, bei genügendem Material, fast aus jedem Quadratzentimer des Krebskörpers unsere *Astacus*-Arten festzuhalten vermag.

Ich beachtete die Variationen der Länge und Form des Rostrums, die Länge der Scheren und deren Bezähnung, ferner die Länge des ganzen Körpers sowie des Cephalothorax und stellte sodann die so gewonnenen Resultate in Tabellen zusammen.

Auch nahm ich die, bei den Krebsen so allgemein verbreiteten Regenerationserscheinungen in Betracht. Wie allbekannt, verlieren unsere Krebse sehr leicht ihre Scheren, die sich aber wieder regenerieren. In letzterer Zeit befaßte sich SCHULTZ (115) eingehender mit dieser Frage, und seiner Behauptung nach vollzieht sich die Regeneration der Scheren immer am selben Glied, nämlich an der Naht, die sich zwischen Basopodit und Ischiopodit befindet. Wenn jedoch der Fuß über diesem Gliede abbricht, so verliert das Tier auch die nachfolgenden Glieder, die Wunde vernarbt am erwähnten Gliede, die Verblutung ist somit verhindert und es kann demnach die Regeneration vor sich gehen. Falls aber der Fuß an einer Stelle verwundet wird, z. B. wenn wir den Fuß zwischen den Gliedern durchschneiden, so verblutet das Tier. Es muß aber bemerkt werden, daß der Krebs auch in diesem

Falle nicht unbedingt verbluten muß, denn ich sammelte selbst auch Krebse mit beschädigten und vernarbten Füßen. Nach der SCHULTZschen Auffassung geht die Regeneration also immer von derselben Stelle aus, und der regenerierte Fuß ist daran zu erkennen, daß er kleiner ist und auch in der Form vom „ursprünglichen" Fuß etwas abweicht. SCHULTZ untersuchte die aus russischen und asiatischen Krebsen bestehende reiche Sammlung SKORIKOWS und kam zu dem Resultat, daß die Regenerierung der Schere nicht in der für die Art charakteristischen Scherenform geschieht, sondern in einer primitiveren Form, die bei den rußländischen Krebsen an die Schere des *A. leptodactylus* erinnert. Dieses ist also — schreibt SCHULTZ — ein Beispiel der atavistischen Regeneration, denn die regenerierende Schere zeigt die Form der Schere des *A. leptodactylus*, also jene des Urtypus. Diese interessante Erscheinung konnte ich — wie jeder, der eine größere Menge Krebse untersuchte — ebenfalls wahrnehmen, und kann im allgemeinen die Erfahrungen SCHULTZS bestätigen, denn an den Krebsen, welche mir durch die Hände gingen, konnte ich dasselbe beobachten. Dennoch kann ich zwei Umstände nicht verschweigen. Nämlich erstens, daß sich nicht jeder Scherenfuß an der erwähnten Stelle regeneriert, was übrigens in einem Falle auch SCHULTZ konstatierte. So wurde z. B. bei einem Exemplar des *A. fluvialis* bloß vom Propodit aus der Fuß regeneriert, also es erneuerte sich bloß die Schere. Ferner zweitens könnte ich es nicht ohne Vorbehalt bestätigen, daß die bei den Flußkrebsen so häufige Erscheinung der verschiedenen Scherengröße immer das Resultat einer Regeneration wäre. Oft ist dies zwar der Fall, vielfach aber nicht. Wir wissen, daß bei zygomorphen Organismen, zu welchen ja auch unser Flußkrebs gehört, die Antimerien sich oft ungleichmäßig zu entwickeln pflegen; weiter unten werde ich Gelegenheit haben, die Zeichnung einiger Cephalothorax zu geben, an welchen die Verschiedenheit der beiden Hälften auffallend ist (Fig. 1, 15, 38), und meinerseits finde ich es für sehr wahrscheinlich, daß die Ungleichheit der Scheren unserer Krebse oft durchaus nicht auf Regeneration, sondern vielmehr auf die in der Entwicklung der Organismen sich offenbarenden Verschiedenheiten zurückzuführen ist, für welche Erscheinung die bekannte

Ungleichheit der Scheren des Taschenkrebses und des Hummers vorzügliche Beispiele liefern, von welchen bei dem ersteren bekanntlich eine Schere immer stärker entwickelt zu sein pflegt als die andere, entweder die linke oder die rechte. Von unseren Flußkrebsen sind besonders jene Exemplare bemerkenswert, an denen sich beide Scheren regeneriert haben, infolgedessen sie so verschieden erscheinen, daß man sie für eine besondere Art halten möchte, würde man nicht daran denken, daß dieser Unterschied durch die Neubildung der Scheren hervorgerufen wurde. Derart veränderte Formen fand ich sowohl unter den Exemplaren von *A. fluviatilis* als auch bei *A. leptodactylus*.

Hier möchte ich noch jene bemerkenswerte Erscheinung erwähnen, die ich sowohl bei *A. fluviatilis* als bei *A. leptodactylus* wahrnahm. Bekanntlich unterscheiden sich die Weibchen von den männlichen Krebsen auch dadurch, daß den Weibchen die ersten abdominalen Füße fehlen, bei den Männchen aber sowohl die ersten als die zweiten abdominalen Fußpaare in Begattungsorgane umgewandelt sind. Huxley erwähnt (89, p. 125), daß an den Weibchen von diesem Segmente gewöhnlich jeder Anhang fehlt, wenn er aber vorhanden ist, so besteht er bloß im Propodit, welchem ein gegliederter, fadenartiger Teil folgt, der dem Endopodit entsprechen dürfte. Mit dieser Erscheinung beschäftigte sich der schwedische Zoologe Bergendal (74) eingehender und wies derselbe nach, daß in dem Falle, wenn bei dem Weibchen ein solcher Anhang am ersten Abdominalsegment sich vorfindet, dieser der Form nach mit jenem des Männchens übereinstimmt.* Diese Erscheinung konnte auch ich an mehreren Exemplaren beobachten und ich habe im Einklang mit Bergendal gefunden, daß die Begattungsorgane ganz normale weibliche Organe waren, wobei ich jedoch bemerken muß, daß an der Stelle des zweiten Penisfußes manchmal den anderen Abdominalfüßen ähnliche geteilte, zweiästige Schwimmfüße erscheinen oder aber daß sich als Basipodit nur ein gegliederter Anhang befindet, wie es auch von Huxley beschrieben und gezeichnet wurde (89, 37, Fig. 13).

* W. Dröscher (Der Krebs usw., II. Aufl. 1906, p. 38—39) hat einen solchen weiblichen *A. fluviatilis* gefunden, welcher bei gut entwickeltem Eierstock auch schwache Hoden besaß.

Bevor ich meine allgemeinen Bemerkungen abschließe, möchte ich nur noch der Farbe unserer Krebse einige Worte widmen.

Es ist eine allgemein bekannte Tatsache, daß die Farbe unserer Flußkrebse eine sehr verschiedene ist, bekanntlich führt man dies auf die Farbenverschiedenheit des Bodens zurück, indem man annimmt, daß der Krebs sich diesbezüglich ganz demselben anpasse.

Die Farbe ist je nach den Arten verschieden, weshalb ich die Arten der Reihe nach vorzunehmen beabsichtige. Die Farbe der Krebse wechselt gewöhnlich zwischen grünlich-braun und oliven-grün, es gibt aber auch außer diesen weiße, blaue und rote Abänderungen. Von diesen letzteren möchte ich einige Mitteilungen machen.*

Die Farbe der Krebse wird — wie dies die Physiologen aufklärten — durch zwei Farben, eine blau kristallisierte, sog. Zyanokristallin und eine rote, sog. Krustazeorubin hervorgerufen. Wie sich die Farbe eines lebenden Exemplars entwickelt, hängt von dem gegenseitigen Verhältnisse dieser beiden Farbstoffe ab. Das Fehlen des einen oder des anderen oder sogar beider Farbstoffe erklärt die Tatsache, daß es blaue bzw. rote sowie gemischte, d. i. grünlich gefärbte Exemplare gibt, und daß es sich tatsächlich so verhält, läßt sich durch das Experiment nachweisen. Weiße, Albinos, d. h. solche Exemplare, denen beide Farbstoffe fehlen und das Tier bloß jene Farbe trägt, welche ihm der Chitinpanzer und die darunter befindlichen Weichteile verleihen, kommen, wie es scheint, nur sehr selten vor; ich fand diesbezüglich nur zwei Aufzeichnungen in der Literatur; die erstere vom Jahre 1857 von KEVENHÜLLER (90) und C. HELLER (86) aus Kammerburg in Böhmen stammend. Die zweite Aufzeichnung rührt vom Jahre 1900 her (122), als man bei Neuhof in der Parthe (Deutschland) in der Nähe des Mühlteiches ein solches Exemplar fing.

Die blaue Farbenvarietät ist häufiger anzutreffen. Ihre Ursache liegt nach ORTMANN (105, p. 910) darin, daß bei solchen Exemplaren das Zyanokristallin, aus einem bisher unbekannten Grunde in außergewöhnlich großer Menge entwickelt ist, Krusta-

* M. W. J. KENT, American Naturalist, Nr. 419, 4. Serie, 17. Band, 1902, p. 698, besprochen in der Revue scientifique.

zeorubin aber augenscheinlich fehlt. FÜRTH (82, p. 534, 536) behauptet, daß die Krebse nach der Häutung blau erscheinen, da die rote Farbe sich zu dieser Zeit in ihnen noch nicht entwickelt hat. Was die blauen Krebse betrifft, so kann ich in der Literatur diesbezüglich genug Angaben sammeln. Die älteste stammt von ALDRORANDI aus dem Jahre 1642 (1, p. 129); nach ihm verzeichnete WAGNER im Jahre 1690 (121, p. 222), daß es im Luzerner See eine blaue Varietät des Flußkrebses gäbe. Aus Ungarn wurden blaue Krebse zuerst von GROSSINGER erwähnt (25, p. 258); auch LEREBOULLET bemerkt, daß es blaue Krebse gibt (96, 98), aber nur selten und selbe als Varietäten des *A. fluviatilis* zu betrachten wären. TSCHUDI (119, p. 113) sah blaue Krebse im Aquarium zu Paris, die in der Meuse gefangen wurden. Nach HUXLEY sind blaue Krebse in England selten (89, p. 5).

LANDOIS sagt (93), daß auch in Hamburg blaue Krebse vorkommen, und nach HEGEMANN (93) sollen sie auch in Westfalen nicht selten sein, und die Krebsfischer behaupten, daß jene Krebse, welche zur Zeit der Häutung in ein Wasser gelangen, das einen Mergelboden besitzt, ausnahmslos blau werden. LUDWIG-LEUNIS bemerkt (85, p. 661), daß der blaue *A. fluviatilis* besonders in Frankreich häufig anzutreffen sei, was auch von HAACKE-KUHNERT erwähnt wird (85, I, p. 502), wahrscheinlich nach LEUNIS. Ebenso schreibt LAMPERT (41, p. 187), daß in manchen Teichen des nördlichen Schwabenlandes ein fünftel Teil der Krebse blau sei.

ORTMANN (105, p. 901) und FÜRTH (82, p. 536) erwähnen den blauen Flußkrebs ebenfalls. A. GORKA (23, p. 422) behauptet, daß bei uns in Ungarn, in den Komitaten Árva und Liptó schöne blaue Krebse keine Seltenheit sind. Mir (ENTZ) wurden 1907 aus dem Olt und Maros schöne blaue *A. fluviatilis* zugesandt. Auch erinnere ich mich noch sehr gut darauf, daß in den 90er Jahren im Aquarium der Budapester Technischen Hochschule blaue Krebse gehalten wurden. Zur selben Zeit hielt auch M. STAUB zu Budapest Krebse, die im Aquarium blau geworden sind. Unter den Flußkrebsen des Museums zu Sarajevo befinden sich aus Livno stammende Exemplare von *A. pallipes*, mit der Bemerkung, daß sie lebend blau waren.

Wie aus diesen Angaben zu ersehen ist, sind blaue Krebse

aus ganz Europa aufgezeichnet worden, so daß sie überhaupt nicht als sehr selten zu betrachten sind. Was sodann *A. fluviatilis* und *A. pallipes* anbelangt, so besitzen wir über sie ganz sichere Angaben.

Viel seltener ist die andere Farbenvarietät, die rote. Die ältesten diesbezüglichen Angaben hierüber stammen ebenfalls von ALDROVANDI aus dem Jahre 1642 (1, p. 129), später (1659) finden wir in der Chronik von Solothurn (72, p. 67) die Angabe, daß im Dünnernbach bei Aaren oft ganz rote Krebse gefangen werden. 1680 schreibt auch J. WAGNER (121, p. 222), daß im Dünnernbach — ein kleiner Bach des Kantons Solothurn, der sich bei Olten in die Aare ergießt — häufig rote Krebse vorkommen; es scheint aber dies nur eine Wiederholung der Aufzeichnungen in der Solothurner Chronik zu sein. M. BÉL (6) erwähnt um das Jahr 1742 den roten Flußkrebs; RÖSEL (110, p. 310) schreibt, daß er niemals einen lebenden roten Krebs sah; nach GROSSINGER (25, p. 252) soll er selten sein. Aber FÉNYES (18) behauptet, daß von den drei Arten, welche im Balaton (Plattensee) vorkommen, eine Art, der so benannte „Kirschkrebs" (Cseresnyerák) auch lebend die rote Farbe zeigt.

VALENCIENNES (120) bekam 1851 aus dem Gisors rote Varietäten. Dort sollen sie sehr selten sein, als er dieses Exemplar in der Sitzung der Société Entomologique de France vorlegte, bemerkte ein Mitglied, daß in den Bächen der Gegend von Chartres ebenfalls solche rote Farbenvarietäten leben.

Nach LEREBOULLET (96, 97, 98) soll es in mehreren Zuflüssen des Rheintales rote Krebse geben, woher man selbe auf den Markt nach Straßburg bringt; vor etwa 10 Jahren beiläufig ließ er einige dieser Exemplare für das dortige Museum aufbewahren. Man beobachtete den roten Krebs in mehreren Flüssen und Seen, so auch im Bourgetsee. Auch im Genfer See ist er nicht selten, besonders dort, wo die Rhône aus ihm wieder heraustritt. An dieser Stelle sollen $2\frac{1}{2}\%$ der Krebse eine rote Farbe besitzen.* Er behauptet aber in einer andern Abhandlung, welche in demselben Jahre erschienen ist, gerade das Entgegengesetzte,

* Diese Angabe ist mir nur aus LUNELS Werk bekannt (98).

nämlich daß der rote Krebs sehr selten sei, er selbst habe nur wenige Exemplare gesehen, die klein waren (10 cm lang). Männchen sowie Weibchen, sowie daß sie sämtlich zur Art des *A. pallipes* gehörten. TSCHUDI (119, p. 113) sah 1868 im Pariser Aquarium angeblich aus dem Genfer See stammende rote Krebse, bemerkt aber, daß rote Krebse nicht von dort herrühren können, da im Genfer See wie in andern (Schweizer) Seen überhaupt keine Krebse zu finden seien. TSCHUDI erwähnt auch die roten Krebse des Dünnernbachs und bemerkt, daß man dort auch heutzutage noch mitunter rote Krebse fängt, ihre Zahl ist aber, so auch jene der Forellen, sehr vermindert, seitdem man die Ufer des Baches vom Gestrüpp reinigte und in seinem Quellgebiet Färbereien und Bleichfabriken errichtete, welche das Wasser verunreinigten. MARTENS schrieb (101, p. 254—55) im Jahre 1868, daß man in diesem Jahre dem Berliner Museum lebende rote Krebse zum Kauf anbot, und erwähnt unter einem auch die Solothurner Aufzeichnungen mit. G. LUNEL (98) sandte an CARBONNIER rote Krebse aus Genf ein, die dieser im Aquarium zu Paris ausstellte und sie beobachtete, wobei er feststellte, daß aus den Eiern roter Weibchen eine rote Brut hervorginge — die rote Farbe ist also erblich. Er äußert auch, daß an der Stelle, wo die Rhône den Genfer See verläßt, 2,5% der Krebse rot sind. C. KOCH fischte 1872 aus dem Neckar rote Krebse (91, p. 159). J. KRIESCH wurde mitgeteilt (39, p. 65), daß rote Krebse auch in der Árva vorkommen. 1879 schreibt BÁTORFFY-HOFFMANN (5), daß der Kirschkrebs des Balaton (Plattensee) eichelförmig und auch lebend von roter Farbe sei. HUXLEY erwähnt, daß es auch rote Krebse gibt, K. SZIGETHY (59) schrieb (1885), daß man früher besonders bei Tihany „Kirschkrebse" fangen konnte, aber jetzt (1885) gelang ihm dies nicht. Ehedem bekam er solche auch aus der Kapos bei Kaposvár. LANDOIS (93) machte 1885 die in Hamburg lebenden roten Krebse (auch blaue) bekannt, die man in Gesellschaft vieler gewöhnlicher Krebse im sogenannten Teufelsbach zwischen Lüdinghausen und Selm fing. LEUNIS-LUDWIG teilt uns mit (95, II, p. 661), daß zwischen den *A. pallipes* auch rote Krebse vorkommen. Die „Deutsche Fischereizeitung" bemerkt (1894, p. 374), daß die roten Krebse in Solothurn unter dem Namen „Rubinos"

bekannt sind, und fügt hinzu, daß ihre rote Farbe vielleicht vom kalten und harten Wasser herrührt. Auch erwähnt er, daß die Köche — des Scherzes halber — manchmal die lebenden Krebse mit Alkohol begießen, wodurch dieselben rot werden. LAMPERT (41, p. 187) teilt auch einen Teil der literarischen Daten über die roten Krebse mit, namentlich die von LUNEL (98). Nach CH. DELOCLE (77, p. 133) sind in der Haute-Saône bei Amance fast ganz rote Krebse unter den gewöhnlich gefärbten zu finden. ORTMANN (105, p. 910) schreibt, daß oft nur ein Teil des Körpers rot ist, was wahrscheinlich auf Zirkulationsstörungen beruht.

In der „Deutschen Fischereizeitung" (1886. Jahrg., p. 410) lesen wir, daß in Bosnien, im Bezirk Visoko, neben den gewöhnlich gefärbten Krebsen auch rote Krebse vorkommen, welche im Gegenteil zu den andern tagsüber umherkriechen und sich gemächlich sonnen. B. SCHWANDER fand unter den 1200 Krebsen, die man in der Aar bei Bern im Herbste 1902 fing, zwei rote Exemplare. von denen das eine ein ganz junges, das andere hingegen ein sehr schön entwickeltes Tier war (116, p. 15).

E. CSIKI brachte 1905 aus dem Sévizbache bei Nagy-Szeben (Hermannstadt) rote *A. fluviatilis* für das Budapester Nationalmuseum, welche ganz mit *Branchiobdella astaci* ODIER bedeckt waren.

Wenn wir alle diese Angaben in Betracht ziehen, so stellt es sich schließlich heraus, daß der rote Krebs aus ganz Mitteleuropa bekannt ist (England; Frankreich: Chartres, Gisors; Deutsches Reich: Straßburg, Berlin, Neckar, Hamburg; Schweiz: Dünnern, Genf; Ungarn: Balaton, Kapos, Árvarer Komitat, Séviz, Bosnien: Visoko; Italien: ALDROVANDI). LEREBOULLET und offenbar unter seinem Einflusse auch LEUNIS-LUDWIG schrieb, daß nur *A. pallipes* in roter Farbe vorkomme, aber das Exemplar des Nationalmuseums beweist, daß es auch unter *A. fluviatilis* solche rote, abnorme, kränkliche(?) Varietäten gibt.

Auf die Ursache dieser roten Färbung der Krebse werfen KENTS (192) Untersuchungen einiges Licht. Er vollzog seine Experimente an verschiedenen *Cambarus*-Arten und erfuhr, daß diese Krebse durch den Einfluß des Sonnenlichtes ihre rote Färbung erhielten. Wenn er seine Krebse (*C. immunis* und *C. dio-*

genes) langsam daran gewöhnte, sich im Sonnenlicht zu verhalten, so verwandelte sich ihre Farbe — binnen einigen Monaten — ins Rote und die Jungen wurden z. B. binnen den zwei Sommermonaten rot. Verhält sich die Sache so, wie KENT es behauptet, dann ist es begreiflich, weshalb LEREBOULLET bloß unter den *A. pallipes* rote Farbenvarietäten finden konnte. Wahrscheinlich aus dem Grunde, weil sie bekanntlich im Gegensatze zu *A. fluviatilis* auch tagsüber herumkriechen, und so würde sich der Zusammenhang zwischen der Färbung und dem Aufenthalt an der Sonne der bosnischen roten Krebse von selbst ergeben. Daß auch chemische Einflüsse die lebenden Krebse röten können, ist ebenfalls bekannt; wenn wir ihren Panzer mit einer in Alkohol getauchten Watte benetzen, so verändert sich ihre Farbe sofort ins Rote.

Wie aus diesen Tatsachen ersichtlich, ist das Rotwerden eine durch äußerliche Einflüsse hervorgerufene Umwandlung, die verschiedener Natur sein kann, nämlich Wärme, chemische Einflüsse und eventuell auch andere Bedingungen.

Es ist bekannt, das Krebse durch Kochen rot werden, die Ursache liegt darin, daß das blaue Zyanokristallin sich in rotes Krustazeorubin verwandelt. Angeblich wird während des Kochens nicht jeder Krebs rot, sondern es behalten manche ihre grauliche Farbe. Schon bei ALDROVANDI finden wir dies aufgezeichnet — aus 1642 — indem er schreibt, daß nicht aller Flüsse Krebse rot werden, denn jene, welche zwischen Felsen und Steinen leben, bekommen eine hellere Farbe. 1755 setzt RÖSEL (110, p. 311) zu dieser Beschreibung ALDROVANDIS hinzu, daß die Krebse solcher Orte gesotten schwärzlich und gefleckt erscheinen und man sie „Steinkrebse" nennt. Nach GROSSINGERS Behauptung (25, p. 258) werden die Krebse aus dem Bache bei Lucski, im Komitat Liptó gekocht grau und überziehen sich mit einer Kalkschicht. OKEN (104, 1855) wiederholt, was RÖSEL sagt, nämlich, daß der „Steinkrebs" gekocht dunkel gefärbt bleibt. LEUNIS-LUDWIG (95, II, p. 661) schreibt, daß mehr oder weniger nur die obere Hälfte des *A. torrentium* nach dem Kochen rötlich wird, welche Angaben auch LAMPERT mitteilt (41, p. 187). Daß der Krebs gesotten nicht unbedingt rot wird, hat G. ENTZ senior in Szucsák, E. DADAY

in Bikszád beobachtet (mündliche Mitteilung). Meine, von diesen beiden Stellen herstammenden Krebse wurden ausnahmslos schön rot. A. GORKA schreibt (23, p. 422), daß im Rückenpanzer des „Stein- oder Ziegenkrebses (*Astacus torrentium* SCHRANK) zu den beiden angeführten Farbstoffen (nämlich zum Krustazeorubin und Zyanokristallin) noch andere, sich schwer lösende, bräunlichgelbe Farbstoffe (Lipochromen) hinzukommen, die auch im heißen Wasser ihre charakteristische Farbe beibehalten und sich nie in rotes Krustazeorubin verwandeln, weshalb der Rücken des Steinkrebses beim Kochen nie so rot wird, wie der Panzer des Edelkrebses (*Astacus fluviatilis*) oder Dohlenkrebs (*Astacus pallipes*)."

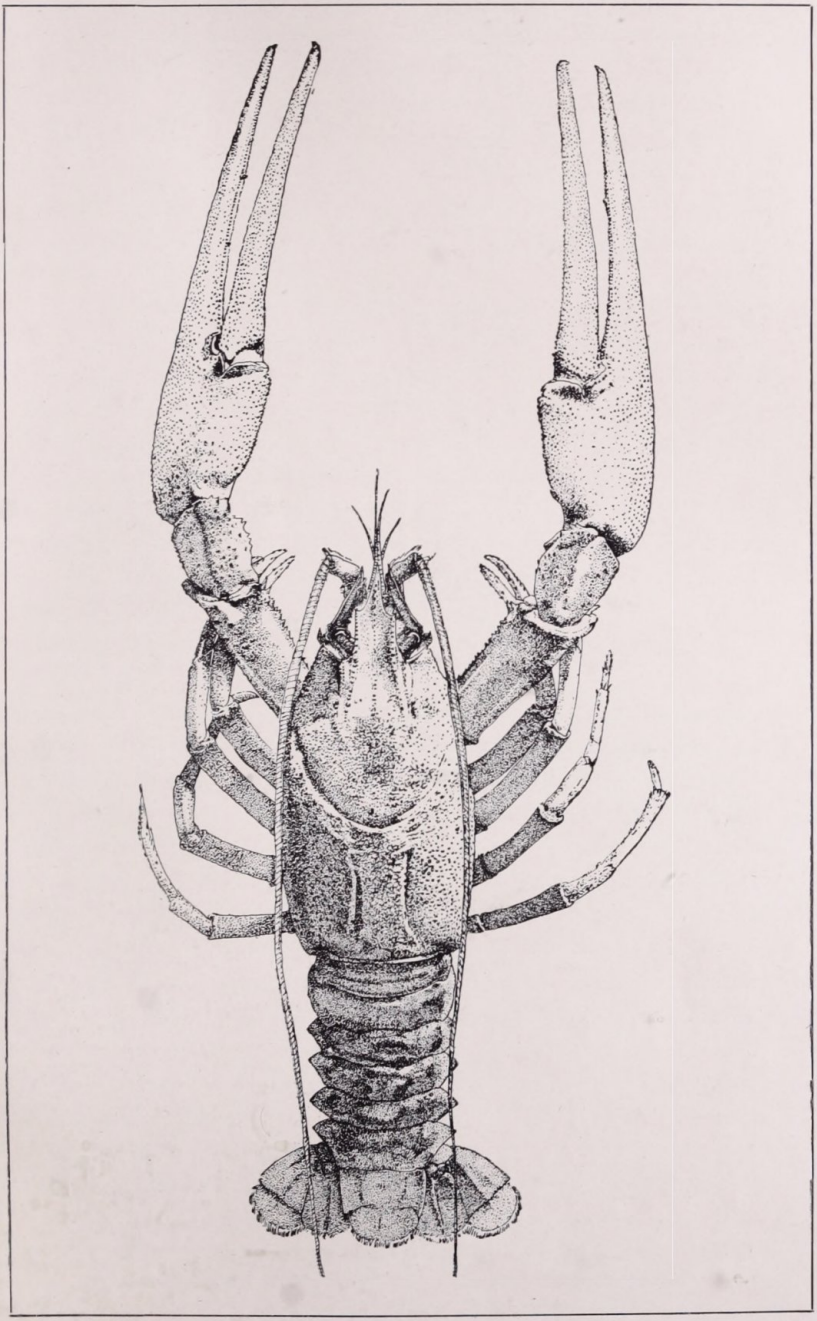
Wie es aus dieser literarischen Zusammenstellung hervorgeht, wird der Panzer des *A. torrentium* nach Behauptung einiger Verfasser beim Kochen nie rot. Von den mir zur Verfügung stehenden Exemplaren kochte ich viele, aber diese wurden nicht nur rot, sondern am Rücken sogar feuerrot, die ventrale Seite der Füße blieb hingegen hell. Meine eigenen Erfahrungen mit den literarischen Angaben vereinigend, gelange ich zu der Schlußfolgerung, daß das Ausbleiben der roten Farbe beim Kochen mancher Krebse nicht eine auf eine besondere Art beschränkt bleibende Eigenschaft ist, sondern bloß eine zufällige Eigentümlichkeit sein kann, welche wahrscheinlich auch bei anderen Flußkrebsen vorkommen könnte, aber jedenfalls als eine außerordentliche, vielleicht kränkliche Erscheinung betrachtet werden muß.

* * *

Nach diesen allgemeinen Betrachtungen gehe ich nun zur Beschreibung der einzelnen Arten über, mit der Bemerkung, daß ich mich darin an die Einteilung LEREBOULLETS, die er beim *A. torrentium* oder — wie er ihn nennt — *Astacus longicornis* und *A. pallipes* angibt, halten werde, und das Hauptgewicht auf jene Merkmale lege, die nach LEREBOULLET und HUXLEY bei der Unterscheidung dieser Dekapoden die wichtigsten sind.

1. Astacus leptodactylus ESCHSCHOLZ.

Astacus leptodactylus ESCHSCHOLZ, *Astacus ruthenicus* AUCT., *Potamobius leptodactylus* (ESCHSCHOLZ) SAMOUELLE, Schwabkrebs, MARSIGLI 1727; Ziegenkrebs, GROSSINGER 1794; Teichkrebs, KÁ-



BIBLIOTHECA ACADEMIAE SCIENTIARUM HUNGARICAE
MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA KÖNYVTÁRA
BUDAPEST

ROLI; Teichkrebs, Russischer Krebs. (I. Tafel, altes Männchen aus dem Berettyó, auf $^1/_2$ reduziert.)

Wie bei jedem Flußkrebse, so ist auch die Farbe des *A. leptodactylus* sehr verschieden. Die Farbe der „polnischen Krebse", welche, so benannt, in der Budapester Markthalle feilgeboten werden und *leptodactylus* sind, ist ungewöhnlich dunkelrotbraun, beinahe schwarz, die daselbst als „russische Krebse" verkauften sind lichter.*

Die in Budapest aus der Donau gefangenen sind ebenso gefärbt, wie der daselbst gefangene *A. fluviatilis*, und dieser ist rötlichgebräunt und olivgrün marmoriert. Die Exemplare aus der Berettyó (von Berettyóújfalva) sind mattbraun, beinahe blond, schlammfarben. Sehr schön ist die Farbe der von Szeged, aus der Tisza stammenden Exemplare, deren Rückenseite lichtblaugrau gefärbt ist, ihr Kopfbruststück ist mit dunkleren Flecken marmoriert, fast gefleckt, ihre Füße sind beinahe weiß, sehr zart mattorangefarbig, der Stil des Auges ist rot. — GROSSINGER erwähnte schon, daß im Balaton und anderen Teichen, so auch in Morästen weiße Krebse leben. Unter weißer Farbe meint er wahrscheinlich die mattgraue, denn wie K. SZIGETHY (59, p. 5) bemerkt, sind die „im Balaton lebenden Krebse gleichmäßig gelblichweiß". Von derselben Farbe sind die neuerer Zeit (1909) aus dem Balaton gesammelten Exemplare. An sämtlichen Exemplaren ist die untere Seite des Körpers und der Extremitäten lichter.

Was die Größe betrifft, so war unter den Flußkrebsen, die ich abmessen konnte, jenes alte *leptodactylus*-Männchen das größte, welches aus der Berettyó gefangen wurde (I. Tafel). Seine Länge war vom Rostrum bis zum Telsonende 170 mm. Nach der von HUXLEY angeführten — auf RATHKE basierenden Zeichnung (89, p. 252) — beträgt der *leptodactylus* die dreifache Länge der Zeichnung, d. h. er kann auch etwa 190 mm lang sein. Das größte abgemessene Weibchen hatte 155 mm. Der Unterschied zwischen Männchen und Weibchen des *leptodactylus* ist derselbe wie bei den Weibchen und Männchen der andern Flußkrebse, daß nämlich die Männchen größer, ihre Fühler länger, ihre Scheren

* Nach DRÖSCHER (78, p. 16) sind die westrussischen und polnischen Krebse dunkel, wie jene der Oder, der Havel, der Spree und der Netze.

stärker und größer sind, das Abdomen des Weibchens aber ist breiter, flacher, jenes des Männchens ist schmäler und gewölbter.

Die unten befindliche Tabelle erteilt über Größen und Maße der einzelnen, von verschiedenen Fundorten stammenden Exemplare Aufschluß.

Der Körper des Tieres ist im Vergleiche zu jenem der anderen Arten schlank, seine Schere ist im Vergleiche zu anderen am längsten, so auch der große Fühler (die Länge des Körpers war 170, die große Antenne eines alten Männchens 185 mm). Auf der Körperoberfläche, besonders am Cephalothorax, befinden sich Stacheln, und die an den anderen heimischen Krebsarten wahrnehmbaren Furchen, Anschwellungen und Leisten zeigen sich bei dieser Gattung am schärfsten. Ich möchte sagen, daß diese Art unter allen Flußkrebsen am markantesten modelliert erscheint. Der Panzer ist verhältnismäßig dünn, seine Substanz ist weich (wie es bereits MARSIGLI erwähnt), elastisch, dem Drucke leicht nachgebend, derart, daß selbe mit dem Finger eingedrückt werden kann, wie es auch DRÖSCHER (78) und RÉPÁSSY bemerkt (54, p. 26).

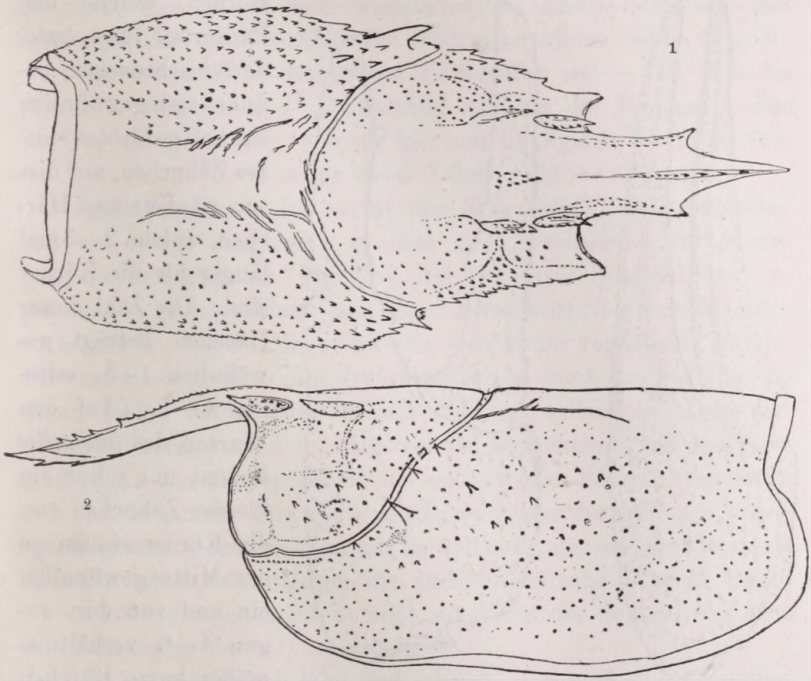
Der Cephalothorax ist verhältnismäßig schmal (siehe die erste Abbildung und Tabelle), seine Mitte breitet sich nicht so sehr aus als die des *fluviatilis*, auf einem großen Teile seiner Oberfläche befinden sich viele, spitzauslaufende Wärzchen, gewissermaßen kurze Stacheln, wie es besonders in der Seitenansicht der vom Cephalothorax gemachten Zeichnung (Fig. 2) ersichtlich ist, welche bis zu den Branchiocardialfurchen hinaufreichen. Stacheln dieser Art sind am *fluviatilis* nur in kleinerer Zahl vorhanden (Fig. 15—16), am *pallipes* können nur mehr einige solche (Fig. 38 bis 49) beobachtet werden, am *torrentium* fehlen sie aber überhaupt (Fig. 48—49).

Die Schläfenfurche ist sehr scharfkantig, ihr abfallender Ast eventuell unterbrochen (Fig. 1). Vor der Branchiocardialfurche befinden sich oft 5—6 schräg laufende, ungleich berandete Furchen, was jedoch nicht die ausschließliche Eigenheit dieser Art ist.

Das Rostrum ist verhältnismäßig lang (5—11 mm und an den ♂ länger als an den ♀), schmal, in der Mitte der obern Seite erhebt sich eine Kante (welche beiläufig mit den Augen in einer Linie verschwindet, die aber vor der ersten Postorbitalleiste bis

zum Ende der zweiten wieder verfolgt werden kann). An derselben können 2—9, an deren unteren Seite jedoch 1—2 (sogar 3—5) Stacheln vorhanden sein.

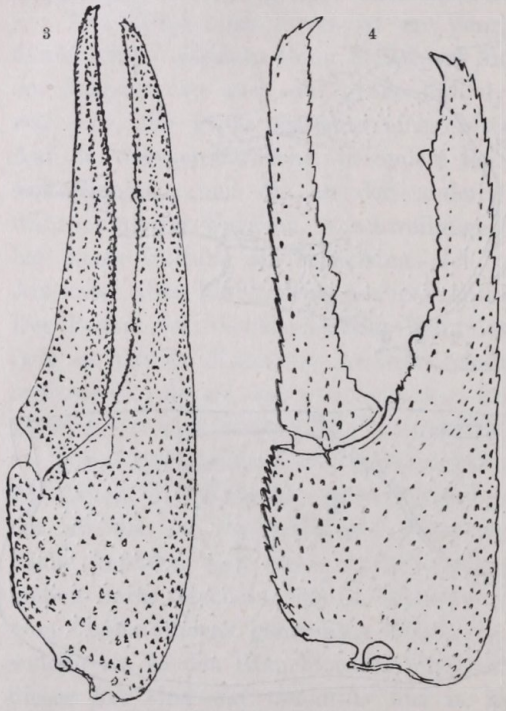
Ober dem Auge erhebt sich eine sehr gut entwickelte Leiste, die bis zur zweiten Postorbitalleiste verfolgt werden kann; auch



Figg. 1—2. Der Cephalothorax des *Astacus leptodactylus* Eschz. obere Ansicht (Fig. 1), Seitenansicht (Fig. 2) etwas vergrößert.

diese kann von 1—25 Stacheln geziert sein. Die Postorbitalleiste ist sehr gut entwickelt, ihr Ende ist mit Stacheln bewaffnet und ihre Oberfläche gekörnelt. Von der zweiten Postorbitalleiste entspringt an der Seite des Cephalothorax eine sich abwärts krümmende, sehr scharf hervortretende, halbkreisförmige Furche. Es ist für das Abdomen bezeichnend, daß alle seine Wölbungen, welche auch an andern Flußkrebsen vorhanden sind, schärfer hervortreten. Die Seitenplatten, die Pleura, sind im Vergleiche zu den andern Arten alle schmal und laufen scharf zugespitzt aus

(7, Fig. 13). Sein Querschnitt ist im Vergleiche zu jenem des *fluviatilis* flach. Die Verhältnisse des Telson weichen von jenen des *fluviatilis* kaum ab, weil die Höhe des unteren Anhanges beiläufig der halben Breite des oberen Anhanges gleich ist (Fig. 11).



Figg. 3—4. Schere des *Astacus leptodactylus* Eschz.
Fig. 3. Altes Exemplar (natürliche Größe).
Fig. 4. Junges Exemplar (etwa 5 mal vergrößert).

An der Spitze jener Körner, welche den Panzerteil des *leptodactylus* bedecken, befindet sich gewöhnlich ein hell gefärbtes spitzes Zähnchen, auf diesem wieder sitzen Härchen, welche 2—3 mal länger als die Körner sind. Die Zahl dieser Härchen beträgt gewöhnlich 1—3, seltener 4—5. (Auf den Warzen des *fluviatilis* kommt nur selten ein kleines Zähnchen vor, die Körner sinken in der Mitte gewöhnlich ein und von dort ragen 4—6 verhältnismäßig kurze Härchen empor.)

Es ist für das Epistomium (Fig. 10) charakteristisch, daß auf demselben beim *leptodactylus*, den Warzen der grünen Drüse gegenüber, sich ein spitzer Zahn oder Stachel befindet, am *fluviatilis* aber findet man in schräger Reihe angeordnet 4—5 Wärzchen, unter denen auf den zur Mittellinie zunächst fallenden ersten und zweiten, mitunter ein Zahn oder ein Stachel sitzt (Fig. 10 und 22).

Das erste Glied der großen Antenne ist, verglichen mit denen anderer Arten, lang, schlank, die Geißel am unverstümmelten alten

♂ ist länger als der Körper (Körper 170, Geißel 185 mm) und auch das ist für sie charakteristisch, daß die Glieder am alten ♂ auf der Längsachse der Geißel nicht senkrecht, sondern schief stehen; auf der Geißel erheben sich zahlreiche Härchen, welche länger sind als die halbe Höhe eines Gliedes. Die Antennalschuppe ist flach, ihre untere Seite ungezähnt, die innere Seite aber hat im Vergleiche zu *fluviatilis* sehr zahlreiche kleine Zähne (Fig. 6).

Das dritte Glied des dritten Kieferfußes ist — mit dem des *fluviatilis* verglichen — schmächtig und an der Innenseite sind — wie am *fluviatilis* — auch hier am häufigsten 1—1, seltener 0—1, 1—2, 2—2, ja sogar 3—3 Zähne sichtbar (Fig. 12).

Charakteristisch ist es für den Scherenfuß des *leptodactylus*. daß er — im Vergleiche zu dem von *fluviatilis* — im ganzen genommen schlank ist (Fig. 3, 4 und 18). Auffallend ist das Carpopodium; es ist schlank und jener Einschnitt, der am *fluviatilis* so scharf ins Auge fällt, bildet eine sich kaum vertiefende Furche. Die am Carpopodium des *leptodactylus*, so auch die auf den anderen Teilen befindlichen Körner sind zu spitzen Stacheln ausgebildet, deren Anzahl im allgemeinen bezeichnend ist, da an der Außenseite des Carpopodiums bei *leptodactylus* 35—40, an *fluviatilis* 25—30, an der Innenseite am *leptodactylus* etwa 20, am *fluviatitis* aber deren 8 anzutreffen sind; an welchen unter den fünf letzteren Stacheln sitzen, wohingegen die anderen einfache Warzen sind.

Äußerst bezeichnend ist auch die Form der Schere, was auch die Benennung der Art ausdrückt.

Sie ist gewöhnlich lang und schmal. Ich muß aber bemerken, daß die Schere der Jungen so wie auch der Weibchen keine so typische schmale Schere ist wie jene der älteren Männchen, sondern, wie dies auch aus der Zeichnung ersichtlich (Fig. 4, 8) ist, erinnert sie lebhaft an die Schere des *fluviatilis*. Überhaupt erinnert die Schere aller jungen Exemplare — Männchen und Weibchen sämtlicher einheimischen Arten — an die Schere vom jungen *leptodactylus*. Sie ist verhältnismäßig kurz, kräftig und die zwei Scherengriffe schließen fest und verlaufen parallel. Auch möchte ich betonen, daß es zwischen den schlanken Scheren wieder mittelförmige und ganz besonders schlanke gibt; diese letzteren dürften vielleicht regeneriert sein. Wenn man also alle diese Scheren in

eine Reihe stellt, so findet man, daß zwischen der Schere des *fluviatilis* und *leptodactylus* (aber auch zwischen jener von *pallipes* und *torrentium*) ein Übergang zu verzeichnen ist. Dieses beobachtete auch K. SZIGETHY (59) und schrieb seine Abhandlung, in welcher er die Existenz der Übergangsformen zwischen *fluviatilis* und *leptodactylus*, sich hauptsächlich auf diese Basis stützend, nachzuweisen suchte. Wahrhaftig treffen wir, wenn wir irgendeinen Körperteil eines Exemplars betrachten, derartige Übergänge an, wenn wir aber die morphologischen Charakterzüge möglichst vieler Exemplare in Betracht ziehen, oder wenn wir auch nur einen Körperteil, jedoch eingehend studieren, so können wir die zwischen beiden Arten bestehende Verschiedenheit leicht erkennen. Besonders eingehend befaßte ich mich mit der Dentation der Scheren und fand darin einen — beide Arten betreffenden — wesentlichen Unterschied. Während nämlich an der normalen, d. h. nicht regenerierten Schere der älteren Exemplare des *fluviatilis* an deren unbeweglichem Aste, in bestimmter Lage zwei starke Zähne zu treffen sind, zwischen denen an der Schere sich etwa ein Einschnitt, der sog. Index, befindet, ist ein derartiger Index an ausgebildeten Exemplaren von *leptodactylus* niemals wahrzunehmen, obzwar er an den Jungen, gewissermaßen angedeutet, erscheint (Fig. 4). Bezeichnend ist die Zahl der Scherenzähne und deren Stellung, was aus folgender Tabelle ersichtlich ist.

		Anzahl der Zähne	Der eine stärkere Zahn ist zwischen dem	Der zweite stärkere Zahn
A. leptodactylus	Außenast	19—150	5.—35. und 15.—17. Zahn	57.—67. Zahn
	Innenast	25—150	0	0
A. fluviatilis . .	Außenast	20—75	4.—11. und 12.—9. Zahn	36.—41. Zahn
	Innenast	19—81	6 —9 Zahn	0

Schließlich will ich noch die Kopulationsorgane erwähnen. Der erste Penisanhang stimmt an den verschiedenen Arten im ganzen genommen überein; mit seinen minimalen Verschiedenheiten will ich mich nicht weiter befassen. Viel größer und auffallender jedoch sind die Abweichungen in der Bildung des zweiten Penisfußes, welche in der beigefügten Zeichnung gut zum

Ausdruck gebracht worden sind (Fig. 5). Am auffallendsten ist der Einschnitt, welcher sich an der Ventralseite des Penisfußes Parapodits befindet, ferner die an der Basis des Endopodits sich erhebende mächtige Anschwellung, welche besonders von der Seite recht deutlich sichtbar ist. Letztere ist am *fluviatilis* gänzlich mangelnd, weshalb dieses Glied bei *fluviatilis* auch ganz flach ist (Fig. 18). Interessant ist es, daß hinsichtlich des zweiten Penisfußes sowohl *pallipes* wie auch *torrentium* zu *leptodactylus* näher stehen als zu *fluviatilis* (vgl. Fig. 5, 18, 40 und 52). In dieser interessansen Tatsache scheint auch ein Zeichen dafür vorzuliegen, daß *leptodactylus* dem Urtypus unserer Flußkrebse am nächsten stehen dürfte.

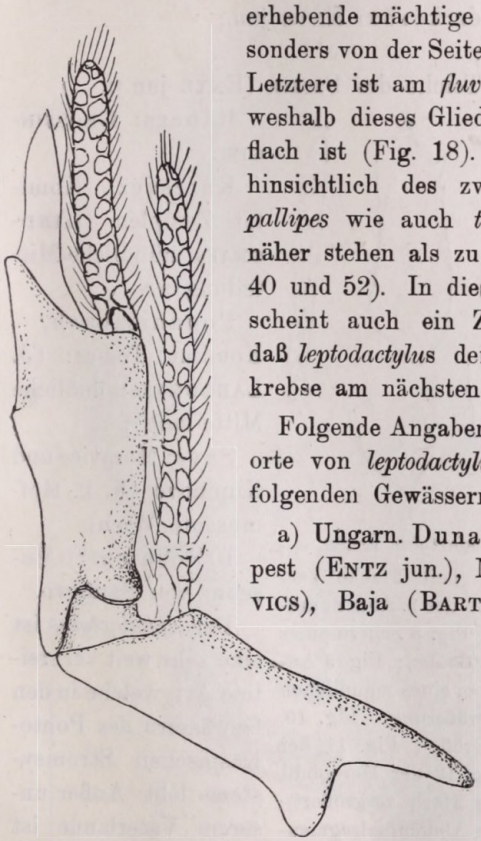


Fig. 5. Anhang des zweiten Abdominalmetamers eines männlichen *Astacus leptodactylus* Eschz., etwa 6mal vergrößert.

Folgende Angaben beziellen sich auf Fundorte von *leptodactylus*. Mir ist diese Art aus folgenden Gewässern bekannt:

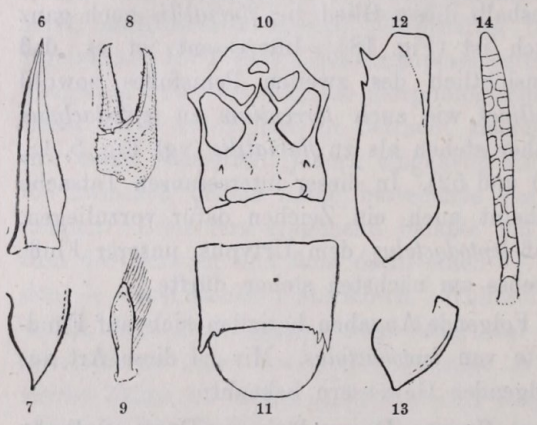
a) Ungarn. Duna: Pozsony (Ortvay), Budapest (Entz jun.), Mohács (Margó-Mojsisovics), Baja (Bartsch), Vajaság bei Bács (Grossinger);

Rákosbach: Budapest (Nationalmuseum);

Balaton: Grossinger, Fényes, Czuczor-Fogarasi, Bátorffy-Hoffmann, Huxley, Szigethy, Faxon, Landgraf, Entz jun., Lovassy*;

* Im Balaton soll die Krebspest nach Lovassy (A rák a Balatonban. Term. Tud. Közlöny. Bd. 42. 1910, p. 912—913) im Jahre 1881 begonnen haben. Seit dem Jahre 1882 soll man im Balaton überhaupt keine Krebse mehr gefangen haben, bis 1903. Von dieser Zeit an erschienen sie wieder, wo sie sich jetzt wieder verbreiten, und zwar *leptodactylus*, während *fluviatilis* sich hingegen auf die fließenden Gewässer der Umgebung beschränkt, obgleich sie vordem auch im See selbst gelebt haben sollen.

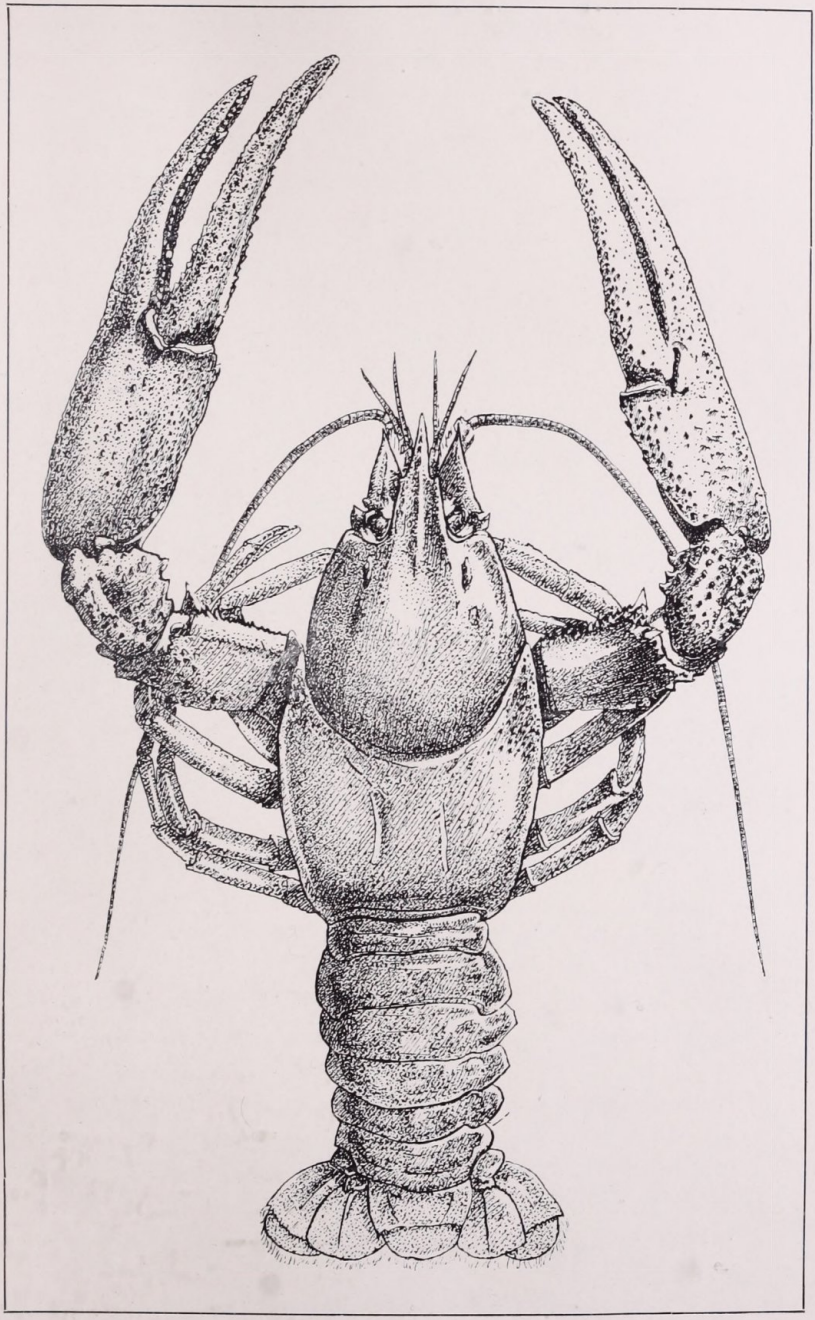
Tisza: HUXLEY, FAXON, SZIGETHY, ENTZ jun. (Szeged);
Berettyó: Berettyóújfalu (ENTZ jun.); Öcsöd (Komitat Békés (ENTZ jun.);
Csiger patak (Fehér körös) ENTZ jun.;
Zsitva: GROSSINGER;
Tapió-Györgye, im Teiche des Parkes (ENTZ jun.);
Rábcza: GROSSINGER;
Karcsácz: Komitat Zemplén (LANDGRAFs mündliche Mitteilung);
Poganicsbach, Komitat Temes: (J. LANDGRAFsmündliche Mitteilung);
Save: Moravice und Kupinovo (K. k. Hofmuseum Wien).
b) Bosnien(?): Museum von Sarajevo.



Figg. 6—14. *Astacus leptodactylus* ESCHZ.

Fig. 6. Die Antennalschuppe (beil. 2fache Vergrößerung); Fig. 7 Seitenplatte des 3. Abdominalsegmentes (natürliche Größe); Fig. 8 Schere eines jungen Exemplars (natürliche Größe); Fig. 9 Anhang des 2. Abdominalsegmentes eines männlichen Exemplars (etwa 2 fache Vergrößerung). Fig. 10. Das Epistomium (natürliche Größe); Fig. 11 der Telson (natürliche Größe); Fig. 12 der Meropodit des dritten Kieferfußes (etwa 2fach vergrößert); Fig. 13 Seitenplatte des ersten Abdominalsegmentes (natürliche Größe); Fig. 14 Anhang des zweiten Abdominalsegmentes eines weiblichen Exemplars (etwa 2fache Vergrößerung).

Der *leptodactylus* ist eine sehr weit verbreitete Art, welche in den Gewässern des Ponto-Kaspischen Stromsystems lebt. Außer unserem Vaterlande ist er aus den mittel- und südrussischen Flüssen bekannt, im Norden kennt man ihn aus den Gewässern des Weißen Meeres und des Finnischen Meerbusens sowie aus den Seen dieses Gebietes. Aus Sibirien, von den Regionen des Kaspischen Meeres, ferner von Westsibirien aus dem Stromgebiet des Ob und Irtis (HUXLEY [89], FAXON [81], ORTMANN [106]), ja nach HUXLEY (89, p. 251 bis 52) lebt er nicht nur im Süßwasser der Flüsse und Teiche,



BIBLIOTHECA ACADEMIAE SCIENTIARUM HUNGARICAE
MAGYAR
TUDOMÁNYOS
AKADEMIA
KÖNYVTÁRA
BUDAPEST

den Brackgewässern der Flußmündung des Schwarzen und Asowschen Meeres, sondern ist auch in beträchtlicher Tiefe im südlichen, stark salzigen Teile des Kaspischen Meeres zu finden.

Maße und Verhältnisse des *Astactus leptodactylus*.

Bp = Budapest, Ba = Balaton, B = Berettyó, R = Rußland.

Fundort und Geschlecht der Tiere	B ♀	B ♀	Bp ♀	R ♀	Ba ♀	Tisza ♀	Tisza ♀	Tisza ♂	Bp ♂	Bp ♂	Tisza ♂	Ba ♂	B ♂
Ganze Länge des Körpers	52	57	105	109	112	137	155	107	109	113	123	135	170
Cephalothoraxlänge	27	29	52	54	55	70	82	56	51	54	67	72	93
Cephalothoraxbreite	13	15	28,5	28	26	35	38	31	28	28	33	36	48
Kopfteillänge	19	20	35	36	37	—	—	—	33	35	—	48	59
Rostrumlänge	5	5	7	9	9	11	11	6	6	7	9	11	11,5
Rostrumbreite ...	3	4	5	5,5	7	7	7	6	5	5	6	7,5	9
Abdominallänge ..	25	28	53	55	57	67	73	51	58	59	56	63	77
„ -breite..	11,5	14	30	31	33	—	—	—	23	22	—	31	37
Telsonlänge	7	7	14	11	16	—	—	—	13,5	14	—	18	23
„ -breite	6	7	14	13	14	—	—	—	12,5	13	—	16	21
Geißellänge	33	33	53	61	85	—	—	—	76	—	—	107	185
Schuppenlänge ...	6,5	6,5	10	10,5	14,5	—	—	—	11	10,5	—	15,5	16
„ -breite ..	2,5	3	4,5	4,5	5	—	—	—	4	4	—	6,5	8
Länge der ersten Pleura	5	5	13	14	13	—	—	—	9,5	10	—	13	16
Breite der zweiten Pleura	4,5	5	10,5	10	11	—	—	—	8,5	9	—	11	15
Scherenlänge	16	18	37	34	45	49	70	54	42	40	62	69	123
„ -breite ...	7	8	15	14	16	20	23	19	17	15	20	21,5	37
„ -dicke	3,5	4	8	7	8	—	—	—	9	8,5	—	11,5	26
Handwurzellänge .	4,5	5	10	10	11,5	—	—	—	12	12	—	17,5	19

2. *Astacus fluviatilis L.*,

Astacus fluviatilis RONDELET, *Cancr astacus* L., *Astacus fluviatilis var. nobilis* HUXLEY, *Potamobius fluviatilis* L., SAMOUELL, Edelkrebs, GESSNER 1558, Schwarzkrebs, MARSIGLI 4727; Edelkrebs, GROSSINGER 1794; Écrevisse à pieds rouges, LEREBOULLET; Solo (d. i. Zalaer)-Krebs; Edelkrebs; Flußkrebs.

(II. Tafel, altes Männchen aus dem Olt; um $^1/_5$ reduziert.)

Seine Farbe ist den Gewässern, vielleicht sogar den Fundorten nach, stets eine verschiedene. Am häufigsten ist sie lichter oder dunkler olivgrün, in den Seen lichter, in den Flüssen dunkler (DRÖSCHER 78, p. 25, auch GROSSINGER wußte dies schon). Jene

Exemplare, welche man in der Markthalle zu Budapest als russische Krebse feilbietet, haben eine dunkle, beinahe schwarze Farbe, die, welche bei Budapest aus der Donau stammen, sind etwas heller, rötlichbraun, grünlichbraun marmoriert; heller ist auch der aus dem Hernád bei Igló herstammende, aber noch heller als diese sind einzelne aus der Nagy-Küküllö und aus der Maros herstammenden Exemplare. Die bei Zalaegerszeg aus dem

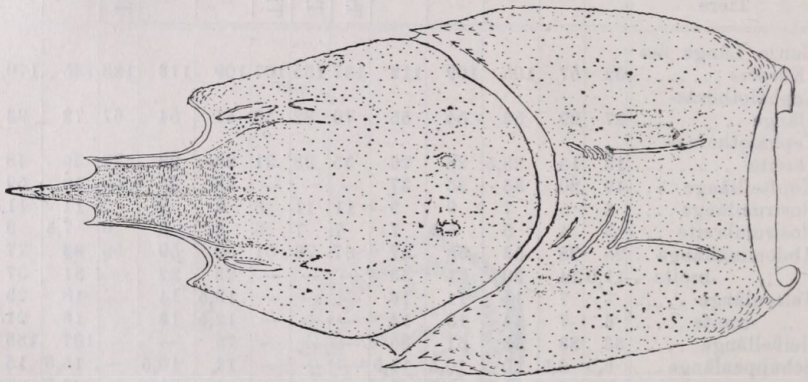


Fig. 15. Cephalothorax von *A. fluviatilis* von der Dorsalseite.

Nekeresdbach gesammelten Exemplare haben eine schmutzig-dunkelgrünbraune Farbe; ihre Gelenke sind lebhaft scharlachrot und ihre Fußwurzel (an der Wurzel des Coxopodit) hell zitronengelb. Aus der Maros erhielt ich ein prächtiges, türkisblaues Exemplar, dessen Ventralseite etwas heller war; unter den Einkerbungen aber war der untere Teil des Coxopodits schön zitronengelb. E. Csiki sammelte ein rotes Exemplar aus dem Sevíz bei Nagyszeben.

Die Größe des Eies ist 3 mm. Das aus dem Ei schlüpfende Junge mißt 7—9, oft sogar 11 mm. Verschieden sind die Angaben der Verfasser über die Zahl der Eier. Schiemenz (108) stellt ihre Durchschnittszahl auf 59, mit einer Latitüde zwischen 10—340. Lebon berichtet (94), daß die Eierzahl niemals mehr als 70—80 beträgt, ich hingegen zählte deren 120—150! Ihre Farbe ist grünlichbraun.

Die Länge des größten einheimischen ♂-Exemplars, vom Rostrum bis zum rückwärtigen Rand des Telson, ist 147 mm, das

MAGYAR

kürzeste geschlechtsreife Weibchen war 78, das größte aber 120 mm lang. Nach SOUBERAIN (89, p. 292) werden sie auch 190 mm lang.

Der Körper des Tieres ist, im Vergleiche zu jenem des *leptodactylus*, kräftig gebaut (Fig. 15—16), in der Mitte des Cephalothorax aber ziemlich erweitert. Der Panzer, verglichen mit dem des *leptodactylus*, ist unbiegsam und hart. An der Seite des Kopfbruststückes befinden sich nicht so viele Stacheln wie am Cephalothorax des *leptodactylus* und sind dieselben nur hinter der

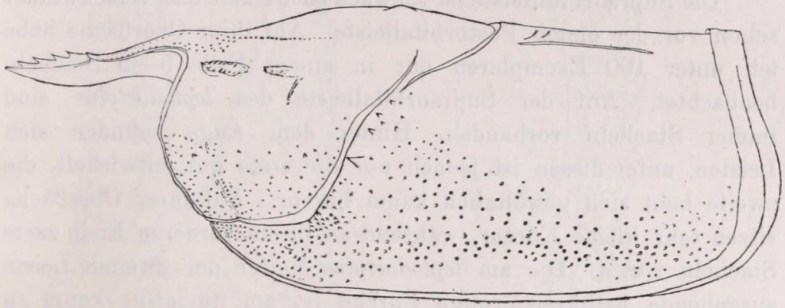


Fig. 16. Cephalothorax von *A. fluviatilis* von der linken Seite.

Schläfenfurche in größerer Anzahl vorhanden. (An dieser Stelle hat der *pallipes* 4—5 Stacheln, wohingegen an *torrentium* an dieser Stelle überhaupt keine sind.)

Die Schläfenfurche verläuft als eine abgerundete Linie; die Branchiocardialfurche ist gut ausgebildet, es sind vor ihr 2 bis 3 schiefe Furchen sichtbar, die aber nicht so scharf entwickelt sind wie an *leptodactylus*; die am Körper sich seitlich anreihenden Körner und Stacheln erstrecken sich niemals bis zur Branchiocardialfurche, so daß, wenn das Tier von der Seite des Rückens betrachtet wird, Körner und Stacheln nur neben der Schläfenfurche auftreten.

Das Rostrum ist, verglichen mit dem des *pallipes* und *torrentium*, verhältnismäßig lang (meistens 4—7 mm) aber kürzer als am *leptodactylus*, dessen Rostrallänge zwischen 6—11 mm schwankt. In der Mitte des Rostrums erhebt sich eine Kante, welche in der Mittellinie beinahe bis zum zweiten Stachel der Postorbitalleiste herabreicht, auf dieser befinden sich 1—12,

meistens 7 Zähne oder Stacheln (etwa so viele wie am *leptodactylus*, jedoch endet die mittlere Kante an letzterem schon etwas vor den Augen). An der Ventralseite des Rostrum beobachtete ich niemals Zähne.

Hier muß ich jedoch bemerken, daß ausnahmsweise auch Exemplare mit kurzem Rostrum vorkommen; diese hatten aber, wenigstens in den beobachteten Fällen, stets abgebrochene oder auf eine andere Weise beschädigte und vernarbte Rostra (Fig. 32 bis 37).

Die Supraorbitalleiste ist schwach entwickelt und verschwindet schon vor der ersten Postorbitalleiste. Auf ihrer Oberfläche habe ich unter 100 Exemplaren nur in einem Falle 5—5 Stacheln beobachtet. Auf der Supraorbitalleiste des *leptodactylus* sind immer Stacheln vorhanden. Hinter dem Auge befinden sich Leisten, unter diesen ist jedoch nur die erste gut entwickelt, die zweite hebt sich gewöhnlich kaum hervor. Auf ihrer Oberfläche sitzen sehr kleine Körner, während an ihrem vorderen Ende zarte Stacheln sitzen. Die am *leptodactylus* hinter der zweiten Leiste ausgehende halbkreisförmige Furche ist am fluviatilis kaum zu bemerken.

Die Umrißlinien des Abdomens sind, jenen des *leptodactylus* verglichen, abgerundet. Die seitlichen Abdominalplatten sind kürzer als an *leptodactylus*, ihre Seite ist ebenfalls abgerundet und endet stumpfer als am *leptodactylus*. Der Querschnitt des Abdomens ist, im Vergleich mit dem des *leptodactylus*, gewölbt. Der Telson weicht seinen Verhältnissen nach von jenem des *leptodactylus* kaum ab, insofern die Höhe des unteren Anhanges, beiläufig der Breite des oberen Anhanges entspricht, d. h. gleich ist (Fig. 23).

Den Körper des *fluviatilis* bedecken kleine Körner, welche kleinen Stachelchen von *leptodactylus* entsprechen (Fig. 15—16), kleine Stacheln sind nur in der unteren Hälfte der Schläfenfurche vorhanden, anderswo erheben sich 4—5 Borsten, welche, verglichen mit jenen des *leptodactylus*, kurz sind und deren Anordnung an jene der Borsten des *torrentium* erinnert.

An der rechten und linken Seite des Epistomium befindet sich ein zahnartiger Vorsprung (Fig. 22, an *leptodactylus* ist nur

1 Zahn vorhanden), an dem 4—5 kleine, in einer Reihe stehende Körner sitzen, von denen die zwei inneren je einen Stachel tragen können.

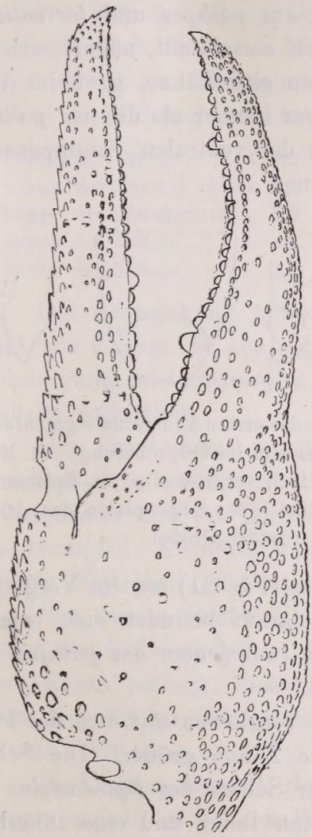


Fig. 17. Schere eines alten ♂ *A. fluviatilis* in natürlicher Größe.

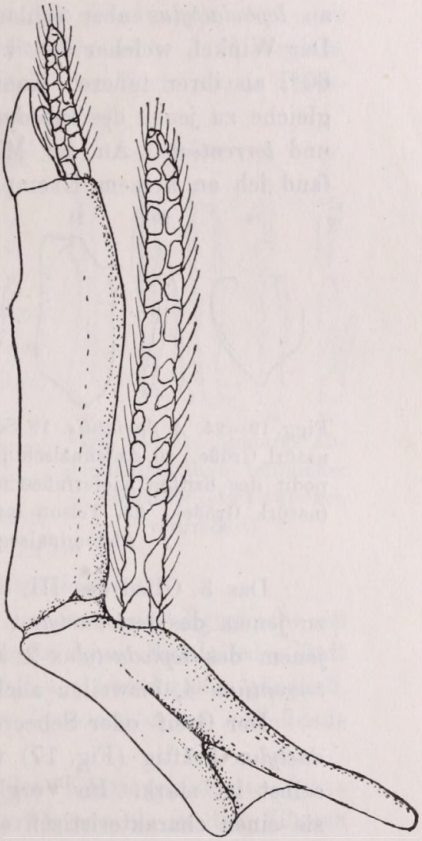
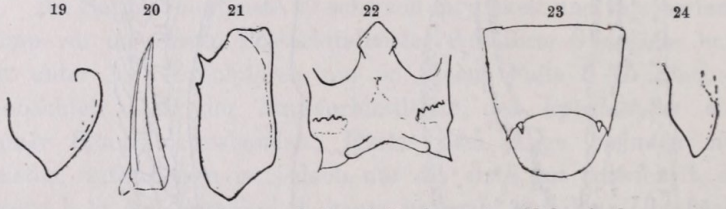


Fig. 18. Anhang des zweiten Abdominalringes *A. fluviatilis* - ♂. Etwa sechsfach vergrößert.

Das Basalglied der großen Antenne ist, verglichen mit dem des *leptodactylus* kurz, jenem des *pallipes* gegengestellt, aber besonders zu dem des *torrentium* lang und schlank. Die Geißel selbst besteht aus zu ihrer Länge senkrecht stehenden von Borsten bedeckten Ringen, d. i. Gliedern, welche kürzer sind als die des *leptodactylus*, aber länger als jene des *pallipes* und *torrentium*. Die

Geißel der norwegischen weiblichen Exemplare ist kürzer, die der männlichen aber länger und etwa $^1/_4$ kürzer als die Köperlänge (siehe Tabelle). Die Antennalschuppe (Fig. 20) ist kräftiger als an *leptodactylus* aber schlanker als am *pallipes* und *torrentium*. Der Winkel, welcher ihre zwei Seiten einschließt, nähert sich an 60°; an ihrer inneren Kante erheben sich Zähne, groß im Vergleiche zu jenen des *leptodactylus*, aber kleiner als die des *pallipes* und *torrentium*. An der Mittelrippe der ventralen Schuppenseite fand ich an keinem Exemplare Zähne.



Figg. 19—24. *A. fluviatilis*. 19. Seitenplatte des ersten Abdominalsegmentes (♀), natürl. Größe. 20. Antennalschuppe (beil. zweifache Vergrößerung). 21. Meropodit des dritten Kieferfußes (etwa zweifach vergrößert). 22. Epistomium (natürl. Größe). 23. Telson (natürl. Größe). 24. Seitenplatte des dritten Abdominalsegmentes ♂ (natürl. Größe).

Das 3. Glied des III. Kieferfußes (Fig. 21) ist, im Vergleiche zu jenem des *leptodactylus*, kräftig, darauf befinden sich, wie an jenem des *leptodactylus* 2 Zähnchen (auf jenem des *pallipes* und *torrentium* 4, bisweilen auch mehr).

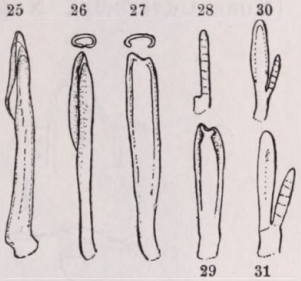
Der Greif- oder Scheerenfuß ist verglichen mit dem des *leptodactylus* kräftig (Fig. 17) und seine Zähne größer. Die Schere selbst ist stark. Im Vergleiche zur Schere des *leptodactylus* hat sie einen charakteristisch entwickelten Index und eine innerhalb gewisser aber engeren Grenzen als bei *leptodactylus* schwankende Anzahl von Zähnen. Was die Form der Schere betrifft, kann ich bemerken, daß es Exemplare gibt, deren Schere, ähnlich jener des *leptodactylus*, schlanker ist und welche vielleicht in den meisten Fällen regenerierte Gebilde sind. Besonders schöne, mit solchen langen Scheren versehene Exemplare erhielt ich aus dem Olt (die Länge der Schere eines Männchens betrug 81,5 — 86 Millimeter, ihre Breite aber nur 2,8 — 3,3 mm); im allgemeinen ähneln die Scheren der nicht sehr alten Weibchen

sowie der Jungen jener des jungen *leptodactylus*, insofern die Zähne ziemlich gleich sind, der Index schwach entwickelt ist, zufolge dessen die Äste fest schließen.

Die Scheere des typischen *fluviatilis* kann auch sehr groß werden*, z. B. sind die Maße der Scheere eines ♂ Exemplars, welches sich im zoologischen Institute der Technischen Hochschule zu Budapest befindet, die folgenden:

Länge der Schere	9,2	bzw. 9,5	cm
Länge des bewegl. Astes	5,5	„ 5,4	„
Länge der Handwurzel .	2,9	„ 3,1	„
Breite der Schere	3,3	„ 3,8	„
Dicke der Schere	1,7	„ 2,1	„

Die Schwankung betreffs der Anzahl von Zähnen ist aus obiger, bei der Schilderung des *leptodactylus* mitgeteilten Tabelle ersichtlich.



Figg. 25—31. Abnorme Abdominalanhänge weiblicher *A. fluviatilis* (etwa zweifach vergrößert).

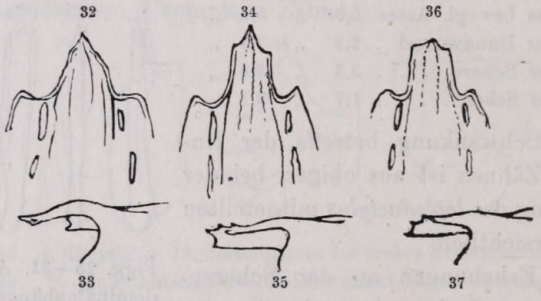
Die Erhebungen an der Scherenoberfläche, mit Ausnahme des inneren Scherenastes und der Handwurzel, sind zu stumpfen Körnern und nicht zu spitzen Zähnchen gebildet, wie am *leptodactylus*.

Der zweite Penisfuß (Fig. 18) ist kurz, im Vergleiche zu jenem des *leptodactylus*, an der Innenseite seines Basalgliedes läuft eine Kante entlang, diese Kante fehlt am *leptodactylus* gänzlich. Sein Expodit ist flach, und die am *leptodactylus* so auffallende Warze fehlt ihm.

In Ungarn kommt *fluviatilis*, das Küstengebiet der Adria ausgenommen, so in den Flachlandgewässern als in den Flüssen der Gebirgsgegenden vor. Ich habe diese Art von folgenden Fundorten studiert: Donau: Budapest, Tisza: Szeged, Berettyó: Berettyóújfalu, Rákos: Budapest, Dráva: In der Nähe von Csurgó, aus dem großen Teiche des Parkes zu Tata, Nekereds-

* Die Deutsche Fischerei-Zeitung (1890, p. 100) erwähnt unter dem Titel „Ein Riesenkrebs", ein riesiges Exemplar, welches in der Mündung der in den Bodenstättersee fließenden Aach gefangen wurde, dessen Gewicht, wie behauptet, 1 kg, die Länge der einen Schere 25 cm war. Die andere Schere fehlte ganz.

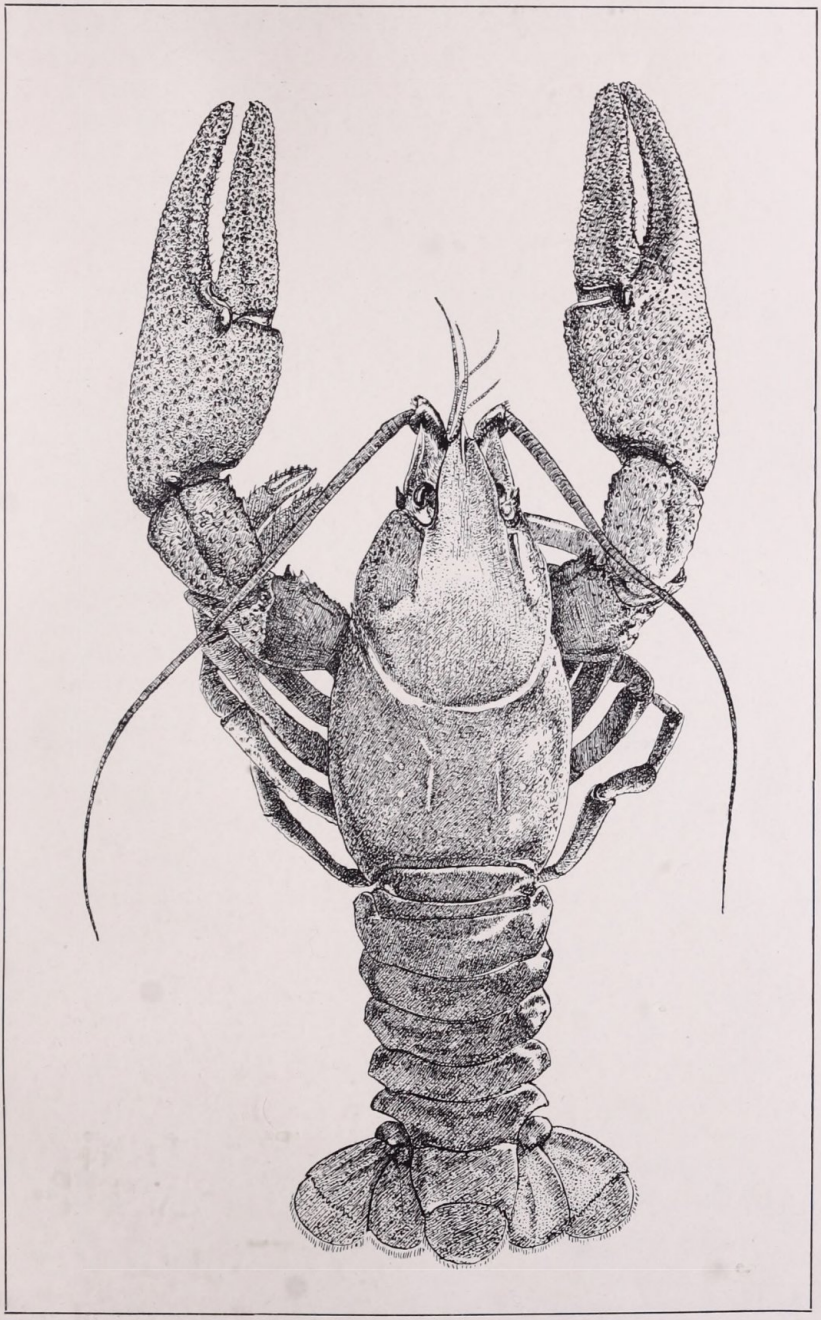
bach bei Zalaegerszeg, Iharosberény (Kom. Somogy) Gerecebach im Bakonyer Wald, Olt: Brassó, Jenőfalva, Maros, Kom. Alsó Fehér, Szamos: Kolozsvár, Nádasbach: Kolozsvár, Semesnyeibach (Kom. Szolnok-Doboka), Négerfalvabach (Kom. Szolnok-Doboka), Zusammenfluß des Küküllő und Szikszó (Kom. Udvarhely), Nagy-Küküllő: Segesvár, Sévizbach: Nagyszeben, Kisküküllő: Dicső-Sztmárton, Oroszhegybach (Kom. Udvarhely), Nagykövesbach (Kom. Udvarhely), Sebes-



Figg. 32—37. Abnorme Rostra von *A. fluviatilis*.
32, 34, 36 von oben; 33, 35, 37 dieselben von der Seite.
(Etwa auf die Hälfte reduziert.)

fluß: Láz (Kom. Szeben), Sebeskörös: Bánffyhunyad, Csernabach: Vajdahunyad, Fosesdbach: Ruszkabánya; Túr, Rheu, Jehér und Tálnabach bei Bikszád, Perje (Kom. Szilágy), Tálya, Ondovafluß, Tavarna, Hernád: Igló, Potocsekbach neben Bad Ránk, Bach bei Hollóháza (Kom. Abauj-Torna), Meleghegybach (Kom. Gömör), Perescénybach (Kom. Ung), Bad bei Pécsujfalu, Kistreben, Dognacska, Báté, die Seen von Plitvice, Likafluß bei Goszpičs und Medak, Fužine, Suma „Kotar" bei Petrinja (Kom. Zágráb), Oštarije Kod Kubusa zwischen Carlopago und Goszpics, Veličanka p. Velika (Kom. Pozsega), Perušié, Korenica, Stajnica, Lika: Ribnik, Mlakve, Čruče bei Kalinka, Garešniča, Rakovbach, Bosnien: Dolna Tuzle und viele Exemplare ohne näheren Fundort. Norwegen (Gegend von Kristiania Smaalenne).

Die Verbreitung dieser Art ist nach ORTMANN (105) folgende: Westrußland (im Norden bis Finnland), südlicher Teil Schwedens und Norwegens (hierher wurde sie wahrscheinlich ein-



geführt), Dänemark, Deutschland, Österreich, Frankreich, Norditalien.

Maße und Verhältnisse des *Astacus fluviatilis* (L.).

R = Rheubach bei Bikszád,
F = Fehérbach bei Bikszád,
K = Kristiania,
Gy = Gyergyóujfalu (Maros),
O = Olt: Jenőfalva,
X = Unbekannter Fundort.

Fundort und Geschlecht der Tiere	R ♀	J ♀	K ♀	K ♀	K ♀	Gy ♀	R ♂	K ♂	K ♂	K ♂	K ♂	Gy ♂	X ♂	O ♂
Ganze Länge des Tieres	59	68	77	84	89	106,5	46	80	84	86	88	106,5	146	138
Cephalothoraxlänge	30	34	40	42	45	55	24	41	44	45	46	55	81,5	75,5
Cephalothoraxbreite	15	18	20,5	22	24	26	12	21	22	22	23	29	43	40
Kopfteillänge	21	23,5	22	29	31,7	38	16	28	30	30	32	38	54	51
Rostrumlänge	4,5	5	—	5	7	7	4	5	6,5	6	6	7	10	10
Rostrumbreite	3,5	4	—	4	5	5	3	4	4,5	4	4	5	6	7
Abdominallänge	29	34	37	42	47	55	22	39	40	41	42	51,5	64,5	52,5
Abdominalbreite	13	15	18	20	21	30	10	17,5	18,5	19,5	30	30	32	30
Telsonlänge	8	10	10	11	11,5	14,5	6,5	11	11	11	12	14,5	19,5	19
Telsonbreite	7	8	9,5	10	11	13,5	6	9,4	10	10	11	13,5	17,5	16
Geißellänge	—	40	46	53	52	55	31	60	60	68	67	55	—	—
Schuppenlänge	6,5	7	7,5	8	9	10	5	7,5	8,5	8	9	10	14	14
Schuppenbreite	3	4	3	4	4	4	2,5	4	3,5	4	3,5	4	6	6
Länge der 1. Pleura	6	7	8,5	9	10	13	5	8	8,1	8,5	8,5	13	14,5	13,5
Breite der 1. Pleura	5,5	6	7	8	8	11	4	7,5	7,5	8	8	11	12	12
Scherenlänge	18	22	26,5	30	30	40	16	30	31	33	35	40	96	89
Scherenbreite	8	10	11	13	13	16	7	13	13	14	14	16	36,5	32
Scherendicke	4	5	6,5	6,5	6,5	10	4	7,5	7	7	8,5	11,5	20	19
Handwurzellänge	6	7	8	8	9	14	5	9	9	9,5	11	14	31	27

3. *Astacus pallipes* Lereboullet

1858; *A. saxatilis* Heller 1863; *A. torrentium* Huxley (p. p.); *Austropotamobius pallipes* (Lereb.) Skorikow; ecrevisse à pieds blancs, Lereboullet; Thulkrebs, Gessner 1858; Dohlenkrebs, Auct.

(III. Tafel, altes Männchen, Knin, Dalmazien. In natürlicher Größe.)

Aus eigener Erfahrung kann ich von einer Farbe nichts berichten, da ich kein lebendes Tier sah. Huxley (89, p. 5) schreibt über ihn, daß er „gewöhnlich matt dunkelgrün“ ist oder von

bräunlicher Farbe. Der untere Teil seiner Füße ist aber rötlich. Die Farbe des Tieres ist selten rot oder blau, gewöhnlich ist es von gleichmäßigem ins Braune tönenden Olivbraun (LEREBOULLET (97)). Seine Scheren sind im allgemeinen braun, doch ist ihre untere Seite „weißlich". Ferner ist für das Abdomen charakteristisch, daß es an der Seite des Rückens zwei zuweilen unterbrochene braune Fleckenreihen hat, welche nach rückwärts hin immer mehr verschwinden. Der vordere Rand der Abdominalextremitäten ist weißlichgrau, wie die untere Seite der Schere. „Die untere Seite ist im ganzen genommen blaß". Oft findet man auch solche Formen, welche einfarbig lichtbraun oder abgefärbt sind. Die zwei braunen Fleckenreihen, des Abdomens letzterer, verlieren auch an Tiefe. Diesen Farbenwechsel könnte man *pallipes* var. *flavus* nennen."

Selbst rote Variationen kommen vor (97, p. 10—11), deren zinoberrote untere Seite lichter rosenfarbig erscheint. Nach A. E. GRUBE (84, p. 73—74) ist der im Vranasee auf Insel Cherso lebende *A. saxatilis (pallipes)* im lebenden Zustande bräunlichgelb. Daß er auch eine blaue Variation besitzt, wird auch die Sammlung im bosnischen Museum zu Sarajevo bestätigen, wo ein lebend blau gewesenes, aus Livno her stammendes Exemplar aufbewahrt wird.

Über seine Größe schreibt HUXLEY, daß der größte Flußkrebs, den er in England sah, wo nur der *pallipes* lebt, 3—4 Zoll, d. h. 90—103 mm lang war (89, p. 4). Die Größe jener jungen Tiere, welche das Ei verlassen, beträgt etwa 7 mm. Nach GRUBE haben die im Vranasee lebenden, eine Länge von 3 Zoll (etwa 7—8 cm). Nach MAZZARELLI (99, p. 149) war der geschlechtsreife kleinste ♀ *pallipes* 60, der größte 95 mm, der größte ♂ aber 100 mm. Das größte Männchen, das ich abgemessen habe, war vom Ende des Rostrum bis zum rückwärtigen Rande des Telson 112 mm; das größte Weibchen aber 91 mm lang.

Das Tier ist also im allgemeinen kleiner als der *fluviatilis*, aber in seinen Verhältnissen und seiner Körperform ist er ihm ähnlich, und deshalb kann man ihn von jenem nur nach eingehender Prüfung unterscheiden. Laut Angabe verschiedener Beobachter sind die lebenden an ihrer hellen Ventralseite leicht zu

erkennen. Im allgemeinen kann man sagen, daß an ihm jene Charaktereigenschaften am wenigsten zu beobachten sind, die bei *leptodactylus* am schärfsten hervortreten.

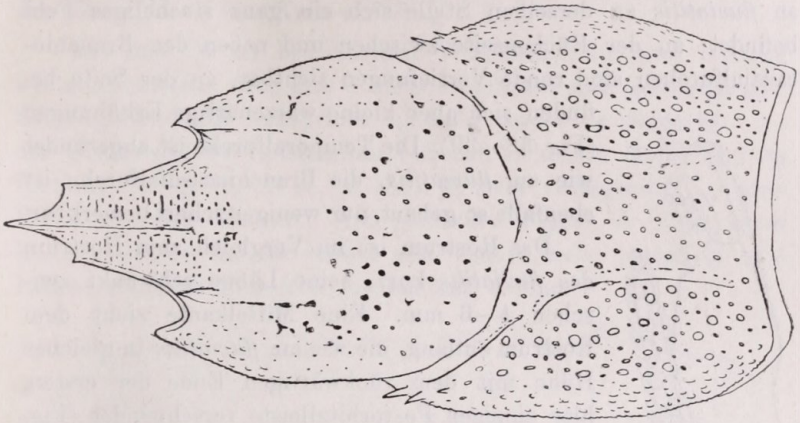


Fig. 38. Cephalothorax von *A. pallipes* von der Dorsalseite (etwa zweifach vergrößert).

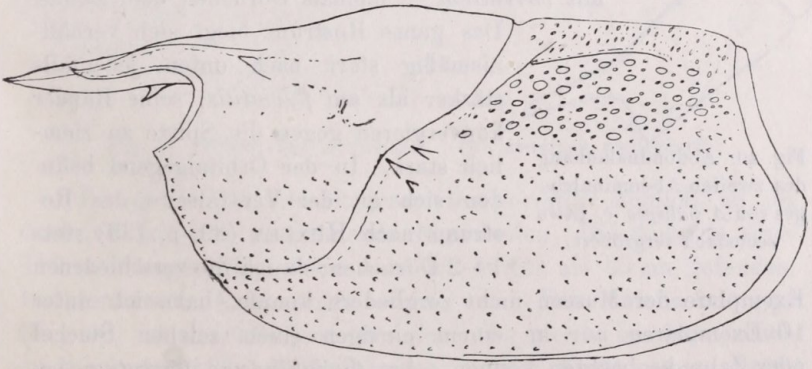


Fig. 39. Cephalothorax von *A. pallipes* von der linken Seite (etwa zweifach vergrößert).

Der Cephalothorax (Fig. 38—39) ist verhältnismäßig kräftig zu nennen, im allgemeinen stimmt er mit dem ihm identisch großen Kopfbruststücke des *fluviatilis* überein; er breitet sich gegen die Mitte zu ebenfalls aus. Die Oberfläche seiner Dorsalseite ist glatt, die am *fluviatilis* scharf hervortretenden kleinen

Wärzchen sind an ihm bloß sehr schwach entwickelt, und nur längs der Temporalfurche befinden sich einige (4—6) charakteristische, ständig vorkommende Stacheln (Fig. 38—39), während an *fluviatilis* an derselben Stelle sich ein ganz stacheliges Feld befindet; an der Rückenseite zwischen und neben den Branchiocardialfurchen sind runde Vertiefungen sichtbar, an der Seite befinden sich aber kleine warzenartige Erhöhungen (Fig. 38—39). Die Temporalfurche ist abgerundet wie am *fluviatilis*, die Branchiocardialfurche ist ebenfalls so gebaut, nur weniger scharf bemerkbar.

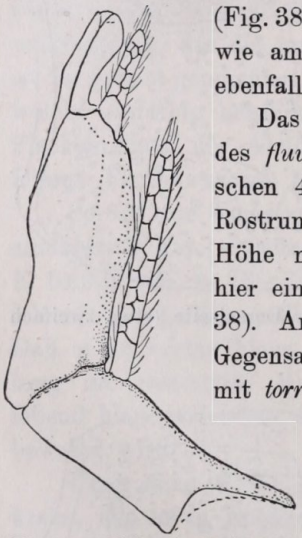


Fig. 40. Abdominalanhang des zweiten Abdominalringes von *A. pallipes* ♂. Etwa sechsfach vergrößert.

Das Rostrum ist im Vergleich zum Rostrum des *fluviatilis* kurz, seine Länge schwankt zwischen 4—6 mm. Eine Mittelkante zieht dem Rostrum entlang, die wie am *fluviatilis* in gleicher Höhe mit dem rückwärtigen Ende der ersten, hier einzigen Postorbitalleiste verschwindet (Fig. 38). An der Mittelkante befinden sich — im Gegensatz zu *fluviatilis* und Übereinstimmung mit *torrentium* — niemals Dörnchen oder Zähne. Das ganze Rostrum biegt sich verhältnismäßig stark nach unten, jedenfalls stärker als am *fluviatilis*; seine Ränder konvergieren gegen die Spitze zu ziemlich stark. In der Orbitalgegend befinden sich an der Ventralseite des Rostrums nach HUXLEY (89, p. 133) stets 1—2 Dörnchen; da ich die verschiedenen Exemplare der Museen nicht zergliedern konnte, habe ich unter 10 Exemplaren nur an einem einzigen einen solchen Stachel oder Zahn beobachten können. Am *fluviatilis* und *torrentium* befindet sich kein entsprechender Dorn, am *leptodactylus* ist ein solcher anzutreffen, doch befindet sich dieser nahe zur Rostrumspitze.

Es ist nur eine Postorbitalleiste vorhanden, welche in einen spitzen Dorn ausläuft — im Gegensatz zum *leptodactylus* und *fluviatilis*, aber übereinstimmend mit dem *torrentium*.

Das Abdomen stimmt im ganzen mit dem des *fluviatilis* und *torrentium* überein, seine Seitenplatten sind verschmälert, so

(Fig. 42, 47) wie jene der erwähnten Arten. Die Höhe des distalen Telsonteils ist etwas größer als die halbe Breite des proximalen Teils; das Verhältnis der zwei Maße beläuft sich an den Exemplaren von Knin auf $7 : \frac{13}{2}$.

Die den Panzer bedeckenden Wärzchen sind etwa derartig wie am *fluviatilis*, aber ihre Größenverhältnisse sind gleichmäßiger. Seine „Behaarung" entspricht beiläufig jener des *fluviatilis*. An der Unterseite des Epistomium befinden sich nach der Zeichnung HUXLEYS (Fig. 89, 39. A., p. 131) je zwei vorragende, in einer Reihe stehende Warzen. Am *fluviatilis* können 4—6 in einer Reihe stehende, am *torrentium* aber ebenso viele, jedoch in zwei Reihen stehende Wärzchen beobachtet werden.

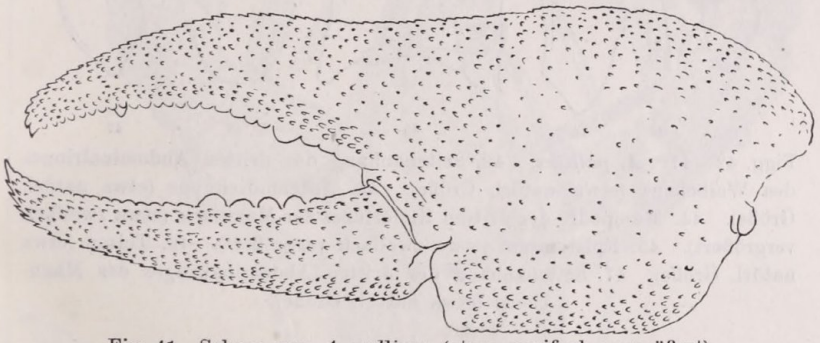


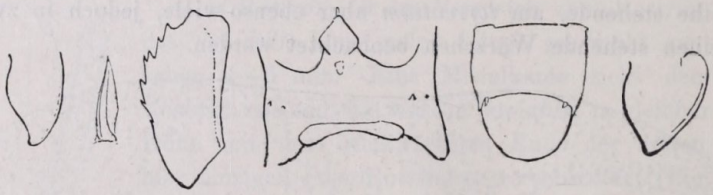
Fig. 41. Schere von *A. pallipes*. (etwa zweifach vergrößert).

Die große Antenne ist jener des *fluviatilis* ähnlich, an ihr fand ich keinerlei bezeichnende Eigenheiten. Die Antenne eines 110 mm langen Männchens habe ich länger als 65 cm gefunden, trotzdem sein Ende abgebrochen war. Die Antennalschuppe (Fig. 43) ist ebenfalls jener des *fluviatilis* gleich, ich fand jedoch an der unteren Seite der Schuppe, an der Kante, eines meiner Exemplare je 1—1 Zahn, gerade so wie an *torrentium*; an welch letzterem man aber gewöhnlich 4—5 bis 7—8 derartige Zähne antrifft.

Das 3. Glied des III. Kieferfußes (Fig. 44) ist jenem des *torrentium* entsprechend entwickelt, derart nämlich, daß man an seiner Innenseite 4—7 Zähne sieht.

Der Scherenfuß (Fig. 41) entspricht im großen und ganzen jenem des *fluviatilis*.

Es ist bezeichnend für die Oberfläche der Schere, daß die sie bedeckenden Körner von ziemlich gleichmäßiger Größe und, mit jenen der anderen Arten verglichen, klein sind. Die Zahl der Scherenzähne war — an den mir zur Verfügung stehenden wenigen Exemplaren — ziemlich beständig. Am äußeren Ast schwankte dieselbe zwischen 18—27, am inneren zwischen 20—27; stärkere Zähne findet man am äußeren Ast zwischen dem 4.—6. und zwischen dem 8.—18., am inneren Ast aber neben dem 5. und 6. Die regenerierten Scheren machen sich auch bei dieser Art durch ihre Schmalheit bemerkbar.



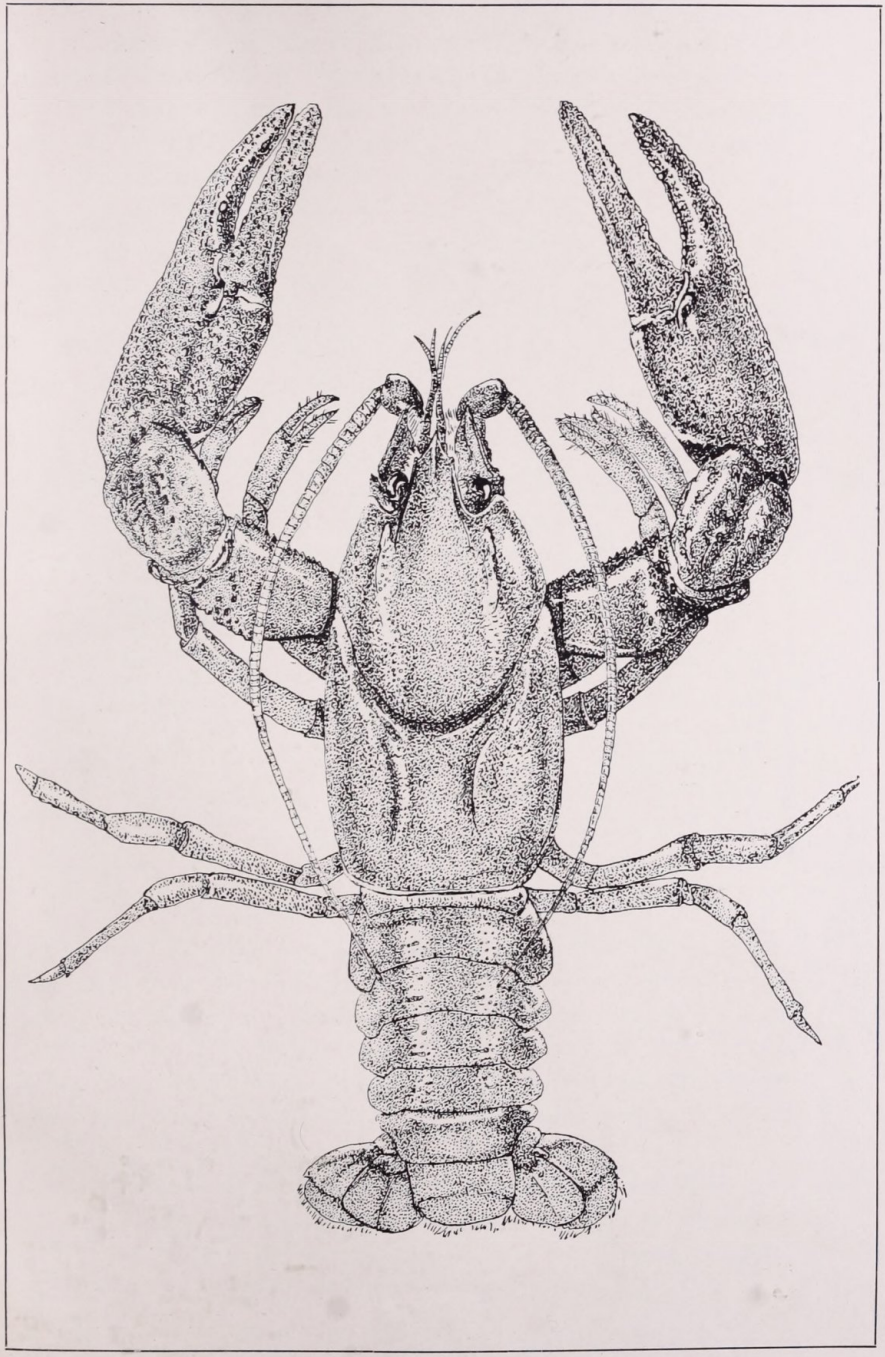
42 43 44 45 46 47

Figg. 42—47. *A. pallipes.* 42. Seitenanhang des dritten Abdominalringes des Weibchens (etwa natürl. Größe). 43. Antennalschuppe (etwa natürl. Größe). 44. Meropodit des dritten Kieferfußes der Maxillaris (etwa zweifach vergrößert). 45. Epistomium (etwa zweifach vergrößert). 46. Telson (etwa natürl. Größe). 47. Seitenanhang des dritten Abdominalringes des Männchens (etwa natürl. Größe).

Die Form der Scheren Carpopodiums ist jener des *fluviatilis* gleich, doch ist die auf demselben entlangziehende Längsfurche vielleicht etwas stärker entwickelt.

Der zweite Penisanhang (Fig. 40) zeigt auch an dieser Art charakteristische Eigenheiten und ähnelt am meisten jenen des *leptodactylus*; am Expodit ist auch die für den *leptodactylus* so sehr charakteristische ventrale Anschwellung (Talon) zu erkennen, doch ist sie schwächer entwickelt.

Der Dohlenkrebs kommt im Küstengebiet und in einigen abflußlosen Gewässern des Karstgebietes vor. Seine Fundorte sind folgende: Fiume (Fiumara), Ober-Svica (bei Ostočac), Gerovo, Vranasee (Insel Cherso), Ljuta und Knin (Dalmatien), Zengg, Konaoli, Martijanci, Kosinj, Miljačka bei Sarajevo (?), Livno Bosnien.



Dieser Krebs ist nach ORTMANN (105) eine süd- und westeuropäische Art. Sie ist bekannt aus dem mittleren Teil Spaniens, aus Frankreich, England, Irland, Süddeutschland, aus Italien, südlich von Neapel, aus Griechenland, Dalmatien, Istrien und ferner aus dem ungarisch-kroatischen Küstengebiete, sowie aus dem abflußlosen Karstgebiete Kroatiens und Bosniens (?).

Dimensionen des *Astacus pallipes*.

Z = Zengg, K = Knin.

Fundort und Geschlecht des Tieres	Z ♀	Z ♀	Z ♂	Z ♂	K ♂	Z ♂
Ganze Körperlänge	89	91	98,5	107	110	111
Cephalothoraxlänge	44	43	48	55	55	57
Cephalothoraxbreite	22	24	26	30	32	31
Kopfteillänge	30,5	29	33	38	37,5	39
Rostrumlänge	5	4.5	4	5	5,5	6
Rostrumbreite	4	3	3.5	4	4,1	4
Abdominallänge	45	38	58,5	52	55	54
Abdominalbreite	25	23	22	24.6	25	24
Telsonlänge	13,5	13	14	15,5	17	16,5
Telsonbreite	11	11	12	12,5	13	13
Geißellänge	—	—	—	—	65	—
Schuppenlänge	7	7,5	8	8,5	8,5	8,5
Schuppenbreite	4	4	4	4	4,5	5
Länge der 1. Pleura	11,5	10,4	10,1	11,1	12	12
Breite der 1. Pleura	10	10	10	10	11,5	10
Scherenlänge	25	26	38,5	48*	57	54
Scherenbreite	10	11	17	15	23	23
Scherendicke	6,5	6,5	9,5	8	14	15
Handwurzellänge	8	8	12	15	17,5	18

* Schmale regenerierte Schere.

4. *Astacus torrentium* (SCHRANK).

Astacus saxatilis cognominatus GESSNER 1558; *Cancer torrentium* SCHRANK 1803; *Astacus saxatilis* C. L. KOCH; *Astacus tristis* KOCH; *A. longicornis* LEREBOULLET 1858; *A. torrentium* HUXLEY 1881 (p. p.); *A. fluviatilis var. torrentium* HUXLEY 1881; *Potamobius torrentium* (SCHRANK) ORTMANN; *Austropotamobius torrentium* (SCHRANK) SKORIKOW 1907; Steinkrebs, GESSNER 1558; Steinkrebs, DADAY 1896.

(IV. Tafel, altes Männchen, um ein Drittel vergrößert. Annavölgy.)

Die Farbe der aus Annavölgy lebend erhaltenen Männchen und Weibchen war gleich. Ihre Dorsalseite ist bläulich olivgrün,

stellenweise schön blau marmoriert, also ganz so wie sie LEREBOULLET beschrieb. Ihre Ventralseite ist hell, fast „körperfarben", die Farbe der auf den Gelenken befindlichen verschiedenen Knoten ist orange. Die Knotenanschwellungen und Zähne der Scheren

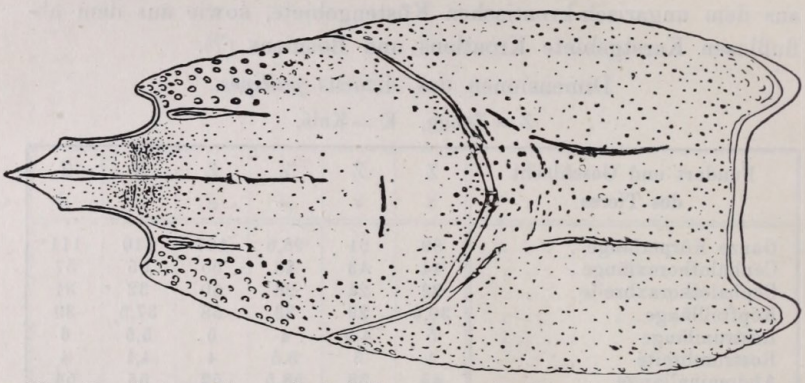


Fig. 48. *A. torrentium.* Cephalothorax von der Dorsalseite (etwa zweifach vergrößert).

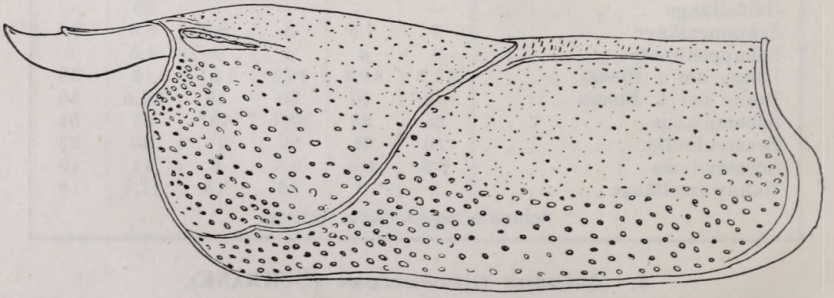


Fig. 49. *A. torrentium.* Cephalothorax von der linken Seite (etwa zweifach vergrößert).

sind schön orangegelb. Das Basalglied der großen Antenne, ferner der Panzerrand und die Seite des Cephalothorax sind blau. Nach dem Kochen wurde die obere Seite rot, die untere aber blieb hell „körperfarben". KEILHACK schreibt (129, p. 123) aber, daß sie „beim Kochen auf der Oberseite nicht vollkommen rot sind". Das größte *torrentium*-Exemplar, welches ich abmessen konnte, ein Exemplar des Prager Museums (altes Männchen), war 93 mm lang. Unter den einheimischen fand ich das größte Männchen

81,5, das größte Weibchen 82 mm lang. Das kleinste geschlechtsreife Weibchen war 53 mm, und die Eier 3 mm groß. Die Zahl der Eier schwankte zwischen 40—70 (an 3 Exemplaren). Eier fand ich an Exemplaren vom 18. April und 13. Juni, dies steht im Gegensatz mit der Behauptung KEILHACKS (129, p. 123), daß die Jungen schon im Mai ausschlüpfen, wird aber dadurch erklärlich, daß das Tier in 600—1000 m Seehöhe gesammelt wurde. Ein sehr auffallender Charakter des *torrentium* ist der, daß er im Vergleich zu unseren andern Krebsen, klein ist; das zweite kennzeichnende Merkmal ist seine marmorierte Färbung, das dritte aber ist, daß die Schere des verhältnismäßig kleinen Krebses derartig beschaffen ist, wie die Scheere der ältesten Exemplare des *fluviatilis*, der Index ist nämlich deutlich wahr zu nehmen und die Scherenzähne sind verhältnismäßig stark und groß. Die Körperform des Tieres und deren Verhältnisse erinnern im allgemeinen an den *fluviatilis*. Der Panzer ist sehr massiv, hart, und die Scheren sind bedeckt von einem dicken Chitinpanzer.

Die Verhältnisse des Kopfbruststückes sind beiläufig dieselben wie die des *fluviatilis*, aber auf seiner Oberfläche befinden sich weder Stacheln noch Zähne (Fig. 48—49). Die Körner, wenn überhaupt vorhanden, sind flach, kaum hervorragend. Die den *pallipes* so sehr kennzeichnenden Stacheln neben der Schläfenfurche fehlen ebenfalls. Die Schläfenfurche ist scharf abgerundet. An der Branchiocardialfurche ist nichts Charakteristisches zu bemerken.

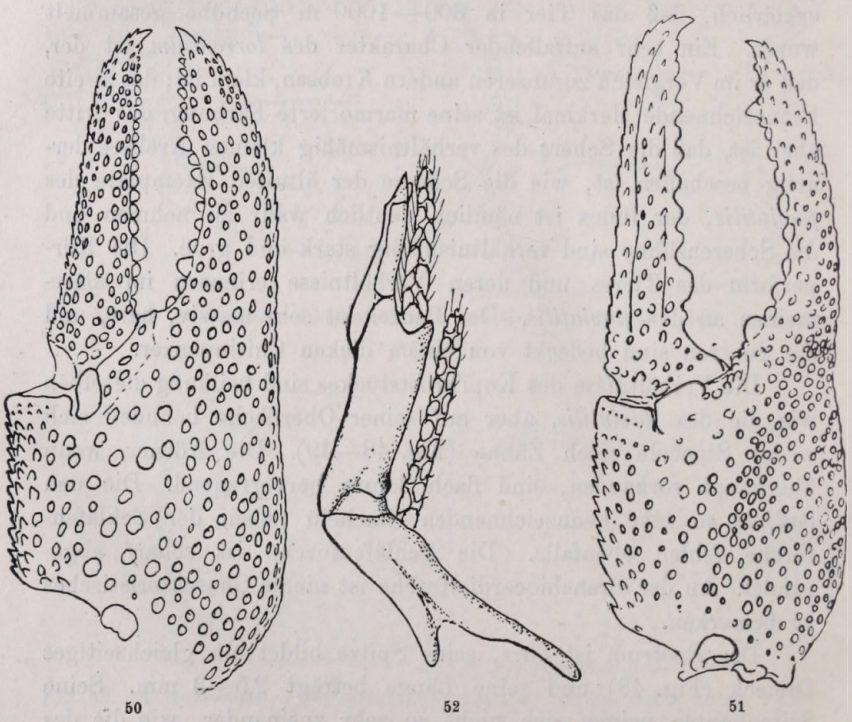
Das Rostrum ist kurz, seine Spitze bildet ein gleichseitiges Dreieck (Fig. 48) und seine Länge beträgt 2,5—3 mm. Seine Seitenkanten neigen sich nicht so sehr zueinander, wie die des *pallipes* und *fluviatilis*. Seine Mittelkante ist sehr kurz.

Die Supraorbitalleiste endet gleich hinter dem Auge (am *pallipes* hingegen läßt sie sich noch etwas weiter verfolgen). Hinter dem Auge befindet sich nur eine Postorbitalleiste, wie am *pallipes*. Das Rostrum mancher Exemplare neigt sich nach abwärts, beiläufig wie jenes des *pallipes*. An seiner ventralen Seite fand ich niemals Zähne.

Das Abdomen stimmt, seine Größe ausgenommen, mit jenem des *fluviatilis* und *pallipes* überein, aber die Höhe des distalen

Telsonanhanges ist um die Hälfte größer als die Breite des proximalen Teiles.

Der Panzer ist nur an wenigen Stellen mit Körnern bedeckt. Am Abdomen sind eigenartig unregelmäßige Vertiefungen zu bemerken, derart beschaffene, wie ich sie an den andern drei Arten nie gefunden habe.

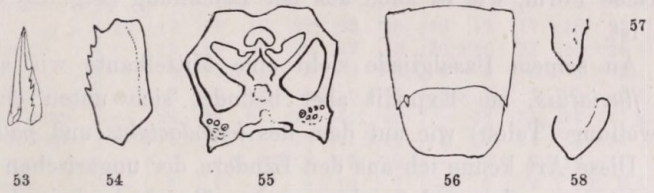


Figg. 50—52. *A. torrentium.* 50. Gedrungene und 51. schlanke Scherenform (etwa zweifach vergrößert). 52. Anhang des zweiten Abdominalringes des Männchens (etwa sechsmal vergrößert).

Die Behaarung ist den andern drei Arten gegenüber ganz unbedeutend.

An beiden Seiten des Epistomium (Fig. 55) sind meistens 1—2, eventuell 5—7, aus kräftigen Körnern bestehende Gruppen sichtbar, welche, im Gegensatze zum *fluviatilis*, sich in zwei Reihen, richtiger in zwei Gruppen anreihen.

Nach LEREBOULLET (97) kann der große Fühler der Männchen länger als der Körper sein (sein altes Männchen war 90 mm, dessen großer Fühler aber 92 mm). Die großen Fühler meiner Exemplare waren bedeutend kürzer als ihr Körper (des Männchens Körper 81, Geißel 65 mm, des Weibchens Körper 82, Geißel 61 mm), aber nach LEREBOULLET kann das Geißelende sehr leicht abbrechen und deswegen könnte es möglich sein, daß es an den meinen auch abgebrochen ist; da aber der Gipfel der Geißel beinahe nadelspitz war, glaube ich annehmen zu dürfen, daß die Länge der Geißel individuellen (oder örtlichen?) Varia-



Figg. 53—58. *A. torrentium*. 53. Antennalschuppe, etwa zweifach vergrößert. 54. Meropodit des dritten pes maxillaris, etwa zweifach vergrößert. 55. Epistomium, etwa zweifach vergrößert. 56. Telson, etwa zweifach vergrößert. 57. Seitenanhang des dritten und 58. des ersten Abdominalsegmentes, etwa natürl. Größe.

tionen unterworfen ist. Das Basalglied der großen Antenne ist außerodentlich kräftig, wie dies auch LEREBOULLET schon bemerkte. Die Antennalschuppe (Fig. 53) ist robust und an ihrer inneren Seite zieht eine starke Kante hindurch, an welcher selten 1—2, meistens aber 4—7 Zähne zu bemerken sind, wie es auch LEREBOULLET angemerkt hat und was auch als Artmerkmal betrachtet werden kann.

Das 3. Glied des III. Kieferfußes ist stark (Fig. 54), auf welchem, wie am *pallipes*, 1—2—3 Zähne sitzen.

Jedes Glied des Scherenfußes ist kräftig (Fig. 50—51). Der Längseinschnitt des Carpopodiums ist außergewöhnlich tief und läßt auch seitwärts Äste erscheinen, welche aus der Verschmelzung der zwischen den Körnern (Wärzchen) befindlichen Vertiefungen entstanden sind. Die Körner sind gut entwickelt, ihre Anzahl aber ist gering.

Die Schere ist außerordentlich kompakt, und im Verhältnis zu ihrer Größe befinden sich darauf recht ansehnliche Körner. Sehr auffallend ist der Indexeinschnitt des äußeren Astes, besonders an alten Männchen wie auch Weibchen. Die Zähne der beiden Scherenäste sind sämtlich groß und stumpf. Ihre Zahl ist unter unseren sämtlichen Flußkrebsen die geringste und beständigste. Die Zahl der Zähne am äußeren Aste beträgt 12—14, unter welchen der 2. und 8.—10. stärker ist; am Innenaste sind 9—17 Zähne, der stärkste darunter ist der 2. und 3.

Der zweite Penisfuß hat auch bei dieser Art eine charakteristische Form, wie es auch aus der Zeichnung (Fig. 52) ersichtlich ist.

An seinem Basalgliede zieht eine Mittelkante wie an dem des *fluviatilis*, am Expodit aber befindet sich unten eine Anschwellung (Talon) wie auf dem des *leptodactylus* und *pallipes*.

Diese Art kenne ich aus den Ländern der ungarischen Krone, und zwar von Annavölgy oder aus dem Bucsinabach in der Nähe von Szent-Endre bei Budapest, aus der Gegend von Stajerlak, Anina, Szemenikbach (ein Bach beim Ursprunge des Temesflusses, im Szemenikgebirge, 600—1000 m hoch), aus dem Minisbach bei Stajerlak, aus dem Bohujbache bei Csertés, von Mehadia, Moldova, aus dem Kom. Bihar (Sammlung HAZAY'), Dobra (nächst Ogulin), Medveščakbach, aus der Gegend Agrams, Jasenica (?), Sljeme nächst Agram, aus dem Kostajnicabach. Außer diesen gingen auch einige bosnische Exemplare durch meine Hände, die von unbekannten Fundorten herstammten, ferner das typische Exemplar KOCHS aus dem Berliner Museum und schließlich auch zwei Exemplare des Prager Museums (Revnice).

Nach ORTMANN lebt diese Art in Mitteleuropa, und zwar in der Schweiz, im südlichen Teile Deutschlands und Böhmen (siehe ORTMANN 105).

Wie aus den ungarischen und bosnischen Angaben ersichtlich, beschränkt sich die Verbreitung des *torrentium* nicht auf die angeführten Teile Mitteleuropas allein, sondern ist derselbe auch in unserem Vaterlande, und zwar ziemlich weit gegen Osten zu, verbreitet (Mehadia, Moldova), und wie es scheint, fällt die nördliche Grenze seiner Verbreitung gerade auf unser Vaterland, falls

jener *Austropotamobius*, welchen SKORIKOV (117) aus der Gegend des Aralsees kennt, mit ihm nicht identisch ist.

Maßverhältnisse des *Astacus torrentium*.

A = Annavölgy, An = Anina, B = Bosnien, M = Moldova, R = Revnice.

Fundrot und Geschlecht des Tieres	A jung ♀	An jung ♀	B ♀	A ♀	M ♀	M ♀	An ♂	B ♂	A ♂	A ♂	A ♂	An ♂	R ♂
Ganze Körperlänge	48	49	61	63	82	82	60	60	62	64	68	81,5	93
Cephalotoraxlänge	23	23	28,5	31	40	41	30	31,5	31	33	35	40	48,5
Cephalotoraxbreite	12	12	16	19	22	23	16	16	17	17,5	18	23	—
Kopfteillänge . .	—	15	18	20	26	27	19	20,5	20	21	23	26	—
Rostrumlänge .	—	2,5	2,5	2,5	3	3	2,5	3	3	2,5	3	3	—
Rostrumbreite .	—	2	2	2	2,5	3,5	2	2,5	2,5	2	3	3,1	—
Abdominallänge	—	26	32	32	42	41	30	—	31	31	33	41,5	—
Abdominalbreite	—	11	17	17	23	21,5	14	16	14	14	15,5	19	—
Telsonlänge . .	—	7	8,5	9,5	12	12	9	—	8,5	8,5	10	12	—
Telsonbreite . .	—	6	7	7	9,5	10	7	—	7	7	7,5	9,5	—
Geißellänge . .	30	30	32	42	59	61	37	43	40	55	50	65	—
Schuppenlänge .	—	4	5	5,5	6	6	4,5	5	5	6	6	6,5	—
Schuppenbreite .	—	2	2,5	3	3	3	3	2	3	3	3	4	—
Länge der 1. Pleura .	—	5	8	8,5	10,5	10	6,5	7	7	6,5	7	8,5	—
Breite der 1. Pleura .	—	5	7	7	9	9,5	5,5	6	6	6	6	8	—
Scherenlänge . .	15	14	20	23	30	30	22	24	25	28	30	39	44
Scherenbreite . .	8	6,5	9	10	13	13	10	11	17	12	13	16,5	—
Scherendicke . .	4	4	6	6,5	8,5	7	6	6	7	7	8	10	—
Handwurzellänge	—	5	6	8	8,5	9	7	8	8	10	10	12	—

Vergleichen wir unsere vier *Astacus*arten miteinander, so finden wir unter ihnen, was Größe und Form betrifft, einen beträchtlichen Unterschied.

Betrachten wir zuerst diese Größen beziehungsweise proportionellen Verhältnisse. Wir können, wenn wir ein richtiges Bild von ihren Verhältnissen haben wollen, sie nur so vergleichen, wenn wir Formen gleichen Geschlechtes und gleicher Größe, sowie die größten Exemplare identischen Geschlechts verschiedener Arten miteinander vergleichen. Am leichtesten läßt sich bei diesem Vorgange die Tatsache feststellen, daß unter unseren Krebsen die Spezies *torrentium* die kleinste ist, während der *leptodactylus* die größten Maße erreicht. Zwischen den beiden rangiert hinsichtlich

der Größe der *pallipes*, der von diesem Standpunkte dem *torrentium* — und der *fluviatilis*, der dem *leptodactylus* am nächsten steht. Die vier Arten verhalten sich beinahe nach allen angeführten Maßen so zueinander wie nach der Größe ihres Körpers, und nur die Länge der Handwurzel bildet hierbei eine Ausnahme, welche nicht am *leptodactylus* sondern am *fluviatilis* die größte ist, ferner das Verhältnis der Länge der Handwurzel und der Schere, welche am *torrentium*, am *pallipes* und *fluviatilis* beiläufig dieselbe ist, etwa 3 : 1 (44 : 13, 54 : 18, 96 : 31), hingegen ist dieses Verhältnis (125 : 19) am *leptodactylus* mehr als 6 : 1. Die Länge des Rostrums charakterisiert die einzelnen Arten, welche beiläufig mit folgenden Verhältniszahlen ausgedrückt werden kann 3 : 6 : 9 : 12 = 1 : 2 : 3 : 4 *(torrentium : pallipes : fluviatilis : leptodactylus)*. Die Länge der abgemessenen längsten Rostra nämlich war 3,6, 6, 10, 11,5 cm.

Vergleicht man die beiläufig gleichlangen Exemplare, so erkennt man, daß hauptsächlich die Länge und die Breite des Rostrums das Merkmal ist, welches die Art besonders kennzeichnet.

Zwischen den Männchen und Weibchen identischer Größe ist gewöhnlich die Schere des Männchens größer, die Dentation besser entwickelt, die Antenne länger; die Weibchen hingegen haben ein breiteres Abdomen, ihre Seitenteile, die sogenannten Pleuren, sind länger und breiter.

Die Verhältnisse der jungen Männchen und Weibchen sind, vom Rostrum abgesehen, beinahe in allem übereinstimmend, und zwar an den vier Arten gleich; die Form des Rostrums aber, sowie das Vorhandensein einer oder zweier Postorbitalleisten, ist derart bezeichnend, daß man auf diese Basis hin die aus dem Ei schlüpfenden jüngsten Exemplare des *fluviatilis* und des ihm so nahestehenden *pallipes* bereits unterscheiden kann.*

Zur Bestimmung unserer Krebse kann nachstehende Tabelle dienen.**

---

* Dies lassen wenigstens die von Huxley mitgeteilten Abbildungen erkennen, die — wie überhaupt die Zeichnungen im „Krebs" — sich auf *pallipes* beziehen.

** Zur Bestimmung der in Deutschland vorkommenden Gattungen der *Potamobiiden*, sowie auch ihrer Arten stellte Keilhack (129) eine Tabelle

Vergleichungstabelle der Größe und Verhältnisse der *Astacus*arten.

An = Anina, Ba = Balaton, Bp = Budapest, Gy = Gyergyó-Ujfalu, K = Kristiania, M = Moldova, R = Revnice, Z = Zengg.

Name der Arten	*torrentium*	*pallipes*	*fluviatilis*	*leptodactylus*	*torrentium*	*pallipes*	*fluviatilis*	*leptodactylus*	*torrentium*	*pallipes*	*fluviatilis*	*leptodactylus*
Fundort und Geschlecht des Tieres	M ♀	Z ♀	K ♀	Bp ♀	An ♂	Z ♂	Gy ♂	Bp ♂	R ♂	Z ♂	♂	Ba ♂
Körperlänge	82	89	89	105	81,5	107	106,5	109	93	111	146	170
Cephalothoraxlänge	41	44	45	52	40	55	55	51	48,5	57	81,5	93
Cephalothoraxbreite	23	22	24	28,5	23	30	29	28	25	31	43	48
Kopfteillänge . . .	27	30,5	31,5	35	26	38	38	33	28	39	54	59
Rostrumlänge . . .	3	5	7	7	3	5	7	6	3,6	6	10	11,5
Rostrumbreite . . .	3,5	4	5	5	3,1	4	5	5	3,7	4	6	9
Abdominallänge . .	41	43	47	53	41,5	54,5	51,5	56	44,5	56,5	64,5	79
Abdominalbreite . .	21,5	25	21	30	19	24,5	30	23	21	24	32	37
Telsonlänge	12	13,5	11,5	14	12	15,5	14,5	13,5	12,8	16,5	19,5	23
Telsonbreite. . .	10	11	11	14	9,5	12,5	13,5	12,0	10	13	17,5	21
Geißellänge	61	—	52	53	65	—	55	76	69	—	—	18,5
Schuppenlänge . .	6	7	9	10	6,5	8,5	10	11	1,9	8,5	14	16
Schuppenbreite . .	3	4	4	4,5	4	4	4	4	4,2	5	6	8
Länge der 1. Pleura	10	11	10	13	8,5	11,1	13	9,5	9,6	12	14,5	16
Breite der 1. Pleura	9,5	10	8	10,5	8	10	11	8,7	8,4	10	12	15
Scherenlänge . . .	30	25	30	37	39	48	40	42	44	54	96	125
Scherenbreite . . .	13	10	13	15	16,5	15	16	17	17	23	36,5	37
Scherendicke . . .	7	6,5	6,5	8	10	8	11,5	9	11	15	20	26
Handwurzellänge .	9	8	9	10	12	15	14	12	13	18	31	19

1. Das Rostrum ist ebenso breit als lang, möglichenfalls auch kürzer, hinter dem Auge befindet sich nur eine Leiste.

a) Neben der Seite der Schläfenfurche sind 2—4 Zähne — *pallipes.*

b) Neben der Schläfenfurche befindet sich kein Zahn — *torrentium.*

2. Das Rostrum ist länger als breit, hinter dem Auge sind zwei Leisten vorhanden.

---

zusammen. Ich habe sie aber nicht mit Erfolg benutzen können, da die Form der Scheren, des Rostrums, Maße des Cephalothorax nach meiner Erfahrung sehr variabel sind. Einen Vorteil hätte aber die Keilhacksche Tabelle, den nämlich, daß sie auch für Weibchen zutreffend wäre; aus meiner Tabelle lassen sich aber nur Männchen bestimmen.

c) Der Körper ist stachelig, die Schere schlank, ihr Index kaum entwickelt, an der Ventralseite des Penisfußendopodits, und zwar an dessen proximalem Rande, befindet sich eine starke Anschwellung (Talon) — *leptodactylus.*

d) der Köper ist weniger stachelig, die Schere kräftig, ihr Index stark, am Expodit des zweiten Penisfußes ist keine Anschwellung (Talon) vorhanden — *fluviatilis.*

* * *

Werfen wir zuletzt noch einen Blick auf unsere Flußkrebse, um sie vom Standpunkte ihrer Abstammung zu betrachten.

Wie wir sahen erinnert die Schere junger Krebse, und oft auch die Schere der Weibchen sämtlicher Arten (p. 82) an die des jungen *leptodactylus,* und auch bei der Regeneration erscheint die Schere in einer Form, welche an jene des jungen *leptodactylus* erinnert, weshalb die Regeneration von SCHULTZ (115) als ein direkt atavistischer Vorgang bezeichnet wurde.

Wenn wir davon überzeugt sind, daß die Ontogenese der Scheren unserer Flußkrebse eine palingenetische ist, ferner, wenn wir daran festhalten, daß es die Weibchen sind, welche die ererbten Charaktere bewahren, können wir nicht umhin zu dem Schlusse zu gelangen, daß unter allen unseren Flußkrebsen der junge *leptodactylus* der Urform am nächsten stehen muß. Dieser Schluß wird auch durch die Lebensweise, Verbreitung und Färbung von *leptodactylus* wahrscheinlich gemacht. Wie wir sahen, kommt von allen unseren Flußkrebsen nur *leptodactylus* auch im Salzwasser des Kaspischen Meeres vor. Wenn wir die marine Abstammung der Flußkrebse nicht anzweifeln, so scheint diese Tatsache schwer in die Wage zu fallen. Wäre dies der Fall, so dürfte der ganze Bau (lange Fühler, Beine und Scheren) sowie auch die Färbung (blaß) darauf hinweisen, daß unsere Flußkrebse von marinen Tiefseekrebsen abstammen. Diese Vermutung könnte auch noch dadurch bestärkt werden, daß unter den *Nephropsiden* auch andere Tiefseetiere sich befinden, wie die Art der Gattung *Nephrops (N. andamanicus)* nach CHUN* (p. 304) und auch *N.*

* Aus den Tiefen des Weltmeeres. Jena 1900, Fischer.

norvegicus, der nach CORI* (p. 702) ein Tiefseetier sein soll; aber auch *leptodactylus* soll nach HUXLEY (89, p. 252) im Kaspischen Meere in beträchtlicher Tiefe leben. Stammten aber unsere Flußkrebse in der Tat von Tiefseetieren her, so dürfte dadurch auch ihre Photophobie ihre Erklärung finden.

Aus der hypothetischen Urform mögen dann die verschiedenen Arten als an das betreffende Lebensgebiet angepaßte Raßformen entstanden sein: an das Leben in sumpfigen Gewässern der *leptodactylus*, *fluviatilis* an das fluviatile, *torrentium* an das Leben in steinigen Gebirgsbächen, *pallipes* endlich dürfte sich als eine geographisch isolierte Form (mediterrane Form?) herausgebildet haben.

Literaturverzeichnis.

1. ALDROVANDI, ULISSES, De Molibus, Crustaceis, Testaceis et Zoophytis, Bononiae, 1642.
2. BARTSCH, S., Az Astacus leptodactylus táplálkozáisi és emésztési szervei. Természetr. Füz, II. Bd., 1878.
3. — Az Astacus leptodactylus ESCH. ivarszervei. — Ibid.
4. — Die Ernährungs- und Verdauungsorgane des Astacus leptodactylus. — Ibid.
5. BÁTORFFY-HOFFMANN, Szülöföld és haza, Nagy-Kanizsa, 1878—79, p. 38—39.
6. BÉL, M., De re rustica Hungariae (DECCART 1742 [?]). Exemplar im National-Museum. p. 383 (210).
7. BODNÁR, R., Eszik-e a rák dögöt? — Halászat, VII. Bd. 1905.
8. CAR, L., siehe: STEUER.
9. CSAPLOVICS, J., Gemälde aus Ungarn, Pest 1829, II. Bd., p. 121.
10. CZUCZOR-FOGARASI, A magyar nyelv szótára, 1865.
11. DADAY, J., A Balaton faunája. Crustacea. — A Balaton tudományos tanulmányozásának erepményei. I. Teil. Budapest 1897.
12. D. J. (DADAY, J.), Rák. — Pallas Nagy Lexikona, 14. Bd., Budapest 1897.
13. (DADAY, J.), A magyar birodalom állatvilága. III. Arthropoda. Crustacea, p. 11, Budapest 1900.
14. DEZSÖ, B., Über das Herz des Flußkrebses und des Hummers. — Zool. Anz., I. Bd., 1878.
15. ENTZ, G., A Balaton faunájának áttekintése. — A Balaton tudományos tanulmányozásának eredményei. I. Teil, Budapest 1897.
16. Ifj. ENTZ, G., A magyarországi folyami rákokról. — Természettud. Közlöny, 40. Bd., 1908.

* Charakteristik der Fauna der nördlichen Adria. Verhandlungen des VIII. Internationalen Zoologen-Kongresses zu Graz. Jena 1912, Fischer, p. 689—711.

17. Ifj. Entz, G. — Brehm, A. E., Az állatok világa, X. Bd., Budapest 1907
18. Fényes, E., Magyarország leirása, II. Teil, Pest 1847.
19. Fix, A rákról. — Halászat, VIII. Bd. 1906—07.
20. Földi, J., Természeti historia a Linné systemája szerént, Pozsonyban 1801.
21. Glück, J., Rákászás. — Halászat, II. Bd. 1901.
22. — Uj rákbetegség. Ibid.
23. Gorka, S., A főtt rák vörös szinéről. — Természettud. Közl., 38. Bd. 1906.
24. Götz, I., Adatok az Astacus fluviatilis idegrendszere finomabb szöveti szerkezetének ismeretéhez, az újabb módszerek alapján. — Értesitő az Erdélyi Múzeum-Egylet orvos-természettudományi szakosztályából, 1900.
25. Grossinger, J. B., Universa historia physica regni Hungariae, Tom. III., Ichthyologia. Posonii et Comaromii, 1794.
26. [Hazay, Gy., in litt., fehlt im National-Museum.]
27. Herman, O., A magyar halászat könyve, Budapest 1887.
28. Jurán, V., Rákászat. — Halászat, IX. Bd. 1907—08.
29. K., Ráktenyésztés tavakban. — Halászat, VI. Bd. 1904.
30. Korabinszky, J. M., Lexicon geographicum, etc., 1786.
31. Károli, J., A karcsúollós rák ágas ollóval. — Term.-rajzi Füz., I. Bd., 1877.
32. K-y, Vörös folyami rák. — Természettud. Közl., V. Bd., 1873.
33. K. Ö., A rákpestis megakadályozása. — Halászat, II. Bd., 1901.
34. — Egy nálunk ismeretlen boszniai rák. — Ibid.
35. — Rákpestis Angliában. — Ibid., IV. Bd., 1903.
36. Krenedits, Ö., Rákászat. — Ibid., VI. Bd, 1905.
37. Kr., Ö., Eleven rákok szétküldése. — Ibid.
38. Kriesch, J. (s. 32).
39. — A rákok dögvészéről. — Természettud. Közl., 16. Bd., 1884.
40. Lakatos, K., A ráktenyésztésről. — Halászat, VI. Bd., 1904.
41. Lampert, K. — Entz, M., Az édesvizek élete, Budapest 1904.
42. Lengyel, B., A rákpestis okozójáról. — Természéttud. Közl., 39. Bd., 1907.
43. Margó, T., Budapest és környéke állattani tekintetben, Budapest 1879.
44. Marsigli, A., Danubius pannonico-mysicus, Tom. IV., Hagae et Amstelodami, 1727.
45. Mátyus, J., Diaetetica, etc., Kolozsvár, 1762.
46. Miskolczi, G., Egy jeles vadkert, Lőcse, 1702.
47. Mojsisovics, A. — Paszlavszky, J., Az osztrák-magyar monarchia állatvilága. — Az osztrák-magyar monarchia irásban és képben; bevezető kötet, Budapest 1886.
48. Nemo, A rákvész. — Halászat, V. Bd., 1903—04.
49. Oláh, M, Hungaria et Atila. Editio Vindob., 1763, p. 85.
50. Ortvay, T., Pozsony vármegye állatvilága, Pozsony 1902.
51. —p—, Rákfajok megkülönböztetése. — Halászat, I. Bd., 1899.
52. Paget, J., Ungarn und Siebenbürgen, I. Bd., Leipzig 1842.
53. Répássy, M., A rák. — Köztelek, VIII. Bd., 1898.
54. — Édesvizi halászat és haltenyésztés, Budapest 1902.

[55. Skorikow, A. S., in litt.].
56. Sostarić, D., Prilog posnavnju faune slatkovodik korepnajaka Hrvatska, — Roda Jugoslavenske Akademije znanosti i cunjetinosi, 1888.
57. Steuer, A., Die Entomostraken der Plitvicer Seen, etc. — Ann. k. k. Hofmus., 13. Bd., 1899.
58. Szigethy, K., A folyami rák zöldmirigyének boncz-, szövet- és élettana. — Ért. természettud. köréből, 15. Bd., Budapest 1885.
59. — Az Astacus fluviatilis és Astacus leptodactylus átmeneti alakjai. — Math. Természettud. Közl., 20. Bd., 1885.
60. A rák életmódja. — Rovartani Lapok, VI. Bd., 1899.
61. A rákok főtápláléka. — Halászat, X. Bd., 1908.
62. A rákok öncsonkításáról. Ibid. VIII. Bd., 1906—07.
63. (—S—), A rákok pestise. Ibid. X. Bd., 1908.
64. A rák tápláléka. Ibid., VII. Bd., 1905.
65. A ráktenyésztésről. Ibid., V. Bd., 1903—04.
66. Tenyészrákok szétosztása. Ibid., VI. Bd., 1904.
67. (—p—) Főtt rák vörös szine. Ibid., IV. Bd., 1903.
68. Hal és rák postai szállitása. Ibid.
69. Rákrabló Salmonidák. Ibid., V. Bd., 1903.
70. Rákvész Finnországban. Ibid., IX. Bd., 1907.

* * *

71. Aristoteles, Thierkunde. Übers. von H. Aubert uud Fr. Wimmer. I. Bd. 1868.
72. Bauhin, P. Th. A., Zoologisches aus der Solothurner Chronik. — Zool. Garten, VIII. Bd., 1867.
73. Belloc, É., Noms scientifiques et vulgaires des principaux poissons et crustacées, Paris 1899.
74. Bergendal, D., Neue Beobachtungen über die Formvariation der ersten Abdominalanhänge bei Krebsweibchen. — Bihang Königl. Svensk. Vetensk. Akad. Handl., 15. Bd., 1889.
75. de Drouin de Bouville, Le repeuplements en écrevisses. — Bull. Soc. centr. Agricult. et Pêche. 1905.
76. Carbonnier, L'écrevisse, Paris 1869.
77. Delocle, Ch., L'écrevisse. — Bull. Soc. centr. Agricult. et Pêche, 1903.
78. Dröscher, W., Der Krebs und seine Zucht, Neudamm 1906.
79. Eschscholtz, F., Astacus leptodactylus n. sp. Rossica. — Mém. Soc. Imp. Nat. Moscou, vol. 6., 1823.
80. Fabricius, Ch., Systema entomologiae, Flensburgi et Lipsiae 1775.
81. Faxon, W., Revision of the Astacidae. — Mem. Mus. Harvard, vol. 10, 1885.
82. Fürth, O., Vergleichende chemische Physiologie der niederen Tiere, Jena 1903.
83. Gesner, Conrad, Historia aquatilium animalium natura. Lib. IV., 1558.

84. Grube, A. E., Ein Ausflug nach Triest und dem Quarnero. Berlin 1861.
85. Haacke-Kuhnert, Tierleben der Erde. I. Bd., Berlin 1901.
86. Heller, C., Über einen Flußkrebs-Albino. — Verh. zool.-bot. Ges. Wien, VIII. Bd., 1858.
87. — Die Crustaceen des südlichen Europas, Wien 1863.
88. Herrich-Schaeffer, M., Deutschlands Crustaceen.
89. Huxley, T. H., Der Krebs, Leipzig 1881.
90. Khevenhüller-Metsch, Über einen Flußkrebs-Albino. — Verh. zool.-bot. Ges. Wien, VII. Bd., 1857.
91. Koch, C. L., Deutschands Crustaceen, Myriapoden und Arachniden in Panzer und Herrig-Schaeffers Deutschlands Insekten.
92. La coloration de l'écrevisse. — Revue scientifique, 4. sér., tom 17., 1902.
92. Landois, H., Lebende blaue und rote Flußkrebse. — 15. Jahresber. Westphal. Provinz-Vereins für Wiss. und Kunst, Münster 1885—86.
94. Lebon, I., Notes sur un essai d'élévage d'écrevisses. — Bull. Soc. centr. Agricult. et Pêche, 1903.
95. Leunis-Ludwig, Synopsis der Tierkunde, II. Bd., Hannover, 1886.
96. Lereboullet, A., Sur les variétés rouge et bleu de l'écrevisse fluviatile. — Compt. rend. Acad. Paris, tome 33.
97. — Description de deux nouvelles espèces d'écrevisse der nos rivières. — Mem. Soc. Sc. Nat. Strasbourg, tome 5., 1858.
98. Lunel, G., Note sur la variété rouge de l'écrevisse commune. — Arch. Sc. Phys. Nat. Genève, 1870.
99. Mazzarelli, G., La pesca dei gamberi nella Provincia di Milano. — L'aquicultura Lombarda, 1903.
100. — La „branchiobdellosi" dei Gamberi. Ibid.
101. Martens, E., Rote Krebse. — Zool. Garten, IX. Bd., 1868.
102. N., Rote Flußkrebse. Ibid., 13. Bd., 1872.
103. Newbigin, M. J., The pigment of the Decapod Crustacea. — Journ. of Physiol., vol. 21., 1897.
104. Oken, Allgemeine Naturgeschichte für alle Stände. V. Bd., 2. Abt., Stuttgart 1835.
105. Ortmann, A., Crustacea, in: Bronns Klassen und Ordnungen des Tierreichs. V. Bd., 2. Abt., Leipzig 1901.
106. — The geographical distribution of the freshwater Decapods, and its beadring upon ancient geography. — Proc. Am. Philosoph. Soc., vol. 41.
107. Pouchet, G., Variété rouge de l'écrevisse de Lac Léman. — Compt. rend. Soc. Biol. Paris, 1874.
108. —r—, Der Krebs. — Schweiz. Fischerei-Zeitung, 15. Bd., 1907.
109. Rondelet, G., Universa Aquatilium Historia, pars II., 1555.
110. Rösel von Rosenhof, Insektenbelustigungen, III. Teil, Nürnberg 1755.
111. Samouelle, The Entomologist's Useful Compendium, 1819.
112. Seligo, Das Größenwachstum des Flußkrebses. — Deutsche Fischerei-Zeitung, 1905.

113. Schimkewitsch, W., Der turkestanische Flußkrebs. — Zool. Anz., VII. Bd. 1884.
114. Schrank, F. v. P., Fauna Boica. III. vol., Nürnberg 1803.
115. Schultz, E., Über atavistische Regeneration bei Flußkrebsen. — Arch. f. Entw. mech., 20. Bd., 1905 (Referat: Zool. Zentralbl., 14. Bd., 1907).
116. Schmander, R., Rote Krebse. — Deutsche Fischerei-Zeitung, 1903.
117. Skorikow, A. S., Contributions à la classification des Potamobiidae d'Europe et d'Asie. — Ann. Mus. Zool. Ac. Sc., vol. 12., 1907.
118. Surbeck, G., Die Krabsbestände der bayerischen Gewässer. — Allgem. Fischerei-Zeitung, 1909.
119. Tschudi, F., Rote Krebse. — Zool. Garten, IX. Bd., 1868.
120. Valenciennes, A., Variété d'Écrevisse a test entirement rouge. — Compt. rend. Acad. Sc., 1851.
121. Wagner, Historia naturalis Helvetiae, 1680.
122. Weißer Krebs. — Deutsche Fischerei-Zeitung, 1900.
123. Über Krebszucht. Ibid., 1902.
124. Lebende rote Krebse. Ibid., 1894.
125. Zum Krebshandel in Österreich-Ungarn. Ibid., 1893.
126. Eine neue Krebsvarietät. Ibid., 1886.
127. Krebsexport aus Kroatien. Ibid., 1893.
128. Järvi, T. H., Über den Krebs (*Astacus fluviatilis* Rond.) und die Krebsepidemien in Finnland. Acta societati fauna et flora Fenica. 33. Bd., 1910—1911, p. 1—41. Mit zwei Karten und drei Diagrammen.
129. Keilhack, L., III. Malacostraca. In: Brauer, A., Die Süßwasserfauna Deutschlands. Heft 11, 1909, p. 122.
130. Lovassy, S., A rák a Balatonban. Természettudimányi közlöny 42. Bd., 1910, p. 912—913.
131. Répássy, M., A rák mesterséges tenyésztése. Halászat 11. Jahrgang, 1910, p. 131.
132. A rák ellenségei. Halászat. 13. Jahrg. 1912, p. 171.
133. A rák pestis —p—. Halászat. 12. Jahrg. 1910, p. 24.
134. A rák vészről. Halászat. 12. Jahrg. 1910, p. 55.
135. Mikor legizesebb a rák. Halászat. 11. Jahrg. 1910, p. 184.
136. Rák pestis elleni küzdelem Svédországban. Halászat. 11. Jahrg. 1910, p. 80.
137. Rák peték mesterséges költése. Halászat. 13. Jahrg. 1912, p. 263.
138. Skandinávia rákbősége. Halászat. 11. Jahrg. 1910, p. 112.

4.

EINIGE VERWENDUNGEN DER HYDROSCHWEFLIGEN SÄURE BZW. DES ZINKHYDROSULFITES. DAS MOLYBDÄNBLAU. BLAUES WOLFRAMHALTIGES PRODUKT. DAS URANOHYDROSULFIT.

Von Prof. Dr. LUDWIG ILOSVAY VON NAGYILOSVA.

I. Einleitung.

Mit dem Natriumhydrosulfit als Reagenz beschäftigte sich O. BRUNCK* eingehend. BRUNCK verwendete ein aus der Elberfelder Fabrik bezogenes Präparat und beschrieb die Reaktion von 28 Elementen, unter denen sich mehrere befinden, deren Eigenschaften schon SCHÖNBEIN**, SCHÜTZENBERGER***, BERNTHSEN† und auch MOISSAN†† beobachtet hatten. Aus jener Zeit stammt auch die Abhandlung JULIUS MEYERS†††, der, neben den Untersuchungen über die Zusammensetzung des Natriumhydrosulfites, auch die Einwirkung dieses Salzes auf die Verbindungen des Kupfers studierte.

Mein Interesse wandte sich vor einigen Jahren den Hydrosulfiten zu, als ich wahrnahm, daß sie für die Molybdänblaureaktion, für das schnelle Bleichen mancher organischen Farbstoffe oder zur Hervorrufung andersfarbiger Produkte zweckmäßig verwendbar seien. Zu meinen Versuchen verwendete ich nicht das Natriumhydrosulfit, sondern vermengte kalt, konzentrierteres oder verdünnteres schwefligsaures Hydrat mit Zink, so daß ich eigent-

---

* Liebigs Annalen, Bd. 327, S. 240—50 (1903), Bd. 336, S. 281—88 (1904).

** Journ. f. prakt. Chemie 61, S. 193. Jahresbericht 1852.

*** Compt. rend. 69, 196 (1869).

† Ber. d. d. chem. Gesellsch. 13, S. 1277 (1880).

†† Compt. rend. 134, S. 18 (1902).

††† Zeitschrift f. anorgan. Chem. 34, S. 43 (1903).

lich mit Zinkhydrosulfit experimentierte. Das Zink wählte ich aus Zweckmäßigkeitsgründen, ebenso gut hätte ich auch Eisen verwenden können.

Noch ist es unbekannt, welche Stoffe außer dem Zinkhydrosulfit in der Lösung enthalten sind. Es ist möglich, daß die schweflige Säure als Reduktionsmittel auch einen gewissen Anteil an der Reaktion hat, aber bestimmt ist es, daß daneben das Hydrosulfit eine Rolle spielt, die man weder der schwefligen Säure noch dem Zink zuschreiben kann. Auch ist es gewiß, daß das Zink nicht immer katalytisch wirkt, weil es Reaktionen gibt, an denen es selbst teilnimmt, wie die Zusammensetzung der blauen Wolframverbindung beweist.

SCHÜTZENBERGER* hat schon festgestellt, daß das vor Luftzutritt geschützte schwefligsaure Hydrat bei Anwesenheit von Zink seinen Sauerstoffverbrauch steigert. Bei Gegenwart von Luft fand ich, daß die Steigerung des Sauerstoffverbrauches mit Kaliumpermanganat gemessen, innerhalb einiger Minuten mit kleinen Schwankungen 13,6% und mit Jod gemessen 6—7% beträgt.

Die Hydrosulfitlösung wird beim Stehen trübe und es entsteht ein weißer Niederschlag. Die Trübung erfolgt schneller, wenn die Zinkhydrosulfitlösung unter Luftabschluß in einer LINTNERschen Flasche geschützt wird, und zwar beginnt die Ausscheidung des Niederschlages schon bei 70° C. Nach der Trübung verbraucht die Lösung weniger Jod. Der Wert des Verbrauches ist von der Konzentration des Schwefligsäurehydrates abhängig. War in der wässerigen Lösung 1,5% Schwefeldioxyd vorhanden, so sank der Jodverbrauch um 13,1%; betrug die Konzentration 2,4%, so war nach dem Erwärmen der Jodverbrauch um fast 36% geringer.

Im ausgeschiedenen Niederschlage fand sich freier Schwefel vor, woraus ersichtlich ist, daß bei der Reduktion mit einer Zinkhydrosulfitlösung, das Reduktionsprodukt durch Schwefel verunreinigt sein kann, und zwar umso mehr, je konzentrierter die Schwefeldioxydlösung ist. Es ist wohl möglich, daß das nach NABL** aus einem Atom Zink und 2 Molekülen Schwefeldioxyd

* Bulletin d. Soc. chim. d. Paris 12, 122 (1869).

** Monatshefte f. Chemie 20, 679 (1899).

entstehende Zinkhydrosulfit (ZnS_2O_4) sich in das beständigere Zinksulfat verwandelt und daß aus dem Säurerest S_2O_4 ein Atom Schwefel frei wird.

Die Ausscheidung von Schwefel in Anwesenheit von Schwefeldioxyd kann auch zur Entstehung von Thioschwefelsäure bzw. Thiosulfat oder von Pyroschwefligsäure Veranlassung geben. Aber diese Voraussetzungen entbehren noch der Beweise, da die Erfahrungen, die ich bisher gemacht, zur Entscheidung der Sache noch ungenügend sind.

In der wässerigen Lösung des Schwefeldioxydes verwandelt sich verhältnismäßig viel Zink in verschiedene Salze. In 200 kcm einer Lösung — in der nebst 0,0612 gr Schwefelsäurehydrat 6,0492 gr dem Schwefligsäurehydrat äquivalente Menge Schwefeldioxyd vorhanden war, lösten sich von 10 gr Zink 3,9577 gr auf.

Auch ist es bemerkenswert, daß, wenn Zink in einer nicht konzentrierteren als 0,5%igen Schwefeldioxydlösung vorhanden ist, der Geruch nach Schwefelwasserstoff schon nach einigen Minuten bemerkbar ist.

II. Die Wirkung der Zinkhydrosulfitlösung auf Lösungen organischer Farbstoffe.

Das Zinkhydrosulfit reduziert auch organische Verbindung energisch. Diese Eigenschaft des Zinkhydrosulfites benutzten SCHÜTZENBERGER und LALANDE* auf dem Gebiete der Indigofärberei. BERNTHSEN** machte darauf aufmerksam, daß sich das Studium der Einwirkung von Hydrosulfit auf verschiedene Anilinfarbstoffe lohnen würde. Diese Einwirkung auf organische Farbstoffe berühre ich nur insofern, als ich darauf hindeuten will, daß man aus mehreren organischen Farbstoffen verhältnismäßig schnell während des Vortrages leuko- oder andere farbige Produkte darstellen kann.

Je nach Konzentration der Farbstofflösung wird mehr oder weniger Schwefeldioxydlösung mit einigen Gramm dünnen Zinkspänen tüchtig geschüttelt und die von Zink abgegossene Lösung

* Bulletin de la Soc. chimique 20, 7 (1873).

** Ber. d. deutsch. chem. Gesellsch. 13, 285 (1880).

in die Farbstofflösung eingetragen. Schütteln beschleunigt die Wirkung und ein Erwärmen ist selten notwendig.

Das Rosanilin, Pararosanilin, Mauvein, Chrysoidin, Alizarin, Kongorot, Methylenblau, Äthylenblau entfärben sich sofort.

Die Lösung vom wasserlöslichen Blau wird dunkler. Die Kaliumhydroxyd enthaltende Lösung von Aurin wird ebenso entfärbt wie durch Schwefligsäure, aber Ammoniumhydroxyd bewirkt bei der schweflige Säure enthaltenden Lösung die Wiederherstellung der ursprünglichen Farbe, wogegen auf Zusatz von Ammoniumhydroxyd die mit Zinkhydrosulfit versetzte Lösung blaßrosawird.

Gentianablau wird durch Zinkhydrosulfit sofort entfärbt und es scheidet sich ein weißer Niederschlag ($Zn(OH)_2$?) aus, während Schwefligesäure nur die Intensität der blauen Farbe schwächt. Dieses wird durch Ammoniumhydroxyd heller, jenes erleidet aber keine Veränderung.

Sehr charakteristisch ist das Verhalten von Magdalarot, das von der Schwefligsäure eine violett nüanzierte rote Farbe erhält, an der die charakteristische Fluoreszenz des Magdalarots erkenntlich ist; durch Zinkhydrosulfit wird die Lösung rosafarben, mit roter Nuance am Meniskus. Aufgekocht scheidet sich ein dunkelrosafarbener Niederschlag aus und die Fluoreszenz verschwindet vollständig. Vor dem Aufkochen ruft das Ammoniumhydroxyd eine blaßrosa Farbe hervor; nach dem Aufkochen wird der Niederschlag heller, ohne aber sich aufzulösen.

III. Die Wirkung der Zinkhydrosulfitlösung auf verschiedene anorganische Ionen.

In anbetracht dessen, daß O. Brunck* jene Veränderungen, die das Natriumhydrosulfit an mehreren Kationen und Anionen verursacht, ausführlich beschrieb, will ich mich nur auf jene beschränken, welche mit dem Zinkhydrosulfit in der Schwefeldioxydlösung andere Resultate ergeben, als sie Brunck beobachtet hatte.

1. Das Blei.

a) Wenn man 300 cm^3 ca. 13,3%ige Bleinitratlösung mit 100 cm^3 6,2% Schwefeldioxyd enthaltender Schwefeldioxydlösung

* loc. cit.

vermengt, und diese Lösung etwa 6 Minuten lang mit 10 gr Zinkspänen in Berührung läßt, entsteht ein bald lichterer, bald ein dunklerer fleischfarbiger Niederschlag, dessen Farbe ins Graue übergeht. Diese Farbe ist nun konstant. Den nach 24 Stunden abfiltrierten, zunächst mit Wasser, dann mit Alkohol, Benzol und endlich mit alkoholhaltigem Äther ausgewaschenen Niederschlag trocknete ich bei 100° C. in zwei Stunden zu konstantem Gewichte. Nach quantitativer Analyse enthält er: 71,25% Blei und 10,99% Schwefel, als Schwefligsäureion ausgedrückt 27,48%, d. h. die Summe der zwei Bestandteile beträgt 98,73%.

Wird die vom Niederschlage abfiltrierte Lösung mit überschüssiger Zinkhydrosulfitlösung vermengt, so entsteht abermals ein Niederschlag von dunkelrosa Farbe. Dieser Niederschlag in der beschriebenen Weise gereinigt und getrocknet enthält 68,91% Blei und 10,51% Schwefel, die in Schwefligsäureionen ausgedrückt 26,31% beträgt und mit dem Prozentsatz des Bleies 95,22% ergibt.

b) Bei einem zweiten Versuch vermengte ich 500 cm^3 8%ige Bleinitratlösung mit 1000 cm^3 50,2 gr Schwefeldioxyd enthaltender Schwefeldioxydlösung, die mit 20 gr Zink durch 10 Minuten in Berührung gestanden war. In diesem Falle kam auf ein Molekül Bleinitrat 7,7 Moleküle Schwefeldioxyd. Der gelbliche Niederschlag wurde beim Schütteln dunkler. In einigen Minuten jedoch begann die Farbe lichter zu werden, bis sie endlich an die des vergilbten Elfenbeins erinnerte. Diese Farbe war nun konstant.

Der Niederschlag wurde genau so gereinigt und getrocknet, wie die vorhergehenden. Die Zusammensetzung war: 70,53% Blei und 11,09% Schwefel. Der Schwefel in Schwefligsäureion ausgedrückt ergab 27,69%, welche Zahl mit dem obigen Blei 98,22% als Summe ergab.

Demnach ändert sich die Farbe des Niederschlags nach der Menge des Schwefeldioxyds bzw. des Hydrosulfites. Bei weniger Hydrosulfit entsteht ein grauer, bei mehr ein gelblicher Niederschlag. Die Hauptmenge des Niederschlags ist Bleisulfit, doch enthält er auch Spuren von Hydrosulfit. Dies kann man erkennen, wenn man ein wenig Niederschlag mit einer Ammoniummolybdänatlösung vermengt, ihn mit einigen Tropfen verdünnter Salzsäure ansäuert und tüchtig durch-

schüttelt; infolge des durch die Einwirkung des Hydrosulfites bzw. Thiosulfates entstandenen Molybdänblaues ist sogleich eine dunkelblaue Färbung wahrnehmbar.*

Ist die Konzentration der Schwefeldioxydlösung geringer, so wird die graue Farbe vermutlich durch etwas Bleisulfid hervorgerufen; ist aber die Lösung konzentrierter, so entsteht kein Sulfid, es rührt also die gelbe Farbe vom Hydrosulfit her.

2. Wismut.

Aus einer Wismutnitratlösung fällt ein pulveriger schwarzer Niederschlag. Wäscht man den Niederschlag so lange, bis das ablaufende Wasser keine Spuren von Schwefelsäure mehr aufweist, und löst ihn hierauf in verdünnter Salpetersäure, so scheidet sich Schwefel aus. In der filtrierten Lösung kann man eine starke Schwefelsäurereaktion beobachten.

Diesen Niederschlag untersuchte ich quantitativ nicht, dafür einen anderen, der auf folgende Weise hergestellt wurde:

20 gr kristallinisches Wismutnitrat mit 200 cm^3 Wasser gut durchgeschüttelt wurden mit 300 cm^3 einer etwa 0,5%iger Schwefeldioxydlösung vermengt, welche vorher mit 20 gr Zinkspänen 6 Minuten lang geschüttelt wurde. Sofort entstand ein dunkler, graubrauner Niederschlag, vermengt mit kleinen, metallisch glänzenden Schuppen, woraus zu schließen war, daß ein großer Teil des Wismuts metallisch zur Ausscheidung kam. Als nach eintägigem Stehen abfiltriert, erst mit Wasser, dann mit Alkohol und Benzol gewaschen, kurze Zeit bei 100° C. getrocknet wurde, zeigte sich der Niederschlag als ein vollkommen geruchloses feines Pulver. Das mit verdünnter Salzsäure übergossene Pulver entwickelte Schwefeldioxyd und löste sich zum Teil auf. Nach dem Austreiben des Schwefeldioxyds aus der Lösung durch Kochen und nach Zusatz von einigen Tropfen konzentrierter Salzsäure entstand beim Erwärmen Schwefelwasserstoff, ein Zeichen, daß der Niederschlag auch Sulfid enthielt.

Das Schwefeldioxyd konnte aber nicht nur von Sulfid, son-

* Auch das Thiosulfat erzeugt Molybdänblau; in diesem Falle jedoch schreibe ich die Wirkung eher dem Hydrosulfit zu. Meine Anschauung begründe ich damit, daß das Bleithiosulfat nicht gelb, sondern weiß ist.

dern auch von Hydrosulfit, ja sogar von Thiosulfat herrühren. Hydrosulfit oder Thiosulfit waren anwesend, denn nach dem Schütteln von einigen Dezigrammen mit einigen Kubikzentimetern Ammoniumolybdänatlösung und Zusatz von verdünnter Salzsäure entstand eine blaue Färbung, welche nur in Anwesenheit von Hydrosulfit oder Thiosulfat entstehen kann.*

Das Pulver enthielt 87,58% Wismut und 3,88% Schwefel. Mit verdünnter Salzsäure erhitzt, konnten im Destillat 4,55% Schwefeldioxyd bestimmt werden. In diesem betrug der Schwefel 2,77 Gewichtsteile, folglich dürfte 1,61% Schwefel als Bestandteil einer Oxysäure oder eines Sulfides anwesend sein.

Aus meinen Angaben geht hervor, daß die Hauptmenge des Niederschlages aus metallischem Wismut besteht, vermengt mit einigen Prozenten Wismutsulfid, Sulfit und Hydrosulfat bzw. Thiosulfat. BRUNCK** fand mit Natriumhydrosulfit nur metallisches Wismut.

3. Das Arsen.

a) Aus der salzsauren Lösung der Arsenigsäure schieden sich beim Kochen besonders, neben einer großen Menge gelben Niederschlages orangefarbene Flocken aus. Dieser Niederschlag war in Ammoniumhydroxyd schwer löslich und der dunkel gefärbte Rest blieb mit viel feinem Schwefel am Filter zurück.

In einem anderen Falle wurden 20 gr Natriumarsenit in 500 cm^3 Wasser gelöst, mit Salzsäure angesäuert und mit 1000 cm^3 einer 50,5%igen Schwefeldioxydlösung vermengt, welche vorher durch 6 Minuten mit 30 gr Zinkspänen geschüttelt war.

Es entstand ein schokoladenbrauner Niederschlag, welcher nach der Waschmethode der Sulfide gereinigt, getrocknet und analysiert 75,50% Arsen und 10,01% Schwefel aufwies. Unter der

* Die Wismutnitratlösung wird durch Natriumthiosulfat gelb; dann scheidet sich ein gelber Niederschlag aus, welcher sich nach einigen Minuten zu bräunen beginnt und schließlich entsteht ein schwarzbrauner Niederschlag, der nach dem Aufkochen filtriert, ausgewaschen und getrocknet, mit Ammoniummolybdänat und einigen Tropfen verdünnter Salzsäure durchgeschüttelt ein blaues Produkt ergibt. Möglicherweise enthielt der Niederschlag etwas Wismutthiosulfat.

** Liebigs Annalen 336, 288 (1904).

Annahme, daß die fehlenden 11,49% Sauerstoff waren, hatte ich entweder mit einem Oxysulfid (As_2SO_3) oder mit einem aus zwei Molekülen| Arsentrioxyd, aus einem Molekül Arsentrisulfid und drei Atomen Arsen, eventuell mit einem aus vier Molekülen Arsentrioxyd und drei Molekülen Arsentrisulfid bestehenden Gemisch zu tun.

Das von BRUNCK* beschriebene braune amorphe Arsen konnte ich nicht beobachten.

Aus einer Lösung von arsensaurem Natrium schied sich durch Einwirkung von zinkhydrosulfithaltiger Schwefeldioxydlösung erst viel freier Schwefel aus, der sich wieder auflöste; später entstand ein allmählich nachdunkelnder lichtgelber Niederschlag, welcher in Ammoniumhydroxyd verhältnismäßig schwer löslich war, als der mit Schefelwasserstoff fällbare Niederschlag. Die Zusammensetzung war 58,28% Arsen und 28,61% Schwefel. Werden die fehlenden 13,11% für Sauerstoff in Anrechnung gebracht, so kann man den Niederschlag entweder aus Arsenoxysulfid (AsSO) oder als ein Gemenge aus Oxyd und Sulfid zusammengesetzt bezeichnen.

Die braune Modifikation des Arsens fehlte auch in diesem Falle.

4. Das Quecksilber.

Aus Mercuro- und auch aus Mercuriverbindungen fällt das in überschüssiger Menge anwesende Reagenz einen schwarzen Niederschlag, welcher metallisches Quecksilber und Mercurisulfid enthält. Als Zwischenprodukt entsteht ein weißer Niederschlag.

5. Das Nickel.

Eine Nickelsalzlösung mit einer Zinkhydrosulfitlösung versetzt, aufgekocht und vom ausgeschiedenen Schwefel abfiltriert, ergibt im Filtrate mit Ammoniumhydroxyd oder mit Kaliumhydroxyd keine Nickelreaktion. Im ersten Falle dürfte man vermuten, daß eine Nickelammoniumverbindung entsteht; im zweiten Falle ist die Farbe des Niederschlags bedeutend heller und erst nach längerem Stehen nähert sie sich der lichtgrünen Farbe des Nickelhydroxydes.

* Liebigs Annalen 336, 286 (1904).

Wenn man den Versuch so ausführt, daß zur Nickelsalzlösung so viel Reagenz zugesetzt wird, daß die Farbe gelblichbraun wird, und dann, nachdem man die Lösung mit Ammoniumhydroxyd alkalisch gemacht, sie zu erhitzen anfängt, so legt sich in den meisten Fällen ein schöner Spiegel an die Wandung des Reagierzylinders an und ein schwarzer Niederschlag wird ausgeschieden. Der Spiegel, wie auch der Niederschlag enthalten viel metallisches Nickel, etwas Nickelsulfid und Zinksulfid.

6. Das Kobalt.

Eine Kobaltsalzlösung mit Zinkhydrosulfitlösung aufgekocht und vom Schwefel klar abfiltriert, ergibt mit Ammoniumhydroxyd nur eine bläuliche klare Lösung; auch mit Kaliumhydroxyd kann man den charakteristischen, matt rosafarbenen Niederschlag nicht erzielen, sondern nur einen hell fleischfarbenen.

Wenn man die mit Zinkhydrosulfit versetzte Kobaltnitratlösung mit Ammoniumhydroxyd übersättigt und bis zum Sieden erhitzt, so nimmt die Lösung eine grauviolette, nachher eine dunkelviolette Farbe an, während sich ein Spiegel und ein schwarzer Niederschlag abscheiden. Die Farbe der abgekühlten Lösung erinnert an die des Luteokobaltes. Mit frischer Zinkhydrosulfitlösung kann man die Fällung des Niederschlags öfters wiederholen. Im Niederschlag kann metallisches Kobalt, etwas Kobaltsulfid und Zinksulfid nachgewiesen werden.

7. Das Zinn.

a) Zunächst glaubte man, daß das Zinkhydrosulfit aus der Stanninchloridlösung Stanninsulfid fällt. Kocht man die Lösung so lange, bis die Schwefelausscheidung beendet ist, bekommt man einen blassen, gelblich weißen, in Ammoniumsulfhydrat unlöslichen Niederschlag, der ausgewaschen und mit Salzsäure übergossen Schwefelwasserstoff entwickelt. Demnach enthält der Niederschlag Stannisulfid, aber der größte Teil, 84%, besteht aus Stannioxyd und der Rest aus Schwefel.

b) An einer mit Salzsäure angesäuerten Stannochloridlösung kann man eine eigentümliche Reaktion beobachten.

Die Farbe des mit Zinkhydrosulfitlösung erhaltenen Nieder-

schlags ist viel heller als die von Stannosulfid. Schon nach einigen Sekunden fängt der Niederschlag an, lichter zu werden und teilt sich plötzlich in einen lebhaft gelben — an die Farbe von Arsentrisulfid erinnernden — und in einen dichteren, mussivgoldfarbenen Niederschlag, die man durch einen Filter von Seidengaze voneinander trennen kann. Während der lichtere Niederschlag durchfließt, bleibt der dunklere am Gazefilter zurück. Auf einem Papierfilter kann man auch den lichtgelben Niederschlag sammeln. Beide können mit heißem Wasser ausgewaschen werden und entwickeln, mit Salzsäure versetzt, Schwefelwasserstoff. Beide Niederschläge sind zinnhaltig und enthalten nebst Zinnsulfid viel freien Schwefel.

Wenn die Zinkhydrosulfitlösung zur völligen Fällung des Zinns nicht ausreicht, so erzeugt Schwefelwasserstoff in der filtrierten und ausgekochten Lösung einen Niederschlag, dessen Farbe etwas dunkler ist, als die des Stannisulfid. Auch dieser enthält Zinnsulfid und viel freien Schwefel.

Diese Reaktion läßt vermuten, daß in diesem System die Stannoverbindung die reduzierende Rolle übernimmt und sich auf Kosten des in der Lösung sich befindenden Sulfites oder Hydrosulfites, eventuell Thiosulfates in eine Stanniverbindung verwandelt.

Weder der mit der Stanno- noch der mit dem Stanniverbindung erhaltene Niederschlag ergibt eine Hydrosulfitreaktion.

8. Das Platin.

Mit Bruncks* Beobachtung übereinstimmend entsteht in der Hydrochloroplatinatlösung durch das Reagenz eine Platinverbindung von braunroter Farbe. Beim Aufkochen der Lösung oder auf Zusatz von Kaliumhydroxyd entsteht ein rotbrauner, schlecht waschbarer Niederschlag, dessen größter Teil in das Waschwasser übergeht.

Wenn man aber das Hydrochloroplatinat mit Zinkhydrosulfit bis zur Entfärbung vermengt und dann mit Ammoniumhydroxyd übersättigt, bekommt man eine farblose Lösung, aus welcher sich beim Kochen ein graulichweißer Niederschlag in geringer Menge ausscheidet.

* Liebigs Annalen 336.

Die Lösung und der Niederschlag enthalten Platin. Es ist offenbar, daß im letzteren Falle ein Platinoammoniumsalz entsteht, dessen Untersuchung ich mir zur späteren Aufgabe gemacht habe.

9. Das Gold.

Es ist bemerkenswert, daß beim Eintragen einer Lösung von Aurichlorid in eine Zinkhydrosulfitlösung oder nur in eine konzentrierte Schwefligesäure sich an die Wand des Reagierrohres oft ein reiner und haltbarer Goldspiegel abscheidet.

Die Selenigesäure und die Tellurigesäure sind besonders für den Nachweis geeignet, daß die Zinkhydrosulfitlösung viel schneller reduziert als die Schwefligesäure.

All diese Reaktionen sind so verblüffend und so charakteristisch, daß ich dieselben eines eingehenden Studiums wert finde.

* * *

Es ist eigentümlich, daß BRUNCK* mit Molybdänsäure, Wolframsäure und Uranylverbindungen experimentierend, dennoch nicht versucht hatte, ob mit Hydrosulfit irgendwelche Reduktionsprodukte erhältlich sind.

Durch Reduktion der Molybdänsäure entsteht ein blaues, ein grünes und ein braunes, durch Reduktion der Wolframsäure ein blaues und der Uranylsäure ein gelblich-grünes Produkt. Die Ergebnisse der Untersuchung sind folgende:

IV. Das Molybdänblau.

Seit BUCHHOLZ haben sich viele mit dem Studium des Molybdänblaues befaßt, so BERZELIUS**, RAMMELSBERG***, MUTHMANN†, GUICHARD†† und MARCHETTI†††. Die Formel des Molybdänblaues ist nach BERZELIUS Mo_5O_{14}, nach RAMMELSBERG $Mo_2O_3 + 3H_2O$; wohingegen MUTHMANN, GUICHARD und MARCHETTI die Formel Mo_3O_8 für richtig hielten.

* Liebigs Annalen 336, 290, 291 (1904).
** Pogg. Annalen d. Physik u. Chemie 6, 380 (1826).
*** Pogg. Annalen 127, 281 (1866).
† Liebigs Annalen 238, 180 (1887).
†† Compt. rend. 131, 389 und 419 (1900).
††† Zeitschr. f. anorg. Chemie 19, 391 (1898).

GUICHARD und MARCHETTI fanden die Zusammensetzung des auf verschiedene Art dargestellten Molybdänblaues übereinstimmend. MARCHETTI erhielt diese Verbindung auf elektrolytischem Wege kristallinisch. Nach dem kryoskopischem Verfahren stellte er dessen Formel mit Mo_3O_8, $5H_2O$ fest.

In neuester Zeit stellten BAILHACHE* und KLASEN** blaue Molybdänoxyde dar.

Die Lösung des Molybdänblaues erhielt ich folgendermaßen:

Nach dem Lösen von 18,402 gr Ammoniummolybdänat in einem Liter destilliertem Wasser in einem mit Glasstöpsel versehenen Mischzylinder und Hinzufügen von 400 cm^3 einer annähernd 6,7 gr Schwefeldioxyd enthaltenden Schwefeldioxydlösung wurden 40 gr möglichst reine Zinkspäne eingebracht und der Zylinderinhalt 10—12 Minuten lang tüchtig durchgeschüttelt. Auf ein Molekül MoO_3 kam ca. 1 Molekül SO_2. Anfangs war die Lösung grün, bald aber ging sie ins Blaue über und nahm ständig einen tieferen Farbton an. Nach Verlauf von 10—12 Minuten brachte ich die Lösung in einen andern größeren Zylinder, darauf achtend, daß keine Zinkspäne mit übergehen und, da die Reduktion noch nicht genügend war, ließ ich die Lösung 4—5 Stunden stehen. Alsdann fügte ich 400 cm^3 circa eineinhalb normaler Ammoniumhydroxydlösung hinzu, schüttelte es gut durch und ließ den ausgeschiedenen Niederschlag im geschlossenen Zylinder absetzen.*** Es schied sich ein außerordentlich voluminöser Niederschlag aus, welcher in der Dichte infolge des großen Wassergehaltes wenig von der Lösung verschieden war und zum Absetzen wohl 6—8 Stunden benötigt hatte. Nach dem Abheben der Flüssigkeit wurde der Niederschlag in dem Zylinder oder in einem mit seitlichem Hahn versehenen, unten konisch in ein Hahnrohr verlaufenden und mit eingeschliffenem Glasstöpsel verschließbaren Zylinder mit viel Waschflüssigkeit vermischt, um den Nie-

---

* Compt. rend. 133, 1210 (1901).

** Berichte d. deutsch. Chem.-Gesell. 34, 158 (1901).

*** Der blaue Niederschlag läßt sich auch durch Pyridin fällen, doch ist das Waschen genau so beschwerlich und unvollkommen, als wenn der Niederschlag mittels Ammoniumhydroxyd gefällt wird. Selbst im Zentrifugalapparate ist es nicht besonders leicht zu isolieren und zu waschen.

derschlag durch zwei- bis dreimaliges Abgießen auswaschen zu können. Zum Auswaschen eignet sich eine Lösung, die im Liter 30 gr Ammoniumhydroxyd und 5—6 gr Ammoniumchlorid enthält. Den durch mehrmaliges Abgießen ausgewaschenen Niederschlag bringt man auf ein Filter und wäscht ihn bei vermindertem Druck mit einer ammoniakalischen Ammoniumchloridlösung so lange, bis die Waschflüssigkeit durch verdünntes Zinkhydrosulfit weder blau noch braun wird. Den an der Wandung des Filters haftenden Niederschlag spült man so gut als möglich gegen den unteren Teil des Filters zu, da sonst das Auswaschen sehr unvollkommen wird. Man beendet das Waschen mit einer eineinhalbnormalen Ammoniumhydroxydlösung, aber man darf damit nicht so lange fortfahren, bis sich der an die Wandung des Filters anhaftende Niederschlag zu bleichen beginnt.

Den Niederschlag trocknet man auf einem Uhrglas im luftverdünnten Raume über Schwefelsäure. In zwei Tagen trocknet er bereits so aus, daß er pulverisiert und in einem Porzellanschiffchen in Stickstoffstrom bei 100° C. bis zu konstantem Gewichte getrocknet werden kann.

Bei der Bereitung der blauen Lösung muß man darauf achten, daß die blaue Lösung nicht zu lange mit Zink in Berührung bleibt, da sie sonst grün wird und mit Ammoniumhydroxyd einen grünen Niederschlag gibt.

War die Farbe des Niederschlags auch blau, so wird dieselbe grün, sobald die Trennung von der Flüssigkeit nicht genügend rasch erfolgt ist.

Wenn man zur Reduktion viel Schwefeldioxyd und Zink verwendet, oder die reduzierenden Substanzen mehrere Tage hindurch mit dem Ammoniummolybdänat in Berührung läßt, so entsteht ein braunes, später bräunlich-gelbes Produkt.

Immer erhält man ein grünes Produkt, wenn man 18,4 gr Ammoniummolybdänat mit einem Liter 1,7%iger Schwefeldioxydlösung und 40 gr Zinkspänen vermengt und im übrigen genau so verfährt, wie ich es bei der Darstellung des blauen Niederschlages beschrieben. Ein bräunlichgelber Niederschlag entsteht auch dann, wenn man in dem Gemenge, das man zur Darstellung des blauen Produkts verwendet hat, das Zink 8—10 Tage lang

stehen läßt, oder wenn man die Lösung ohne die Schwefeldioxydlösung mehrere Tage hindurch mit Zink durchschüttelt.

Der feuchte braune Niederschlag oxydiert sich an der Luft wieder zu blauem Produkte, aber der bräunlichgelbe wird nie unmittelbar blau.

Der blaue Niederschlag löst sich in Wasser, Alkohol, Ammoniumhydroxyd, in wässeriger Lösung von Ammoniumchlorid wie auch in verdünnten Mineralsäuren und in Essigsäure mit blauer Farbe auf; durch konzentrierte Mineralsäuren geht die blaue Farbe der Lösung in eine braunrote über.

Aus dem grünen Niederschlag kann man die blaue Verbindung mit Wasser auswaschen, weil dieser sich darin leichter löst als der bräunlichgelbe. Der grüne Niederschlag besteht demnach aus einem Gemisch von blauem und von gelbem Oxyd.

Im braunen Niederschlage ist auch noch ein wenig blaues Produkt vorhanden, da man daraus mit Wasser oder mit verdünnten Mineralsäuren eine mehr oder minder blaue Lösung erhalten kann.

Wenn man die salzsaure Lösung der braunen oder der grünen Substanz öfters eindampft, so verwandelt sich dieselbe durch Oxydation in ein blaues Produkt.

Steht aber die blaue oder die grüne Lösung besonders mit Ammoniumhydroxyd längere Zeit hindurch, so entfärbt sie sich, weil sich das farbige Oxyd in farblose Molybdänsäure verwandelt.

Das Entstehen von Molybdänblau kann man durch eine Reaktionsgleichung nicht ausdrücken. Es steht fest, daß in einer so verdünnten Lösung kein Schwefel zur Ausscheidung kommt. Die Kompliziertheit der Reaktion beweist: 1. daß sich an der Oberfläche von Zink Molybdänsulfat und Zinksulfid ausscheiden; 2. daß in dem gut ausgewaschenen Niederschlag auch ein niederes Oxyd als das Molybdänblau vorhanden sein kann und außerdem immer Ammonium, Chlor, etwas Sulfat und mehr Sulfit nachweisbar sind; 3. daß in dem Filtrat außer dem unveränderten Ammoniummolybdänat und löslichen Zinksalzen noch irgendeine Substanz, eventuell eine Molybdänverbindung oder ein Hydrosulfit anwesend ist, das aus ammoniakalischem Silbernitat einen Metallspiegel, ja sogar etwas Silbersulfid fällt.

Der am Filter getrocknete Niederschlag verliert bei normaler Temperatur im luftfreien Raume über Schwefelsäure etwa 70% Wasser, der über Schwefelsäure getrocknete Niederschlag bei 100° C. zu konstantem Gewichte getrocknet, verliert abermals 4—5% Wasser; aber auch bei 200° C. entweicht noch etwas Wasser nebst Ammoniumchloriddampf. Bei dieser Temperatur entweicht nunmehr nur das chemisch gebundene Wasser.

Da das blaue, grüne und braune Produkt Gemenge sind, war die quantitative Analyse mit vielen Schwierigkeiten verbunden und sind daher meine Angaben nicht als endgültige anzusehen.

Nach VON DER PFORDTEN* kann man das Molybdänsesquioxyd mit Kaliumpermanganatlösung titrieren; nach MUTHMANN** ist sogar das Molybdänblau titrierbar.

Den Wassergehalt hatte ich wegen der Zersetzung der Ammoniumsalze und des Sulfits durch Verbrennen mit Bleichromat bestimmt.

In der Zusammensetzung der verschiedenen blauen Produkte waren bedeutende Abweichungen vorhanden. Wenn man die Zusammensetzung von Molybdänblau als Trimolybdänoktooxyd annimmt, so schwankte dessen Gehalt zwischen 26,60 und 41,58%.

Das aufgearbeitete Material ergab etwa 10—11% von dem bei 100° C. getrocknetem Rohprodukt. Dieses enthielt im besten Falle 40% Molybdänblau, woraus folgt, daß der Gewinnungsquotient ein überaus kleiner war.

Die analytischen Daten eines der schönsten blauen Produkte sind die folgenden:

	Nummer der Analyse		Mittelwert
	I	II	
Mo_3O_8	39,36%	39,38%	39,67%
Gesamtmolybdän	47,83	48,16	47,97
(NH_4)	7,57	7,61	7,59
SO_3	1,35	1,37	1,36
H_2O	17,57	—	—
SO_4	nicht bestimmbar.		

* *
*

* Liebigs Annalen 222, 137 (1883).

** Liebigs Annalen 228 (1887).

Ich bestimmte den direkten Verbrauch an Kaliumpermanganat bei einem grünen Produkt und fand, daß die Zahl der verbrauchten Kubikzentimenter größer war als im vorhergehenden Falle. Da man aber das Molybdänblau neben anderen, direkt titierbaren Oxyden nicht titrieren kann, so war es mir nicht möglich, die Menge des im grünen Produkt enthaltenen Molybdänblaus zu berechnen. Im grünen Produkt beträgt das Gesamtmolybdän 48,72%, das Ammoniumion 8,03%, das SO_3ion 1,51%; so zeigt der Prozentsatz der wichtigsten Bestandteile in beiden Produkten keinen auffallenden Unterschied.

* * *

Die prozentische Zusammensetzung des bei 100° C. getrockneten bräunlich-gelben Niederschlags ist:

$$Mo = 62{,}00\%,\ H_2O = 11{,}09\%,$$

der Sauerstoff aus der Differenz berechnet = 26,91%.

Diese Zusammensetzung nähert sich am besten der durch die Formel Mo_2O_5, H_2O bezeichneten Verbindung, in welcher Mo = 62,34%, H_2O = 11,69% und O = 25,37% beträgt.

* * *

Meine Studien über Molybdänblau sind noch nicht abgeschlossen und ich will noch die Bedingungen feststellen, welche ermöglichen, dasselbe aus der Lösung in homogenen Kristallen zu erhalten. Der Umstand, daß MARCHETTI mittels Elektrolyse ein kristallinisches Produkt erhielt, läßt auf Erfolg hoffen.

V. Nachweis von kleinen Mengen Molybdänsäure als Molybdänblau.

Die Molybdänsäure wird zumeist durch die Phosphormolybdänsäure- oder Molybdänblaureaktion nachgewiesen. Im letzteren Falle wird als Reduktionsmittel Salzsäure und Stanniol verwendet, aber wenn das Reduktionsmittel im Überschuß vorhanden ist, so entsteht oft sofort das Endprodukt, so daß die blaue Farbe gar nicht sichtbar wird und kleine Mengen der Molybdänsäure überhaupt nicht nachgewiesen werden können.

Zum Nachweise von Molybdänsäure in 1:10000facher Verdünnung kann man die Schwefligesäure mit Zink noch ziemlich

gut verwenden, wenn man verfährt wie folgt: 5 cm^3 Molybdänsäurelösung (in der die Molybdänsäure = 0,0005 gr beträgt) werden mit 0,4—2 cm^3 0,4%iger Schwefeldioxydlösung vermengt und mit sehr wenig Zinkspänen gut durchgeschüttelt. Die Lösung wird sofort blau, und zwar intensiver, je mehr Schwefeldioxydlösung in den erwähnten Grenzen vorhanden ist; in einer konzentrierteren Lösung jedoch geht die blaue Farbe nach einigen Sekunden ins Gelbliche über. Der Nachweis der Molybdänsäure in 1 : 20000fach verdünnter Lösung ist ziemlich schwach, aber noch möglich.

Bei der Untersuchung von konzentrierteren Molybdänsäurelösungen ist die Konzentration der Schwefeldioxydlösung nebensächlich; das Hauptgewicht lege man darauf, daß man nie zu viel Zinkspäne auf einmal in das Gemenge bringe.*

VI. Blaues wolframhaltiges Produkt.

Wie das Molybdänblau konnte man auch das Wolframblau anfangs nur bei hoher Temperatur darstellen. Später hatte man entdeckt, daß die verschiedenen Wolframsäuren durch reduzierende Substanzen blaue Produkte liefern. So erzeugte SCHEIBLER** im Jahre 1861 aus der Metawolframsäure in ammoniakalischer Lösung mit Schwefelwasserstoff und BUNSEN*** im Jahre 1865 aus dem wolframsauren Natron mit Stannochlorid blaue Produkte.

---

* Auch mit Natriumthiosulfat in Anwesenheit von Salzsäure bekommt man die Molybdänblaureaktion. Aber man muß folgendes beachten: Sicher gelingt die Reaktion nur dann, wenn man von einer 1%igen Molybdänsäurelösung 5 cm^3 mit 0,5—2 cm^3 Natriumthiosulfatlösung vermengt, die eine einer 0,4%iger Schwefeldioxydlösung äquivalente Menge Jod verbraucht. Die Thioschwefelsäure wird mit ein wenig verdünnter Salzsäure frei gemacht. Wenn man mit einer 1 : 1000 verdünnten Molybdänsäurelösung experimentiert und 5 cm^3 Lösung mit nur 0,4 cm^3 Natriumthiosulfatlösung von oben erwähnter Konzentration vermengt, so zeigt sich manchmal nach Zugabe von einigen Tropfen Salzsäure die blaue Farbe, manchmal aber bleibt sie aus. Wenn man von Natriumthiosulfat 1—2 cm^3 verwendet, so scheidet sich zuerst Schwefel aus, nachher entsteht eine fahlrosafarbene Lösung, aber nie eine blaue. Mit einer 1 : 1000, oder noch mehr verdünnten Lösungen bekommt man mit diesem Reagenz niemals eine blaue Färbung.

** Journ. f. prakt. Chemie 83, 313 (1861).

*** Liebigs Annalen 138, 289 (1866).

ROSCOE* beobachtete, daß Wolframpentabromid durch Einwirkung des Wassers ein blaues Produkt liefert. In seiner Lösung kann die Wolframsäure auch mit Zink zu einem blauen Produkt reduziert werden.

DESI** erhitzte das Wolfram mit konzentrierter Schwefelsäure und mit Schwefeldioxyd bei verschiedenen Temperaturen und beschrieb vier Arten von Wolframblau. EDGAR F. SMITH*** bezeichnete das Wolframblau, das er erhielt, als er mit Essigsäure gekochte Wolframate elektrolysierte, als W_2O_5; aber in der Literatur ist auch ein Produkt mit der Formel W_3O_8 angeführt.

OTTO SEIDL† fand bei der Elektrolyse von Natriumwolframat und Natriummetawolframat ein blaues Oxyd und hat als dessen Formel $W_4O_{21}(OH)$ festgestellt.

Ich selbst machte die Wahrnehmung, daß die wasserlöslichen Salze der Wolframsäure bei gewöhnlicher Temperatur durch die wässerige Lösung von Schwefeldioxyd ebenso nicht verändert werden wie die Salze der Molybdänsäure; aber bei Anwesenheit von Zink oder von zinkhydrosulfithaltigem Schwefeldioxyd entsteht sofort eine prachtvoll ultramarinblaue Lösung. Ich war der Ansicht, daß in der Lösung irgendein Wolframblau vorhanden ist und nur die Fällungsmethode festzustellen wäre.

Den blauen Niederschlag erhielt ich wie folgt:

In 200 cm^3 Wasser wurden 66 gr Natriumwolframat gelöst, nach Zugabe von etwa 6,5 gr Schwefeldioxyd enthaltender Schwefeligensäure wurden 1,5 gr Zinkspäne aufgesetzt, gut durchgeschüttelt und fast eine halbe Stunde stehengelassen. Auf ein Molekül WO_3 kamen 5 Moleküle SO_2. Der abgegossenen dunkelblauen Lösung wurde so viel konzentriertes Ammoniumhydroxyd zugesetzt, daß nach tüchtigem Schütteln der Ammoniumgeruch noch deutlich wahrnehmbar war. Der Niederschlag wurde während 15—20 Minuten absetzen gelassen, durch Dekantation mit reinem Wasser zweimal, mit 10%igem Ammoniumhydroxyd einmal gewaschen, hierauf auf ein Filter gebracht und daselbst zuerst mit 1%igem

* Liebigs Annalen 162, 363 (1872).

** Jahresbericht 1897, I. Teil 890 (1897).

*** Bericht d. deutsch. chem. Gesellschaft 13, 751—53 (1880).

† Techn. Doktorats-Dissertation 1909.

Ammoniumhydroxyd, dann mit reinem Wasser gut ausgewaschen, abgesaugt und bei 100° C. im Stickstoffstrome bis zum konstanten Gewicht getrocknet.

Bei der Darstellung dieses Produktes konnte man auch an der Oberfläche des Zinkes Wolfram- und Zinksulfid nachweisen. Die von dem Niederschlage abfiltrierte Lösung schied aus der ammoniakalischen Silberlösung metallisches Silber aus.

Außer Wolfram konnte man im Niederschlag auch Zink (NH_4), SO_3, SO_4 und Wasser nachweisen; dieses Produkt, welches dem freien Auge als homogen erschien, zeigte sich unter dem Mikroskop als ein Gemisch. Aus den Analysenergebnissen ging hervor, daß seine Zusammensetzung unbeständig ist und daß im besten Falle nur 27% Wolfram in das blaue Produkt übergehen können.

Dieses wolframhaltige blaue Produkt ist im Wasser schwer, in verdünnter Mineralsäure und in Essigsäure mit schöner blauer Farbe löslich. Die Lösung wird durch Alkalien entfärbt.

	Zahl der untersuchten Proben:		
	I	II	III
Wolfram . . .	59,1%	53,90%	51,90%
(NH_4)	7,0 „	5,50 „	5,98 „
Gesamtschwefel	1,0 „	1,10 „	8,90 „
Zink	20,3 „	9,81 „	14,30 „

Diese Zahlen sind für weitere Folgerungen nicht geeignet. Nach mehrfachen Versuchen mit verschieden konzentrierten Lösungen gelang es schließlich, ein kristallinisches Produkt darzustellen, dessen Untersuchung noch nicht beendet ist.

VII. Nachweis von kleinen Mengen der Wolframsäure mit Zinkhydrosulfitlösung.

Wie die Molybdänsäure, so kann auch die Wolframsäure mit Schwefeldioxydlösung und Zink nachgewiesen werden. Ihre Reaktion ist noch intensiver als die der Molybdänsäure. Bringt man in 5 cm^3 1 : 20,000fach verdünnter Wolframsäure 2—3 cm^3 0,4prozentige Schwefeldioxydlösung, so wird nach Zusatz von einigen Zinkspänen und nach tüchtigem Durchschütteln die Lösung blau. Selbst in 1 : 25,000fach verdünnten Lösungen gelingt es

noch eine blaue Färbung hervorzurufen, wenn man das oben erwähnte Verhältnis einhält. Bei 1 : 30,000fach verdünnten Lösungen ist die Reaktion schon ziemlich unsicher.

Wir können konzentriertere Lösungen der Wolframsäure anwenden, ohne hierbei der Konzention der Schwefeldioxydlösung eine besondere Achtung zu schenken und müssen höchstens dafür Sorge tragen, daß nicht zu viel Zink verwendet wird.

Das blaue wolframhaltige Produkt oxydiert sich viel schneller zu farbloser Wolframsäure als das Molybdänblau. Wenn man 4—5 cm^3 nicht allzu dunkle Lösung auf ein Überglas gießt, so erfolgt schon in 3—4 Stunden Entfärbung.

Mit Thioschwefelsäure kann man aus der Lösung wolframsauere Salze, keine Reaktionsprodukte darstellen.

VIII. Das Uranohydrosulfit.

Wenn man eine Uranylsalzlösung mit Zinkhydrosulfitlösung vermengt, entstehen dem Verhältnisse der aufeinanderwirkenden Substanzen entsprechend Niederschläge von verschiedenen Schattierungen. Wenn auf die Menge des Uranylsalzes weniger Schwefeldioxyd kommt, so entstehen lichtere, grünlichweiße oder schmutziggelbe Niederschläge; ist die Menge des Schwefeldioxydes größer, so wird die Farbe des Niederschlages dunkler, manchmal sogar bräunlichgelb. Die verschieden gefärbten Niederschläge werden durch Stehen oder Waschen und Trocknen graugrün. Der im Augenblicke der Füllung lichtgrüne Niederschlag ist homogen, ziemlich konstant und kann daher leichter untersucht werden. Da der gelbe Niederschlag später auch grün wird, so ist es möglich, daß sich die beiden im Momente der Füllung nur im Wassergehalte unterscheiden.

Das beständige Produkt kann man in größerer Menge herstellen, wenn man 8 g kristallisiertes, in Wasser gelöstes Uranylsulfat (oder Uranylnitrat), mit einem halben Liter 25 g Schwefeldioxyd enthaltender Schwefeldioxydlösung vermengt, die man zuvor 5—6 Minuten lang mit 20 g Zinkspänen gut durchgeschüttelt hat. Um das Reduktionsprodukt in den günstigsten Verhältnissen zu erhalten, muß man auf eine Uranylgruppe zirka 20 Moleküle Schwefeldioxyd zugeben. Der graugrüne Nieder-

schlag wird sofort abfiltriert, mit ausgekochtem und abgekühltem Wasser solange gewaschen, bis im Waschwasser Spuren von Schwefelsäure kaum mehr nachweisbar sind. Der Trichter kann mit einem Uhrglas bedeckt werden, das an seiner gegen die Öffnung des Trichters zu gewendeten Seite mit Schwefeldioxyd getränktem Filtrierpapier überdeckt ist. Der mit Wasser ausgewaschene Niederschlag wird mit starkem Alkohol übergossen und in sauerstoffreiem Raume über konzentrierte Schwefelsäure bei gewöhnlicher Temperatur getrocknet.

Wenn der feuchte Niederschlag mit Luft in Berührung kommt, wird dessen Farbe schmutzigbraun.

Im Niederschlag ist kein Zink vorhanden. Unter dem Mikroskope, bei 1300facher Vergrößerung, sieht er kristallinisch aus und erinnert an hexagonale Täfelchen.

Dieser Niederschlag ist schwer zu trocknen. Ununterbrochen entweicht Schwefeldioxyd, so daß ein Trocknen bis zu konstantem Gewicht nicht möglich ist. In einem Falle wurde das Trocknen unterbrochen, als die Gewichtsabnahme zwischen den beiden letzten, innerhalb 4 Stunden vorgenommenen Wägungen nur 0,2 % betrug, um den Gehalt an Uran, Gesamtschwefel und Wasser zu bestimmen. Das Uran wurde als Urandioxyd, der Schwefel aber — nach vorsichtiger Oxydation mit Königswasser — als Baryumsulfat gewogen. Da beim Erhitzen des Produktes Schwefeldioxyd entweicht, wurde die Bestimmung des Wassers durch Glühen in einem mit Bleichromat gefüllten Verbrennungsrohr vorgenommen.

Die Analyse ergab

	I	II
Uran	59,37 %	59,35 %
Gesamtschwefel	14,09 %	13,96 %
Wasser	7,81 %	7,78 %

Nach der prozentischen Zusammensetzung schloß ich auf Uranohydrosulfit und diese Annahme fand ich bestätigt durch die Hydrosulfitreaktion. Vergleicht man nun den Mittelwert der zwei Analysen mit den berechneten Werten, so sieht man, daß der Prozentgehalt des Urans beinahe um so viel zunimmt, als sich der Prozentgehalt des Hydroschwefligsäurerestes und des

Wassergehaltes verringert, woraus folgt, daß die Verbindung während des Trocknens zum Teil zersetzt wird.

	Gefunden	Berechnet	Differenz
U	59,36 %	57,00 %	+ 2,36
S_2O_4	28,10 %	30,58 %	— 2,48
H_2O	7,80 %	8,60 %	— 0,80
O	4,74 %	3,82 %	—

Deshalb trocknete ich das folgende Präparat viel kürzer und begann schon dann die einzelnen Bestandteile zu bestimmen, als der Urangehalt — nach einer orientierenden Bestimmung — 57,17 % betrug.

Die Untersuchung dieses Präparates führte zu folgenden Ergebnissen:

	I	II	Mittelwert	Berechnet	Differenz
Uran	57,17 %	57,36 %	57,27 %	57,00 %	+ 0,27
Gesamtschwefel .	14,63 %	14,67 %	14,65 %	15,28 %	— 0,63
Wasser	9,07 %	9,14 %	9,11 %	8,60 %	— 0,51

Wird der Schwefel als Hydroschwefligsäurerest gerechnet und aus der Differenz auch der Prozentsatz des Sauerstoffes in Betracht gezogen, so ergeben sich für die Bestandteile folgende Werte:

	Gefunden	Berechnet	Differenz
U	56,27 %	56,00 %	+ 0,27
S_2O_4	29,28 %	30,58 %	— 1,30
H_2O	9,11 %	8,60 %	+ 0,51
O	4,34 %	3,82 %	+ 0,52

Die Verbindung ist also Uranohydrosulfit mit der Molekularformel: $UOS_2O_4, 2H_2O$.

Das Uranohydrosulfit ist selbst in heißem Wasser unlöslich; es löst sich auch nicht in Alkalien; in verdünnten Mineralsäuren löst es sich unter Entwicklung von Schwefeldioxyd auf; beim Kochen dieser Lösung scheidet sich Schwefel aus.

Eine frische, schwach sauere Lösung gibt mit Kaliumferrocyanidlösung einen gelben Niederschlag; in sauerer Lösung oxydiert sich das Urano-ion während des Stehens zu Uran-ion, so daß eine schon länger gestandene Lösung die Reaktionen des Uranyl-ions zeigt.

Es ist selbstverständlich, daß die Uranylverbindung zunächst zur Uranoverbindung reduziert wird, und nun durch Wechsel-

zersetzung oder durch direkte Verbindung des Urani-ions mit zwei Molekülen Schwefeldioxyd das Uranohydrosulfit entsteht.

Ob die Darstellung des Uranylhydrosulfites möglich ist, wird den Gegenstand eines späteren Studiums bilden.

IX. Zusammenfassung der durch Einwirkung der Hydrosulfite erfolgenden anorganischen Reaktionen.

Jene Wirkungen, die das Zinkhydrosulfit in Schwefeldioxydlösung oder andere in Wasser lösliche Hydrosulfite auf häufiger vorkommende salzartige Elektrolyte ausüben, können in folgende Typen gruppiert werden:

1. Es gibt Kationen, die sich weder in basischer noch in sauerer Lösung verändern. Solche sind die Ferro- und Manganokationen.

2. Manche Kationen, ja sogar Anionen scheiden sich in elementarem Zustande aus; dies kann man bei den Silber-, Gold- und Kupferverbindungen beobachten, ebenso bei der Tellurigen- und Selenigensäure.

3. Manche Kation fällt in Form seines Sulfides aus, wie man das beim Cadmium beobachtet.

4. Metallisches Element und Sulfid scheiden sich aus in ammoniakalischer Lösung aus Nickel- und Kobaltverbindungen, in sauerer Lösung aus den verschiedenen Quecksilberverbindungen. Bei Nickel- und Kobaltsalzlösungen findet man im Niederschlage auch Zinksulfid, wenn man die Reaktion mit Zinkhydrosulfitlösung durchgeführt hat. Bei den Kobaltsalzen begegnet man auch Luteokobaltprodukten.

5. Aus Antimonchlorid, Stannichlorid, Arsenigesäure und Arsensäurelösungen werden Oxyde und Sulfide, möglicherweise auch Oxysulfide gefällt. Bei Stannichlorid entsteht Stannisulfid in sehr geringer Menge. Wohl ist es möglich, daß sich nach Bruncks Erfahrungen aus der Arsenigensäure durch Natriumhydrosulfit auch ein braunes amorphes Arsen ausscheidet; bei der Fällung durch Zinkhydrosulfit ist dies nicht der Fall.

6. Das Ferri-Kation wird zum Ferro-ion reduziert und, wie schon Schönbein beschrieb, entsteht als Zwischenprodukt eine auffallend schöne blutrote Verbindung.

6. Aus Aluminium- und Chromiverbindungen werden Hydroxyde ausgeschieden.

8. Die Molybdänsäure und die Wolframsäure werden reduziert und es entstehen blaue Produkte.

Das Endprodukt der Reduktion der Chromsäure ist eine Chromiverbindung, es entsteht aber auch ein Zwischenprodukt, mit dessen Untersuchung ich mich später zu befassen gedenke.

9. Die Uranylverbindungen werden nicht nur reduziert, sondern bilden auch das Uranohydrosulfit.

Auch mit Bleisalzen entsteht etwas Hydrosulfit, wenn das das Zinkhydrosulfiit in Schwefeldioxydlösung angewendet wird. Ein großer Teil des Bleies wird alsdann in Sulfit verwandelt.

10. Die Platiniverbindungen verwandeln sich in Platinoverbindungen, und in ammoniakalischer Lösung entsteht auch eine Platinobasis, wenn man Zinkhydrosulfit darauf wirken läßt; erfolgt aber die Fällung durch andere Hydrosulfite, so scheidet sich metallisches Platin aus.

X. Zusammenfassung meiner eigenen Studien.

1. Ich stellte fest, daß sich manche Ionen bei Einwirkung von Zinkhydrosulfit in schwefeldioxydhaltiger Lösung anders verhalten als bei Einwirkung einer wässerigen Lösung von Natriumhydrosulfit.

2. Ich habe, wenn auch noch nicht ganz rein, das Molybdänblau durch Reduktion mit Zinkhydrosulfit dargestellt.

3. Ich erhielt ein blaues wolframsaures Produkt.

4. Ich stellte fest, welches die geringste Menge von Molybdänsäure beziehungsweise Wolframsäure ist, die man mit Hilfe des Zinkhydrosulfites noch nachweisen kann.

5. Ich erhielt das Uranohydrosulfit und stellte seine Zusammensetzung fest.

Im übrigen bin ich der Meinung, daß ich manche Aufgaben mehr angedeutet als endgültig gelöst habe.

Vorgetragen in der Sitzung der Königl. ungar. Akademie der Wissenschaften am 14. Juni 1909.

5.

INDIVIDUELLE ABWEICHUNGEN IN PHYSIOLOGISCHEN REAKTIONEN.

I. Mitteilung. Temperatur und geotropische Reaktionszeit.

Von ÁRPÁD VON PAÁL.

Als ich den Einfluß der Luftverdünnung auf den Verlauf der geotropischen Reaktionszeit untersuchte, beobachtete ich gelegentlich auch, daß die kleinste individuelle Reaktionszeit* sich in verdünnter Luft garnicht oder nur wenig verlängert, während die größte individuelle Reaktionszeit die mittlere Reaktionszeitverlängerung mehrfach überschreitet. Es ist also der Variationsspielraum der geotropischen Reaktionszeit unter vermindertem Luftdrucke größer als unter normalem, was ich bereits in meiner Abhandlung: „Analyse des geotropischen Reizvorganges mittels Luftverdünnung“** bemerkt habe. Diese Vergrößerung des Variationsspielraums ging Hand in Hand mit der Reaktionszeitverlängerung. Aber die Reaktion wird auch von anderen äußeren Faktoren (z. B. von der Temperatur) beschleunigt oder verlangsamt. Beeinflussen dieselben Faktoren die individuellen Abweichungen auch nicht in ähnlicher Weise? Weiter verallgemeinert könnte man erwarten, daß die individuellen Abweichungen bei den verschiedenen Vorgängen unter den Einflüssen sämtlicher äußeren Faktoren stehen, derart, daß die Abweichungen am kleinsten unter den günstigsten Lebensbedingungen werden. Ich denke dabei an die Abhängigkeit der individuellen Abweichungen in physiologi-

* Als kleinste bzw. größte individuelle Reaktionszeit bezeichne ich jene, während welcher die erste bzw. letzte, mit unbewaffnetem Auge wahrnehmbare Krümmung — natürlich in einem und demselben Experiment, unter gleichen Außenbedingungen — eintritt.

** Jahrb. wiss. Bot. Bd. L. 1911.

schen Prozessen mit Rücksicht auf ihren quantitativen Verlauf, was meines Wissens besonderen Untersuchungen bisher nicht unterzogen worden ist. Die individuellen Abweichungen in der Größe, Zahl und Form der Teile oder ganzer Individuen, sowie die Beeinflußbarkeit derselben müssen aber ihren Grund in den individuellen Abweichungen im Wachstum oder überhaupt in physiologischen Prozessen und in der Beeinflußbarkeit derselben haben. (Einerseits ist der Körper samt seinen Eigenschaften das Resultat von Funktionen, anderseits aber sind diese letzteren Funktionen des Körpers, also von diesem abhängig. Funktionen und Körper bedingen sich wechselseitig.)

(„Die Beziehungen" — schreibt De Vries* — „zwischen den Lebensmedien und der Variabilität sind zu erforschen. Gibt es von ersteren unabhängige Variationen oder gibt es solche nicht? Und falls ja, welche sind dann ihre Ursachen? Kommt den einzelnen Faktoren des Lebensmediums eine besondere Wirkung zu oder nicht? Besteht zwischen ihrer Größe und der Größe der Variation ein bestimmtes Verhältnis? Variieren alle Eigenschaften bei besserer Ernährung nach Plus, bei schlechterer nach Minus?" — Ich möchte noch hinzufügen, daß zuerst die Beziehungen zwischen den Lebensmedien und der Variabilität in den gestaltenden Prozessen und gesondert von diesen der Zusammenhang zwischen den gestaltenden Prozessen und der Gestalt (Größe, Zahl, Form mit inbegriffen) zu erforschen sind, weil eigentlich nicht die Gestalt, sondern die gestaltenden Prozesse von äußeren Umständen beeinflußt werden und weiters, weil die Gestalt kein brauchbares Maß für die gestaltenden Prozesse abgibt, da es keinesfalls feststeht, daß zwischen beiden eine einfache Proportionalität besteht oder bestehen muß.)

Hoffentlich wird später die Kenntnis der individuellen Abweichungen in den Funktionen manches Licht auf die Abweichungen in der Beschaffenheit werfen.

So schien mir der Zusammenhang zwischen äußeren Bedingungen und individuellen Abweichungen in den Funktionen einer eingehenderen experimentellen Untersuchung wert, wobei ich mich

---

* De Vries, Die Mutationstheorie, Bd. I, S. 113.

vorläufig auf das Studium der individuellen Abweichungen in der geotropischen Reaktionszeit (der Keimwurzeln von *Phaseolus vulgaris*) beschränkte. (Zwar betraf die vorher erwähnte gelegentliche Beobachtung den Einfluß der Luftdruckerniedrigung; doch untersuchte ich den Einfluß der Temperatur, da derselbe bei weitem wichtiger ist und auch in dem Experiment eine größere Genauigkeit zuläßt.)

Die Versuche haben die schon oben ausgesprochene Erwartung tatsächlich bestätigt. Die Beschreibung der Beobachtungen gebe ich hier in einer Reihenfolge, die das Zustandekommen des allgemeinen Resultates zum Ausdrucke bringt.*

* * *

(1) Keimung sowie Vorbereitung zum Versuche in einer Temperatur von 15—18° C. Länge der Wurzel 1,5—2 cm. Versuch A bei 22—23° C.; Zahl der Wurzeln 41; Versuch B bei 12—13° C.; Zahl der Wurzeln 43.

A		B	
In den	trat die Krümmung ein bei	In den	trat die Krümmung ein bei
VII—VIII	14,6	VIII—IX	2,3
IX—X	26,8	X—XI	4,6
XI—XII	24,4	XII—XIII	4,6
XIII—XIV	24,4	XIV—XV	4,6
XV—XVI	7,3	XVI—XVII	7,0
XVII—XVIII	2,4	XVIII—XIX	16,3
zehn Minuten	Prozenten	XX—XXI	16,3
nach dem		XXII—XXIII	16,3
Exponieren.		XXIV—XXV	9,3
		XXVI—XXVII	7,0
		XXVIII—XXIX	7,0
		XXX—XXXI	4,6
		zehn Minuten nach dem Exponieren	Prozenten.

* Die ausgekeimten Samen mit annähernd gleich langen Wurzeln wurden auf einer Korkscheibe aufgespießt. Darauf standen sie wenigstens vier Stunden lang vor dem Versuche in Ruhelage, um eventuelle Erregungen auslöschen zu können. Beim Versuche wurde die Korkscheibe senkrecht aufgestellt; dadurch kamen die Wurzeln sämtlich zu gleicher Zeit in die horizontale Lage, in welcher sie bis zum Ende des Versuches verblieben. Dabei befanden sich die Wurzel natürlich fortwährend in dampfgesättigtem Raume (unter einer Glocke usw.).

Hierzu Fig. 1.*

Versuchsdaten und Graphiken zeigen übereinstimmend, daß in einer niedrigeren Teperatur die individuellen Abweichungen bedeutend größer sind.**

Wir dürfen annehmen, daß dieselben Individuen, die bei einer niedrigeren Temperatur relativ langsamer reagieren, sich bei einer höheren Temperatur ebenso verhalten. Wäre nun die Reaktionszeitverlängerung für die schneller und langsamer reagierenden

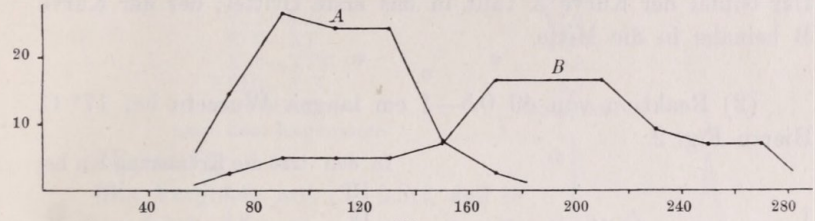


Fig. 1.

eine gleich große, so wären die Abweichungen nicht größer geworden (die Kurve wäre nur nach rechts verschoben, ohne aber ihre Form zu ändern). Das ist in diesem Versuche nicht der Fall. Ja noch mehr, die Reaktionszeitverlängerung bei den einzelnen Individuen ist auch relativ nicht gleich groß.

Die kleinste individuelle Reaktionszeit ist bei 12—13° C. 1,08mal (um 5 Minuten), die größte individuelle Reaktionszeit ist bei 12—13° C. 1,6mal (um 100 Minuten) länger als bei 22—23° C. Die Reaktion der auf Grund ihrer individuellen Verschiedenheiten auch sonst verschieden schnell reagierenden Individuen wird in verschiedenem Maße verzögert. Und zwar verlängert sich die Reaktion der langsamst reagierenden Individuen mehr als die der schnellst reagierenden. Daß aber die Reaktion jedes langsameren Individuums sich mehr als die jedes schnelleren verlängert, kann man durchaus nicht behaupten, da die Reaktionszeitverlängerung

* Man kann diese Figur und besonders die Kurve A unmittelbar nur mit den Figuren 4 und 2 II vergleichen, nicht aber mit den anderen, da sie auf Grund der in je 20 Minuten eingetretenen Krümmungen gezeichnet sind, ein Verfahren, das die großen Abweichungen notwendig gemacht haben.

** Ich bezeichne diesmals die Abweichungen einfach als größere oder kleinere, ohne die in der Variationsstatistik benutzte Größen zu berechnen.

für die mit verschiedener Geschwindigkeit reagierenden Individuen mit Ausnahme der genannten Extreme nicht einzeln zu ermitteln ist. Doch scheint es, daß die Reaktionen der schnelleren Individuen im allgemeinen sich mehr als die der langsameren verlängern, wofür auch ein Vergleich der beiden Kurven spricht.

Mit größter Frequenz erfolgen die Krümmungen
bei 22—23° C. in den 80—100. Minuten,
„ 12—12° „ „ „ 140—200. „
Der Gipfel der Kurve A fällt in das erste Drittel; der der Kurve B beinahe in die Mitte.

* * *

(2) Reaktion von 49 0,5—1 cm langen Wurzeln bei 17° C. Hierzu Fig. 2.

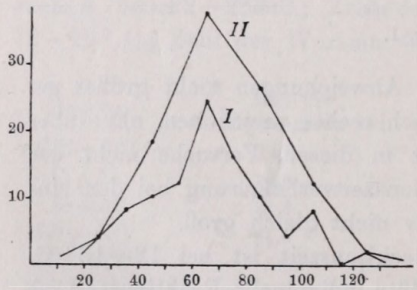


Fig. 2.

In den	trat die Krümmung ein bei	
III	4,1	4,1
IV	8,2	18,4
V	10,2	
VI	12,2	36,7
VII	24,5	
VIII	16,3	26,5
IX	10,2	
X	4,1	12,3
XI	8,2	
XII	0	2,0
XIII	2	
XIV	0	
zehn Minuten nach dem Exponieren	Prozenten (s. Kurve I)	Prozenten* (s. Kurve II)

* * *

Es ist wahrscheinlich, daß die Abweichungen in der Reaktionszeit von den Abweichungen im Wachstum verursacht werden.** Daraus kann man schließen, daß die äußeren Bedingungen,

* Die zweite Kolonne sowie Kurve II kann zum Vergleiche mit (1) und (4) dienen.

** Es ist allerdings sicher, daß die individuellen Abweichungen in der geotropischen Reaktionszeit in der Variabilität eines anderen Merkmals ihren Grund haben.

Die Verschiedenheiten in der Empfindlichkeit dürften in den Verschiedenheiten der Reaktion nur einen geringen Anteil haben.

welche die Wachstumsgeschwindigkeit beeinflussen, auch in der Reaktionszeit Abweichungen veranlassen.

Sind die individuellen Abweichungen bei 22—23° C. kleiner, als bei 12—13° C., so müssen dieselben in einer optimalen oder dem Optimum nahe liegenden Temperatur noch kleiner sein.

(3) Reaktion von 75 1—1,5 cm langen Wurzeln bei 30° C.

In den	trat die Krümmung ein bei
VI—VII	1,3
VIII—IX	4
X—XI	41,2
XII—XIII	21,3
XIV—XV	18,6
XVI—XVII	8,0
XVIII—XIX	5,3
fünf Minuten nach dem Exponieren	Prozenten.

Hierzu Fig. 3.

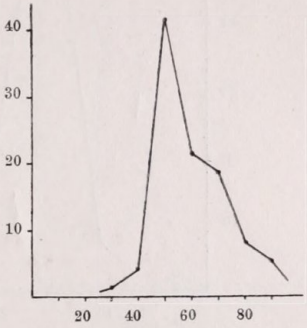


Fig. 3.

Ein Vergleich mit (2) lehrt, daß in einer ungefähr optimalen Temperatur die Abweichungen bedeutend kleiner sind als bei einer tieferen. Der Variationsspielraum im Versuche (3) beträgt nur ein Drittel von dem im Versuche (2 I).

Ähnliches lehrt auch folgender Versuch:

(4) Wurzellänge 2,5—3 cm. (Vor dem Versuch 15 Stunden lang bei 17—19° C).

A bei 32° C.; Zahl der Wurzeln 55,
B „ 15° „ „ „ „ 68.

A		B	
In den	trat die Krümmung ein bei	In den	trat die Krümmung ein bei
IV—V	7,3	IX—X	4,4
VI—VII	67,3	XI—XII	5,9
VIII—IX	20,0	XIII—XIV	13,2
X—XI	5,5	XV—XVI	26,5
zehn Minuten nach dem Exponieren	Prozenten	XVII—XVIII	29,4
		XIX—XX	13,4
		XXI—XXII	4,4
		XXIII—XXIV	2,9
		zehn Minuten nach dem Exponieren	Prozenten.

Hierzu Fig. 4.*

* * *

* Direkt vergleichbar mit Fig. 1 und 2 II.

Das Verhalten der einzelnen Wurzeln kann aber noch gleichförmiger sein als in den beiden letzten Fällen, wenn nämlich die Wurzeln sich schon vor dem Versuche eine Zeitlang in der optimalen Temperatur befanden, da bekanntlich die Wachstums- und Krümmungsgeschwindigkeit auch von den vorausgegangenen Außenbedingungen beeinflußt wird. Sind auch diese optimal, so müssen die Abweichungen noch mehr abnehmen.

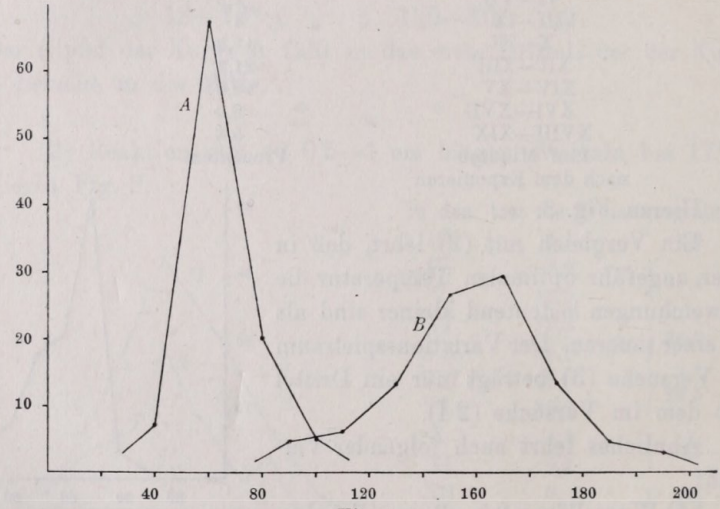


Fig. 4.

Daß diese Erwartung durchaus zutrifft, zeigt folgender Versuch:

(5) Vor dem Exponieren 5 Stunden lang bei 30° C. Länge der Wurzeln 1—1,5 cm. Reaktion:

A bei 30—31° C. Zahl der Wurzeln 53,
B „ 20—21° „ „ „ „ 45.

	A	B
In den	trat die Krümmung ein bei	
IV—V	11,3	0
VI—VII	67,9	6,7
VIII—IX	18,9	15,4
X—XI	1,9	26,7
XII—XIII	—	28,9
XIV—XV	—	11,1
XVI—XVII	—	6,7
XVIII—XIX	—	4,4
fünf Minuten nach dem Exponieren	Prozenten.	

Hierzu Fig. 5.

Im Versuche A sind die Abweichungen im Vergleiche mit den vorigen auffallend klein. (Vgl. 3 und 4A.) Weiter beträgt der Variationsspielraum

im Versuche 5B 70 Minuten,
„ „ 1A 120 „

Es ist auch die höchste Frequenz bedeutend höher, 22,9% in zehn Minuten, 26,7 + 28,9 = 55,6% in 20 Minuten; hingegen 26,8% in 20 Minuten in 1A.* Und durch Vergleich der Kolonnen 5A und 5B und der beiden Kurven in Fig. 5 (besonders der Lage ihrer Gipfel), finden wir wiederum, daß die Reaktion der verschieden schnell reagierenden Individuen durch die Temperaturerniedrigung in verschiedenem Maße verzögert wird.

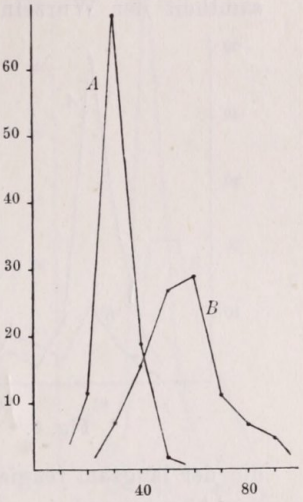


Fig. 5.

* * *

Folgende Versuche zeigen nun, daß die individuellen Abweichungen auch bei einer Temperatur über dem Optimum kleiner als bei optimaler sind.

(6) Reaktion

A bei 35° C. (43 Stück 1,5—2 cm lange Wurzeln)
B „ 43° „ (51 „ 1,5—2 „ „ „

Hierzu Fig. 6.

In den zehn Minuten nach dem Exponieren	A trat die Krümmung ein bei	B trat die Krümmung ein bei
III	7,0	1,7
IV	23,3	5,9
V	48,9	11,8
VI	9,3	3,9
VII	2,3	5,9
VIII	4,7	7,8
XI	2,3	2,0
X	2,3	0
XI	—	0
XII	—	0
	Prozenten.	

* Den Temperaturunterschied (2° C.) kann man bei dieser Betrachtung wohl vernachlässigen.

Die individuellen Abweichungen sind im Versuche A größer, als z. B. im Versuche B. Die Temperatur von 35° C. liegt über dem Optimum. Auch ist es auffallend, daß anfangs, in den 20.—40. Minuten, die einzelnen Krümmungen sehr rasch aufeinander folgen, wogegen später, also in den Reaktionszeiten der langsameren Individuen die Abweichungen bedeutend größer sind. Das zeigt auch die Kurve, die zwei Gipfel hat, als wäre die Gesamtheit der Wurzeln in zwei Gruppen, in die der schnell und

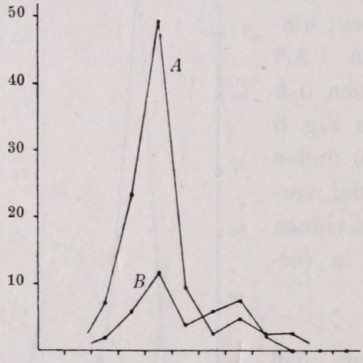


Fig. 6.

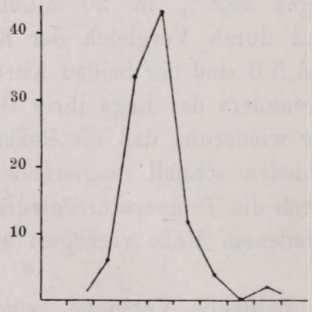


Fig. 7.

die der langsam reagierenden, geteilt, die anscheinend voneinander unabhängig und in verschiedenem Maße variieren; eine Beobachtung, die die schon gemachte Bemerkung am deutlichsten bestätigt, daß die individuellen Abweichungen der langsamer reagierenden Exemplare unter ungünstigen Bedingungen mehr vergrößert werden als die der schneller reagierenden.

Im Versuche B, bei 43° C. krümmten sich nur zwei Fünftel (39%) der Gesamtheit, und auch unter den sich krümmenden sind die Abweichungen ziemlich groß; die größte Frequenz in 10 Minuten ist 11,8%. Die Abweichungen sind bei 43° C. viel größer als bei 20—21° C., ja sogar als bei 12° C., obwohl die beiden erstgenannten Temperaturen vom Temperaturoptimum annähernd gleich weit entfernt liegen. Alles dies entspricht der allgemein, obschon nicht ohne Ausnahme gültigen Tatsache, daß das Optimum dem Maximum näher liegt als dem Minimum.

* * *

(7) Vier Stunden lang vor dem Exponieren bei 28° C. Reaktion bei 36° C. Zahl der Wurzeln 51; Länge derselben 0,5—1 cm. In den

III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	zehn Minuten nach dem Exponieren trat die Krümmung ein bei
5,9	33,3	43,1	11,8	3,9	0	2,0	Prozenten.

Hierzu Fig. 7.

* * *

Sämtliche Versuche deuten darauf hin, daß die individuellen Abweichungen, was ihre Abhängigkeit von der Temperatur betrifft, am kleinsten sind, wenn das Wachstum und damit die Krümmung am schnellsten vor sich geht. Aber das Wachstum, sowie die Krümmung hängen auch vom Entwicklungszustande ab. So müssen sich auch die individuellen Verschiedenheiten mit dem Entwicklungsgang verändern, sie müssen am meisten eingeschränkt sein, wenn die Wurzeln sich in der großen Periode des Wachstums befinden.

Folgende Versuche dienen nun zum Vergleiche des Verhaltens der kurzen und langen Keimwurzeln.

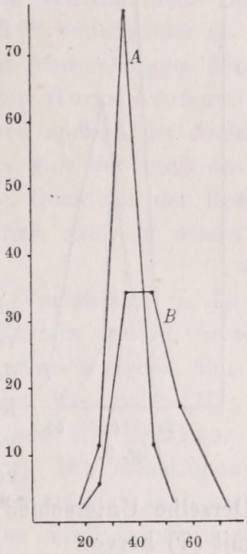


Fig. 8.

(8) Vor dem Exponieren vier Stunden lang bei 33° C. Reaktion bei 33° C.

A 52 Stück 1—1,5 cm lange Wurzeln,
B 35 „ 2,5—3 „ „ „

In den	A trat die Krümmung ein bei	B
III	11,5	5,7
IV	76,8	34,2
V	11,5	34,2
VI	—	17,1
VII	—	8,6
zehn Minuten nach dem Exponieren	Prozenten.	

Hierzu Fig. 8.

(9) Vor dem Exponieren vier Stunden lang bei 34—30° C. Reaktion bei 30° C.

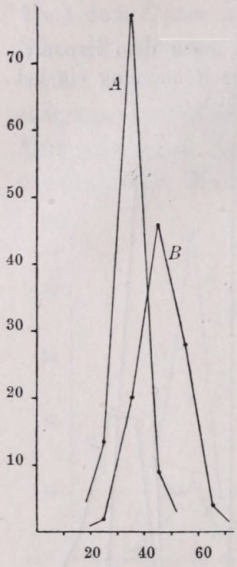


Fig. 9.

A 44 Stück 1—1,5 cm lange Wurzeln,
B 50 „ 3—3,5 „ „ „

	A	B
In den	trat die Krümmung ein bei	
III	13,6	2,0
IV	77.2	20,0
V	9,1	46,0
VI	—	28,0
VII	—	4,0
zehn Minuten nach dem Exponieren	Prozenten.	

Hierzu Fig. 9.

Beide A-Kurven sind beinahe doppelt so hoch und halb so breit als die beiden B-Kurven. In der Krümmung, in der Reaktionszeit der kurzen, also schneller wachsenden, schneller reagierenden Wurzeln sind die Abweichungen beträchtlich kleiner als in der Reaktionszeit der längeren, langsamer reagierenden. Derselbe Unterschied geht auch aus einem Vergleiche von (6)A mit (7) hervor.

Dabei verliefen aber diese Reaktionen in einer optimalen bzw. beinahe optimalen Temperatur und befanden sich die Wurzeln auch schon vor dem Exponieren in einer solchen. Daher war das Verhalten der Wurzeln bei weitem übereinstimmender als in jedem andern der angeführten Versuche. Die drei Faktoren, die das Wachstum und die Reaktion beschleunigen, die individuellen Abweichungen verkleinern, wirkten hier zusammen: es war nämlich die Temperatur ebenso vor, wie während des Versuches optimal, und die Wurzeln befanden sich in der großen Periode des Wachstums. Die größte individuelle Reaktionszeit erreicht nicht den doppelten Wert der kleinsten; in zehn Minuten trat die Krümmung ein bei 76,8 bzw. 77,2%.*

* Die Frequenz von 67,3% im Versuche (4) A liegt anscheinend diesen beiden Werten nahe, obwohl dort die Temperatur vor dem Exponieren keine

Und die zeitliche Verteilung ist symmetrisch bzw. beinahe symmetrisch.*

Es scheint mir, daß die Abweichungen durch eine Auswahl der günstigen Außenbedingungen nicht weiter einzuschränken sind. Diese Abweichungen, die sich auch in solchen Fällen zeigen, rühren (vielleicht allein) davon her, daß die Wurzeln auch in ihrer Ausbildung, Stärke, individuellen Kraft** voneinander abweichen. Es scheint, als wären diese letzten Abweichungen der Reaktion, jenen in der individuellen Kraft der Wurzeln entsprechend, wofür auch die Symmetrie der Kurven spricht, ist doch die individuelle Kraft der Wurzeln ihrerseits von der individuellen Ausbildung, Stärke der Samen (Größe, Quantität der Reservestoffe usw.) abhängig, was wahrscheinlich auch in diesen Fällen eine symmetrische Verteilung zeigt.

Ich neige der Ansicht zu, daß die drei Variationen in der individnellen Kraft der Samen, in der der Wurzeln und in ihrer Reaktionen miteinander in einer direkten Korrelation stehen, ähnlich wie die Variationen vieler morphologischer Merkmale. (Man kann ja auch die Wachstumsgeschwindigkeit oder die Reaktionszeit als eine Art von Merkmalen betrachten.) Die Reaktionen (und zwar nicht bloß die geotropische, sondern möglich auch andere) entsprechen aber genau der individuellen Kraft jedoch nur unter den günstigsten äußeren und inneren Bedingungen, nämlich dann, wenn die Reaktionen mit voller Geschwindigkeit, mit voller Kraft, welche eben durch die individuelle Ausbildung ermöglicht wird, verlaufen können. Sobald die Bedingungen nicht am günstigsten sind, beeinträchtigen sie die Reaktionen der verschieden starken Individuen in verschiedenem Grade: daher die großen Abweichungen und die Asymmetrie derselben unter „normalen" Bedingungen, die ja nur in seltenen Fällen optimal (und zwar in jeder Hinsicht optimal) sind.

* * *

optimale war. Dieser 67 Prozentsatz bezieht sich aber auf die in 20 Minuten eingetretenen Krümmungen; auf 10 Minuten fällt dort eine höchste Frequenz von 45,5 % und nur dies ist mit (8) und (9) zu vergleichen.

* Wenigstens bei der Variationseinheit von 10 Minuten.

** Individuelle Kraft (De Vries): die im Samen gegebene Summe von Leistungs- und Widerstandsfähigkeit.

Man sollte alle die Reaktionen, die von irgendeiner äußeren Bedingung beeinflußt werden und in denen die Abweichungen nicht schon ohnehin verschwindend klein (oder wenigstens nicht störend groß) sind, nur unter günstigsten Bedingungen untersuchen (insofern es die sonstigen Verhältnisse des Versuches erlauben) um dadurch bei möglichster Einschränkung der Abweichungen gut vergleichbare Resultate zu erhalten. Wenn man den Versuch nicht unter den optimalen Bedingungen auszuführen in der Lage ist (was öfters vorkommen kann) oder sind die Abweichungen auch unter möglichst optimalen Bedingungen nicht derart gering, um sie vernachlässigen zu können (was z. B. in der geotropischen Reaktion der Keimwurzeln der Fall ist), so ist man gezwungen, die individuellen Abweichungen, das Verhalten der einzelnen Exemplare (oder kleiner Gruppen) in Betracht zu ziehen; man muß dann entweder die Reaktionszeit als Mittelwert aus den individuellen Reaktionszeiten berechnen, oder (wenn keine größere Genauigkeit erforderlich ist) jene Zeit als Reaktionszeit angeben, die vom Anfange der Reizung bis zu der Hälfte jenes (z. B. zehn Minuten langen) Beobachtungszeitraumes verläuft, in welcher die Krümmungen mit größter Frequenz eintreten. Dies bezieht sich übrigens auch auf andere quantitative Bestimmungen.

* * *

Durch die angeführten Versuche werden die folgenden Sätze bestätigt:

Die individuellen Abweichungen in der geotropischen Reaktionszeit werden von der Temperatur beeinflußt; sie sind am kleinsten, wenn die Temperatur optimal ist.

Die individuellen Abweichungen in der geotropischen Reaktionszeit hängen auch von der Wachstumsgeschwindigkeit ab; sie sind am kleinsten, wenn das Wachstum am schnellsten vor sich geht.*

* Von allen Umständen, die irgendeine Reaktion beeinflussen, werden wahrscheinlich zugleich auch die individuellen Abweichungen beeinflußt, die sich in der betreffenden Reaktion kundgeben.

Oder zusammenfassend ausgedrückt: Das Optimum der Reaktion ist zugleich Minimum der individuellen Abweichungen.

Dieser Zusammenhang zwischen individuellen Abweichungen in einer Funktion und inneren sowie äußeren Bedingungen ist zwar nur in einem Falle experimentell erwiesen, doch ist seine Gültigkeit aller Wahrscheinlichkeit nach eine weit größere. Es fehlt in der Literatur nicht an Angaben, die diese Verallgemeinerung unterstützen. Ein ähnlicher Zusammenhang ist aus den Untersuchungen von KORIBA zu entnehmen, obwohl er nicht das Wachstum, also die Funktion selbst, sondern das Resultat derselben, die schließlich erreichte Ausbildung ins Auge faßte.*

Auch einige Versuche von JUST über die Keimung von Granineen zeigten Ähnliches.** Und SACHS bemerkt gelegentlich folgendes***: „Der Einfluß der günstigen Temperaturen macht sich nicht nur durch die große Geschwindigkeit geltend, womit die Wurzeln austreten und sich verlängern, sondern noch mehr durch die Gleichförmigkeit der Keimung bei verschiedenen Samen gleicher Art." Nach SCHROEDER† ist die Variabilität in der Wachstumsgeschwindigkeit von Gramineenkeimpflanzen im Lichte größer als im Dunkeln. Somit sind die Abweichungen in der Wachstumsgeschwindigkeit auch in diesem Falle unter den schneller wachsenden Pflanzen, unter den das Wachstum beschleunigenden Bedingungen kleiner. — Endlich gehört hierher meine anfangs erwähnte Beobachtung über den Einfluß der Luftverdünnung.

Kleinste individuelle Abweichungen sind unter günstigsten Bedingungen. Das gilt wahrscheinlich noch für eine ganze Reihe

---

* K. KORIBA, Über die individuelle Verschiedenheit in der Entwickelung einiger fortwachsenden Pflanzen mit besonderer Rücksicht auf die Außenbedingungen. Journ. Coll. Sc. Univ. Tokyo. Vol. XXVII. Art. 3. 1909.

** L. JUST, Über die Einwirkung höherer Temperaturen auf die Erhaltung der Keimfähigkeit der Samen. Cohns Beiträge z. Biol. d. Pflanz. II. 1877.

*** J. SACHS, Über die Abhängigkeit der Keimung von Temperatur. 1860. Ges. Abh. Bd. I, S. 64.

† H. SCHROEDER, Über den Einfluß von Außenfaktoren auf die Koleoptillänge bei Oryza und einigen anderen Gramineen. Ber. D. Bot. Ges. XXVIII. 1910, S. 48.

verschiedener Funktionen hinsichtlich vieler, vielleicht aller Bedingungen.

Sobald eine Bedingung nicht optimal ist — ob sie das Optimum überschreitet oder nicht erreicht — kann sie als nachteilig aufgefaßt werden, und nachteiligen Einflüssen können die Individuen desto weniger widerstehen, je schwächer sie sind, während unter günstigen Bedingungen sämtliche Exemplare ihre volle Kraft entfalten. (Allerdings können Fälle, sogar oft, vorkommen, in denen sekundäre Faktoren diesen Zusammenhang ändern, obwohl er prinzipiell noch besteht). Und da die morphologisch-quantitativen Eigenschaften (Größe, Zahl usw.) Resultate von Funktionen (in erster Reihe vom Wachstum) sind, so sind wahrscheinlich auch die individuellen Abweichungen in der Größe, Zahl usw. unter jenen Individuen am kleinsten, die unter günstigsten Bedingungen aufgewachsen und Nachkommen von solchen sind.

Die Untersuchungen habe ich im pflanzenphysiologischen Institut der Universität in Budapest ausgeführt. Es sei mir gestattet, dem Vorstand des genannten Institutes, Herrn Prof. Dr. S. MÁGOCSY-DIETZ, für die Liebenswürdigkeit, womit er mir im Institut einen Arbeitsplatz überließ, meinen ehrerbietigsten Dank auszusprechen.

Budapest, im Februar 1913.

[Vorgelegt der Ungar. Akademie der Wissenschaften am 17. Februar 1913.]

6.

EIN NEUES MOOS AUS DER PLEISTOZÄNPERIODE VON KECSKEMÉT (UNGARN).

(HYPNUM HOLLÓSIANUM.)

Von Dr. KARL SCHILBERSZKY.

Mit fünf Tafeln.

Gewisse obwaltende Umstände bewirken auf die in Torfmooren vorkommenden Gewächse solche eigenartige Modifikationen, d. i. partielle chemische Zersetzungen, wodurch jenes eigentümliche Produkt zustande kommt, welches gemischt mit Bodensubstanzen den Torf darstellt. In der ersten Phase der Torfbildung sind die darin erhaltenen Pflanzenteile in konstitutionaler Beziehung genügend klar zu erkennen, d. h. anatomisch gut untersuchbar; in der weiteren Fortschreitung dieses Prozesses aber ist der Torf schon mehr oder weniger homogen und erscheint mit unbewaffnetem Auge als eine konstruktionslose Substanz. Trotzdem verwesen die Pflanzenreste des in das Reifestadium getretenen Torfes nicht bedeutend — spalten sich nicht in Kohlenstoff, Wasser und Ammoniak —, sondern bleiben infolge der Anwesenheit von Humussäuren in ihrer Form und in ihrem Gewichte fast unverändert und verwandeln sich in braungefärbten Torf.

Die Mehrzahl der Torfe ist ein Gebilde der Jetztzeit, d. i. des Alluviums. Gewisse Funde jedoch von Tierresten (z. B. *Bos primigenius, Elephas primigenius*) bezeugen ein relativ höheres Alter, insofern diese Torfbildungen bis in das Pleistozän (Diluvium) zurückgreifen.

Die Torfsubstanz — als Produkt einer charakteristischen Pflanzenformation — erregt nicht bloß in botanischer Beziehung ein Interesse in wissenschaftlichen Kreisen, sondern verdient auch wegen der mehrfachen technischen Bedeutung besondere Beach-

tung. Es ist bekannt, daß der Torf außer als Brennmaterial (Torfkohle) auch zur Papierfabrikation dient (hauptsächlich der aus Torfmoos gebildete), ferner als Desinfektionsmittel (Torfkloset, Stallstreu) verwendet wird; außerdem wird durch trockene Destillation aus dem Torf Leuchtgas, Paraffin, Photogen usw. gewonnen. Diese Fabrikationen einzeln beschäftigen größere industrielle Unternehmungen und größere Betriebe, welche insgesamt die Faktoren einer einträglichen Torfindustrie der Gegenwart sind.

Abb. 1. Beblätterter Stengelteil aus der Torfschicht von Kecskemét (*Hypnum Hollósianum* (Schilb.). Vergröß. 10 : 1.

In Anbetracht dieser wichtigen volkswirtschaftlichen Bedeutung wurden auch in Ungarn wissenschaftliche Untersuchungen des Torfes ausgeführt. Als Bahnbrecher ist Alois Pokorny* zu erwähnen; später bildete die königl. ungarische Naturwissenschaftliche Gesellschaft mit Unterstützung des ehemaligen Ackerbauministers Grafen Andreas von Bethlen im Jahre 1892 ein Komitee, welchem die Aufgabe oblag, die heimischen Torfe aufzusuchen und dieselben in wissenschaftlicher sowie auch in technischer Beziehung zu untersuchen.**

Außer den für die Torfmoore charakteristischen, sehr wenigen Blütenpflanzen, spielen gewisse Moosarten die Hauptrolle, zumal diese hier außergewöhnlich massenhaft, ja sogar dominierend auftreten. Von Gattungen sind hauptsächlich *Sphagnum*, *Hypnum*, *Polytrichum* zu nennen; die Artenzahl ist mit Ausnahme der Gattungen *Hypnum* und *Sphagnum* eine sehr beschränkte. In den

* Magyarország tözegképletei (Torfbildungen Ungarns); Mathem. és Természettud. Közlemények, II. Bd., S. 78 (mit einer Karte).

** A kir. magy. Természettudományi Társulat tözegkutató bizottságának müködése 1892-ben (1 térképpel); földmivelésügyi ministeri jelentés, 1893 (Referat des Torfkomitees der kgl. ungar. Naturwiss. Gesellschaft [mit 1 Karte] 1893).

Tief- oder Wiesenmooren dominiert die Gattung *Hypnum*, in den Hochmooren dagegen das *Sphagnum*, zu welchem letzteren das *Polytrichum* sich gesellt. In den Wiesenmooren sind im allgemeinen *Hypnum cuspidatum* und *H. scorpioides* häufig zu finden.

Durch geeignetes Untersuchungsmaterial in die Lage versetzt, die Moorreste einer älteren Torfschicht näher untersuchen zu können, bot sich mir unter anderen Gelegenheit, auch die geologische Zeitperiode einer ungarischen Torfgegend bestimmen zu können.

Die Stadt Kecskemét gab im Jahre 1896 (ungarisch) ein Werk aus: „Die Vergangenheit und die Gegenwart von Kecskemét"; einen Abschnitt dieses Werkes schrieb Prof. Dr. LADISLAUS HOLLÓS, betitelt: „Brunnen, geologische Verhältnisse, Vegetation".* — Hier erwähnt der Verfasser die während des Bohrens eines artesischen Brunnens bis 203 m Tiefe ans Tageslicht gebrachten organischen Reste, sowie auch die unorganischen Substanzen. In einer Tiefe von 35 m fand man eine Torfschicht, wo Prof. HOLLÓS folgende Pflanzenreste konstatierte: *Chara foetida* A. BRAUN (Früchte), *Carex distans* L. (Samen), *Potamogeton* (Samen), *Chenopodium rubrum* L. (Samen), *Ranunculus trichophyllus* CHAIX (Samen), *Compositae*(?) und ein *Moos*, welches die Hauptmasse der Torfschicht bildete.** Prof. HOLLÓS gibt eine Beschreibung dieses Mooses, die spezifische Determination desselben mußte er aber unterlassen. Diesbezüglich erwähnt er nur, daß das Blattgewebe im allgemeinen jenes der *Hypnaceae* zeigt. Das fragliche Moos, bzw. die betreffende Torfschicht gehört in das Alter des Pleistozän, wie dasselbe auch Prof. Dr. EMERICH VON LÖRENTHEY*** auf Grund der enthaltenen Molluskenreste erwähnt hat.

* * *

Von diesem Moos stellte mir Prof. HOLLÓS genügendes Material bereitwilligst zur Verfügung, damit ich Gelegenheit habe,

* Dr. L. HOLLÓS: Kutak, geológiai viszonyok, növényzet (Különlenyomat „Kecskemét multja és jelene" cimü munkából. 1896, S. 25).

** Dr. L. HOLLÓS: Kecskemét altalaja (Különlenyomat a „Földtani Közlöny" XXV. 1895. évi kötetéből, S. 339).

*** HALAVÁTS GYULA: Az Alföld Duna-Tisza közötti részének földtani viszonyai (M. Kir. Földtani Intézet évkönyve; XI. köt. 101. old.). — (Die geologischen Verhältnisse der Zwischenfläche von Donau und Theiß; Jahrb. der kgl. ungar. Geolog. Anstalt, XI. Bd., S. 101).

durch die feinere Struktur die vergleichende Untersuchung vornehmen zu können und hierdurch das Moos zu bestimmen. Schon im Jahre 1896 gab ich gegenüber Prof. HOLLÓS meiner Meinung Ausdruck, daß dieses Moos auf Grund der anatomischen Blattstruktur zu keinem der rezenten *Hypnum*-Arten gehört. Ein Blick auf das Moos des Torflagers von Kecskemét zeigte mir sofort, daß dasselbe offenbar (Sporogonien sind unbekannt) in jene Sektion gehört, in welcher die Blätter ziemlich stumpf oder kaum zugespitzt sind, die Blattlage ferner dachziegelig oder aufrecht abstehend am Stengel ist, nicht aber halbseitswendig; solche sind z. B. *Hypnum (Acrocladium) cuspidatum, H. (Hylocomium) Schreberi.* Die mikroskopische Untersuchung ließ mich nicht im Zweifel, daß mir eine zu *Acrocladium cuspidatum* ähnliche Form vorliegt. Das Moos ist — wenigstens nach den gefundenen Resten zu urteilen — ganz steril; Sporogonien konnte weder Prof. HOLLÓS, noch ich finden.*

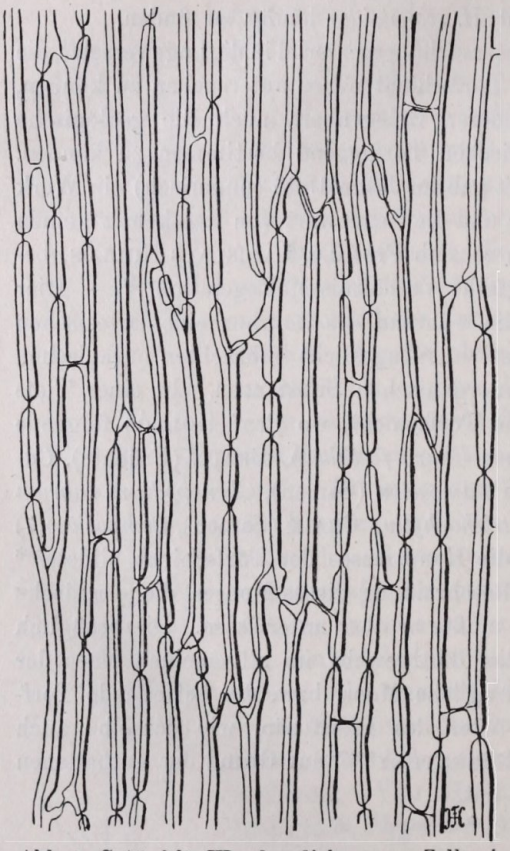


Abb. 2. Getüpfelte Wandverdickung von Zellen in der Blattbasis von *Hypnum Hollósianum* SCHILB. Vergrößerung 760 : 1.

* *Gymnostomum ferrugineum* LUDW. ist bisher das einzig bekannte fossile Moos, von welchem auch das Sporogonium gefunden worden ist.

Während meiner Untersuchungen habe ich das Moos mit den rezenten und den bekannten fossilen Arten eingehend verglichen und fand es von sämtlichen ähnlichen als abweichend. Da ich mich von der morphologischen Selbständigkeit überzeugt hatte, benenne ich es aus Würdigung der erworbenen Verdienste um die Auffindung desselben als *Hypnum Hollósianum*. Als interessanten Zufall muß ich hier erwähnen, daß das ähnlich befundene, respektive letzterem am nächsten stehende *Hypnum Taramellianum* Farneti bis jetzt ebenfalls einzig nur bei Pavia (in der Nähe des Ufers vom Ticinofluß), und zwar ebenfalls aus einer Torfschicht gefunden worden ist, ähnlicherweise wie das *H. Hollósianum* derzeitig allein aus Kecskemét bekannt ist.

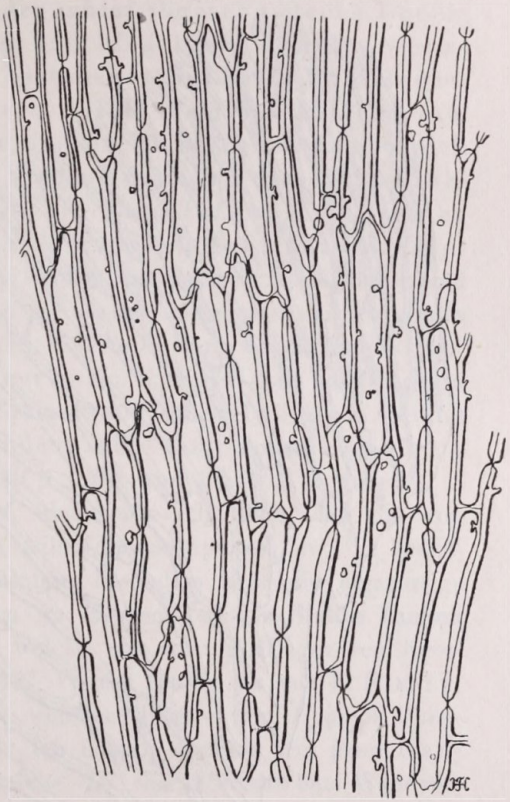


Abb. 3. Getüpfelte und zapfenförmige Wandverdickung von Zellen in der Blattbasis von *Hypnum Taramellianum* Farn. Vergr. 760 : 1.

Rodolfo Farneti sandte mir auf Ansuchen Blätter von *Hypnum Taramellianum*, auf Grund welcher ich mich genügenderweise orientieren konnte und gleichzeitig zum Zwecke einiger hier beigefügten Reproduktionen auch mikrophotographische Originalaufnahmen verfertigte. Außerdem erhielt ich von R. Farneti die Beschreibung*

* Ricerche di biologia paleontologica nelle torbe del sottosuolo pavese appartenenti al periodo glaciale. — Estratto dagli atti del r. instituto botanico dell' università di Pavia.

über dieses fossile Moos, welches er zu Ehren des berühmten Geologen T. TARAMELLI, *Hypnum Taramellianum* benannte; genannter Geolog beleuchtete besonders in stratigraphischer Hinsicht die betreffende Schicht, indem er dieselbe auf das Diluvium bezog.

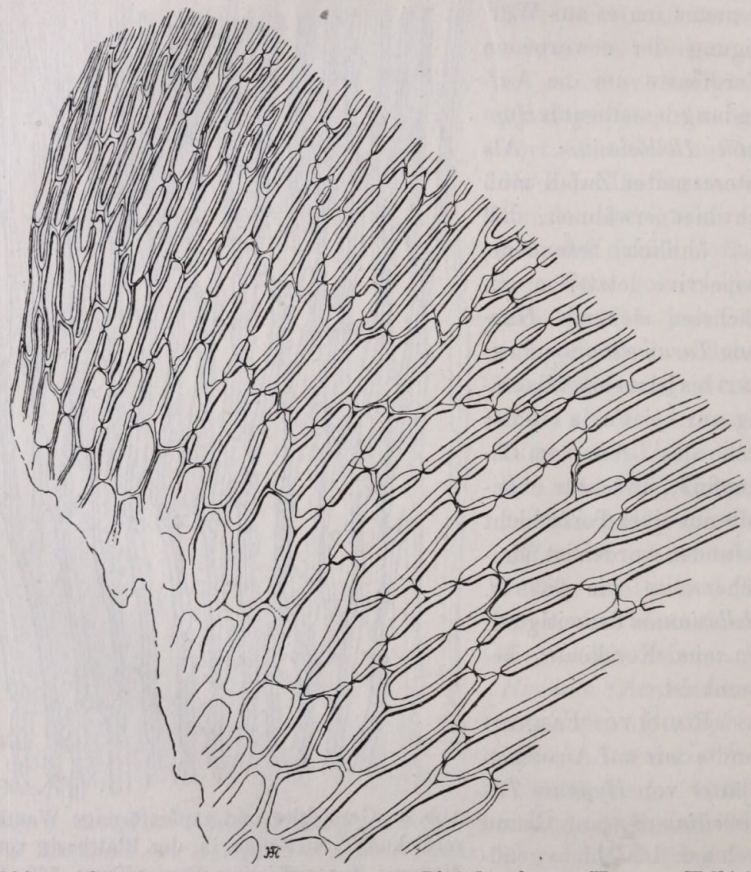


Abb. 4. Gewebepartie aus dem unteren Blattflügel von *Hypnum Hollósianum* SCHILB. Vergröß. 760 : 1.

„*Hypnum Taramellianum* FARNETI hat eiförmige, fein zugespitzte Blätter, im Durchschnitt 1,5 mm lang und 1 mm breit, aderlos, ausgehöhlt, mit 3—4 Längsfalten, sonst glatt und ganzrandig; alle Zellen des Blattes sind getüpfelt und besitzen stark verdickte Wände. Die Ver-

dickung der Zellwände steigt kontinuierlich von der Blattspitze bis zur Basis hin. Die Zellen der Blattspitze sind wurmförmig, stumpf, 25—40 μ lang und 3 μ breit. Die Zellwände der Mittelzone der Spreite erscheinen geradlinig, mit stumpf oder schief abgeschnittenen Enden; letztere sind 66 μ lang und 6,5 μ breit. Der aus wurmförmig dünnen Zellen bestehende Gewebeteil verlängert sich an den Blatträndern, bis zu dem basalen Teil hin; die Wände der geraden und breiteren Zellen ändern sich stufenweise gegen die Blattmitte zu, wo diese Konstruktion sich am besten offenbart. Laut Taf. IV, Fig. 1 ist eine Querreihe der langen und geraden Zellen sichtbar, unter welchen ein zwei Etagen bildender, äußerst verdickter und braunwandiger Gewebeteil folgt; von diesem sind die oberen Zellen groß-lumiger, jene in der zweiten Reihe hingegen von unregelmäßiger Form. Unter diesen folgen dann lange und breite Zellen mit dünneren Zellwänden, welche wahrscheinlich zur Rindenpartie des Stengels gehören, diese Zellen sind 20—29 μ lang und 6,5—6,6 μ breit."

Nach dieser Diagnose überzeugte ich mich, daß die von R. FARNETI beschriebene fossile *Hypnum*-Spezies bzw. die betreffenden Konstruktionsverhältnisse, besonders aber die eigenartige Wandverdickung der Zellen im basalen Teil des Blattes ähnlich zu jenen Blattzellen sind, welche aus dem Torflager von Kecskemét zu mir gelangten. Auf Wunsch erhielt ich von R. FARNETI mikroskopische Objekte, in welchem Blätter von *Hypnum Taramellianum* enthalten waren. Ich hatte besonders von jener Blattpartie dieses Hypnums, welche die charakteristischen Wandverdickungen zeigt, mehrere mikrophotographische Aufnahmen gemacht*, um hierdurch ein authentischess Bild zu erhalten.

Die Verschiedenheit der Blattstruktur zwischen *H. Hollósianum* und *H. Taramellianum* ist sofort erkennbar; zu diesem Zwecke lasse ich die parallel gestellten beiden Diagnosen hier folgen.

---

* Unerwähnt kann ich es nicht lassen, daß Herr Prof. ALOIS SCHULLER mir zu dieser Arbeit seine Apparate gütigst zur Verfügung stellte und bei den mikrophotographischen Aufnahmen mir bereitwilligst Hilfe leistete, wofür ich ihm auch an dieser Stelle verbindlichsten Dank zolle.

Hypnum Taramellianum.

Blattform. „Eiförmig, fein zugespitzt, ausgehöhlt, mit 3—4 Längsfalten, sonst glatt und ganzrandig, die Spitze des Blattes nähert sich zu *Hypnum purum*."

Blattgröße. Im „Durchschnitt 1,55 mm lang und 1 mm breit."

Blattnervatur. „Aderlos, durch den Mangel des Blattnerves nähert es sich zu *Hypnum cuspidatum* und *H. Schreberi*."

Blattgewebe. „Die Zellen der Blattspitze sind wurmförmig, stumpf, 25—40 μ lang und 3 μ breit; in der Mittelzone liegen die Zellwände in gerader Linie, mit stumpfen oder schief abgeschnittenen Enden, diese letzteren sind 66 μ lang und 6,5 μ breit; das wurmförmige und dünnwandige Gewebe verlängert sich am Rande bis zur Blattbasis hin und sich in das gerad- und breitzellige Gewebe verändernd, folgt stufenweise gegen die Mittelzone, wo diese Konstruktion am besten sich zeigt; sämtliche Wände der Zellen sind porös und stark verdickt, diese Verdickungsart folgt stufenweise zunehmend von der Blattspitze bis zum basalen Teil hin."

„In der Blattbasis ist eine Querreihe von geradlinigen Zellen zu beobachten, welche lebhaft gruppiert sind. Die Wände der nächstfolgenden kurz- und braunzelligen zwei Reihen sind äußerst dickwandig; in der ersten Reihe sind die Zellen gekrümmt und breit, jene in der zweiten Reihe aber unregelmäßig und breit; nach diesen folgen dünn-wandigere lange und breite Zellen, welche

Hypnum Hollósianum.

Blattform. Breit-eiförmig, mit abgerundet stumpflicher und kurzer Spitze, löffelförmig hohl, ohne Längsfalten, glatt und ganzrandig, die Blattspitze erinnert an *Hypnum cuspidatum*, ist aber stumpfer.

Blattgröße. Länge 3—3,2 mm, Breite aber 1,4—1,6 mm.

Blattnervatur. Blattnerv fehlt gänzlich.

Blattgewebe. Die Zellen der Blattspitze sind schmal-linealförmig, wurmförmig, gerade oder wenig geschlängelt, im oberen Spreitenteil 66—80 μ lang und 4—6 μ breit; die Zellen der Mittelzone sind nicht lockerer, die Zellenden sind je nach den schiefen oder rektangulären Querwänden spitzig oder stumpf, die Zellen der Mittelzone sind hier 80—90 μ lang und 3—4 μ breit; die engsten Zellen sind an den Blatträndern, welche gegen die Mitte zu stufenweise sich verbreitern; die Zellen sind besonders im untern Spreitenteil — immer mehr zunehmend — auffallend stark verdickt und im basalen Teil mehr porös, obzwar die Poren entfernt stehen und meist an den Zellenden zu finden sind.

In der Blattbasis sind verhältnismäßig kürzere, jedoch breitere Zellen gruppiert, welche ihre geradlinige Anordnung besonders in den seitlichen Gewebepartien mehr oder weniger verlieren; die Zellwandverdickung nimmt von der Mittellinie gegen die Ränder zu sukzessive ab, um endlich ganz dünnwandig zu werden; die Zellen sind im basalen Mittelteil ziegelförmig proportioniert,

gerade sind oder mit jenen der ersten Reihe in entgegengesetzter Richtung gekrümmt sind. Die erste Reihe der Zellen in der unteren Blattspreite sind 20—29 μ lang und 5,5—6,6 μ breit."*

mit rektangulären oder schwach schief gestellten kürzeren Wänden. Diese Zellen gehen allmählich in das Rindengewebe des Stengels über. Die voluminösen Zellen in der Mitte des basalen Spreitenteiles messen 38—67 μ lang und 9—11 μ breit; jene aber im äußersten Blattrand 30—48 μ lang und 1,2—2 μ breit.

* * *

Im folgenden gebe ich eine nähere Beschreibung von *Hypnum Hollósianum*, woraus sichtbar wird, daß dieses Moos sowohl in der Blattform, in den Größenverhältnissen wie auch in der Beschaffenheit der Zellwände vollkommen abweichend von dem damit in bezug gebrachten *H. Taramelliannm* ist.

Diagnose: Blätter mäßig gedrängt, fast dachziegelig, derb und fest, bruchig-spröd, mit der oberen Hälfte kappenförmig schwach einwärts gekrümmt, trocken, ziemlich aneinander liegend, breit-eiförmig, löffelartig hohl, mit abgerundet-stumpflicher und kurzer Spitze, welche bei älteren Blättern meistens unregelmäßig tief gespalten bzw. eingerissen ist, 3—3,2 mm lang und 1,4—1,6 mm breit, glatt, ganzrandig, schwach längsfaltig, an den basalen Blattecken etwas ausgehöhlt. Rippe fehlt ganz. Blattzellen bis gegen die Basis eng-linearisch, wurmförmig gerade oder etwas geschlängelt, stark gebräunt, besonders in der unteren Blatthälfte auffallend stark verdickt und gegen den Blattgrund mehr getüpfelt (Tüpfel entfernt, besonders in der Nähe der Zellecken), im oberen Teil 66—80 μ lang und 4—6 μ breit, im mittleren Blatteil etwas lockerer, im basalen aber bedeutend kürzer und weiter (38—67 μ lang und 9—11 μ breit), Zellenden je nach den schiefen oder rektangulären Querscheidewänden spitz oder stumpf; in der basalen Laminahälfte findet man eine unregel-

* Die zitierte Beschreibung von Farneti muß ich durch eine charakteristische Eigenschaft ergänzen, welche er unerwähnt läßt, trotzdem daß diese einen ausgezeichneten diagnostischen Wert hat; d. i. nämlich die (an *Marchantia polymorpha* erinnernde) zapfenförmige Verdickung der Zellwand — außer den erwähnten Tüpfeln —, welche an *Hypnum Hollósianum* vollständig fehlt.

mäßige Gruppe von 3—5 Stockwerken erweiterter, unregelmäßig abgerundeter, rektangulärer Zellen.

Die Blattform von *H. Hollósianum* ähnelt also zu jener von *H. Schreberi*, diese letztere ist aber bedeutend kleiner und nicht so breit; die Blattform von *H. cuspidatum* jedoch ist viel mehr verlängert und schmäler. Auf der Blattspitze finden wir nicht die für *H. Schreberi* so charakteristische feine Krenulation; die Blattspitze von *H. cuspidatum* ist dagegen nicht abgerundet, sondern endet in einem kurzen Spitzchen. Weder das Blatt von *H. Schreberi* noch jenes von *H. cuspidatum* ist völlig aderlos; durch den Mangel des Blattnerves nähert sich *H. Schreberi* und *H. cuspidatum* zu *H. Hollósianum*. Die basalen Zellen der Blattspreite von *H. Schreberi* sind nicht in solchem Grade verdickt, bei *H. cuspidatum* aber sind die Zellwände noch mehr verdünnt und seicht porös.

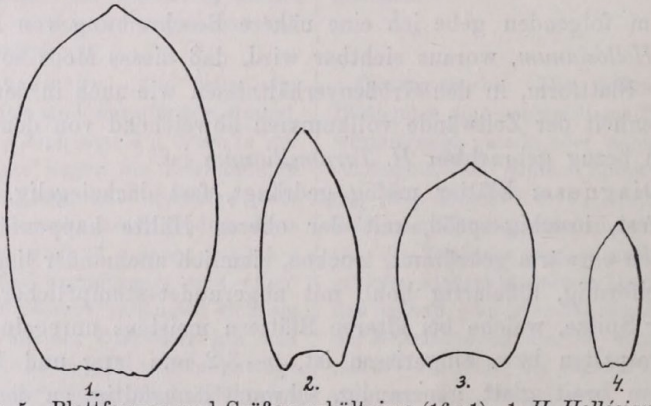


Abb. 5. Blattformen und Größenverhältnisse (16 : 1): 1. *H. Hollósianum*, 2. *H. cuspidatum*, 3. *H. Taramellianum*, 4. *H. Schreberi*.

Stellen wir die zwei am nächsten ähnlichen rezenten Arten mit *Hypnum Hollósianum* gegenüber, so können wir mit Betrachtnahme der unten folgenden Blattdiagnosen sowohl die obwaltenden morphologischen, sowie auch die anatomisch charakteristischen Abweichungen klarer beurteilen.

Acrocladium cuspidatum (L.) Lindb.

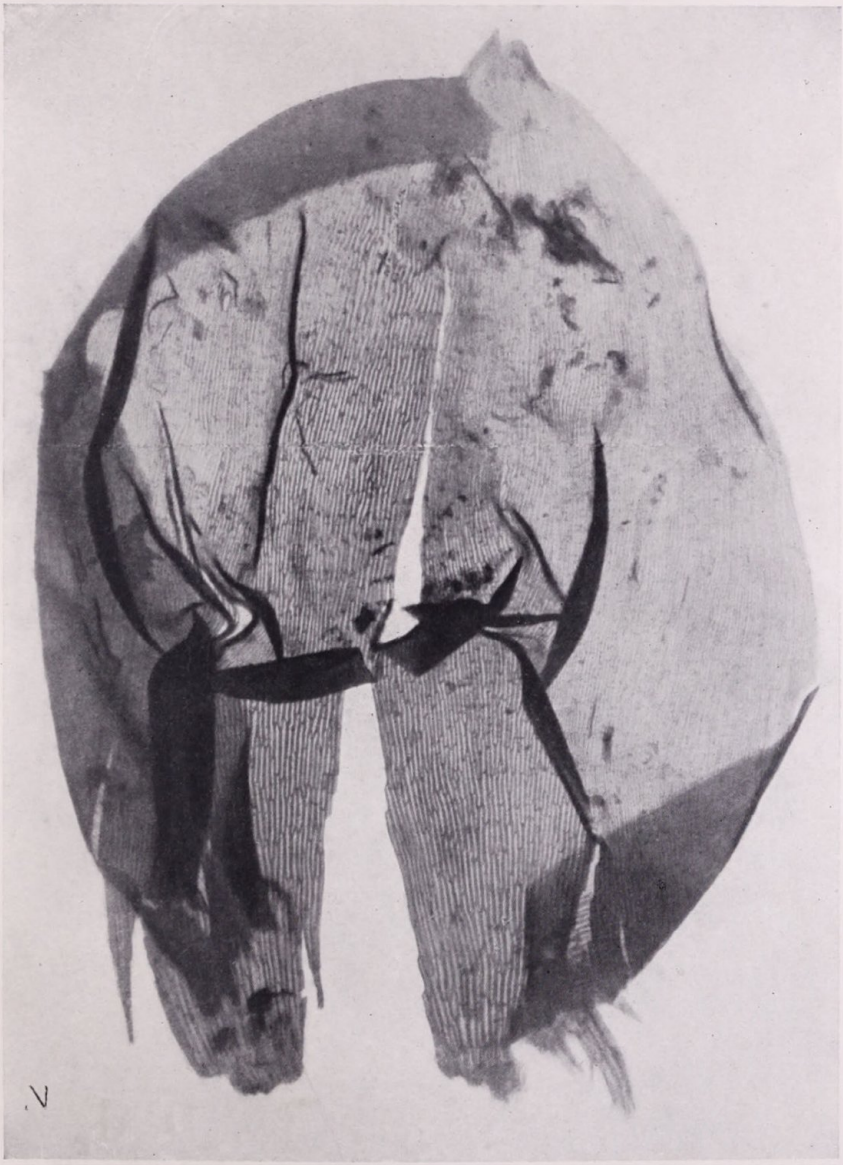
Stengelblätter gedrängt, fast dachziegelig, aus enger, etwas herablau-

Hylocomium Schreberi (Willd.) De Not.

Stengelblätter meist gedrängt, dachziegelig, schmal herablaufend, breit-

Ein Blatt von *Hypnum Taramellianum* Farn. Vergrößerung 70:1.
Photographisches Bild.

BIBLIOTHECA ACADEMIAE SCIENTIARUM HUNGARICAE
MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA KÖNYVTÁRA
BUDAPEST



Hypnum Taramellianum Farn. (Das vorherstehende Blatt aus der Pleistozänperiode mit Vergrößerung 140:1.) Photographisches Bild.

Ein Blatt von *Hypnum Hollósianum* Schilb. Vergrößerung 42:1. Photographisches Bild.

Gewebepartie aus dem Median- (unterem Blatt-)teil von *Hypnum Hollósianum* Schilb. Vergrößerung 350:1. Photographisches Bild.

Gewebepartie aus dem Median- (unterem Blatt-)teil von *Hypnum Taramellianum* Farn. Vergrößerung 350:1. Photographisches Bild.

fender Basis breiteilänglich, stumpf, selten mit kurzem Spitzchen, 2,4 mm lang und 1,2 mm breit, mäßig ausgehöhlt, nicht faltig, Ränder gegen die Spitze mehr oder minder eingebogen, ganzrandig. Rippe doppelt, kurz oder fehlend. Blattzellen geschlängelt - linearisch, dünnwandig, 0,006 mm breit und 15-mal so lang, gegen die Ränder nur 0,004 mm breit, gegen die Basis weiter und getüpfelt, im basalen Mittelfelde länglich, 0,009 mm breit, stark verdickt und getüpfelt. Astblätter 1,3—1,5 mm lang und 0,6—0,7 mm breit, Ränder oberwärts stark eingerollt.

eilänglich, abgerundet oder kurz und stumpflich zugespitzt (doch ohne Spitzchen), 2,4 mm lang und 1,5 mm breit, löffelartig hohl, schwach längsfaltig, die Ränder am Grunde zurückgeschlagen, oberwärts einwärts gebogen, nur in der Spitze schwach krenuliert. Rippe doppelt, sehr kurz. Blattzellen derbwandig, linearisch, spitz, 0,007 mm breit und 8—12-mal so lang, gegen die Basis locker, 0,012 mm breit und 6-mal so lang, getüpfelt. Astblätter sind den Stengelblättern ziemlich ähnlich, doch verhältnismäßig erkennbar schmäler.

Nach den Vorhergehenden ergibt sich als Resultat, daß die fossilen Reste von *Hypnum Hollósianum* mit keiner einzigen rezenten *Hypnum*-Art identifiziert werden konnten, weshalb wir einer ausgestorbenen Art gegenüberstehen. Aus den Untersuchungen geht es ferner hervor, daß diese fossile Art in morphologischer und anatomischer Beziehung am meisten sich dem *Hypnum Schreberi* und *Hypnum cuspidatum* nähert, obzwar sie von diesen durch die gezeigten Charaktere entschieden abweicht; ebenso weicht *Hypnum Hollósianum* von dem in einem diluvialen Torflager bei Pavia entdeckten *Hypnum Taramellianum* ab. Das *H. Hollósianum* ist nach der bezüglichen geologischen Fachliteratur auch von Herkunft aus der Pleistozänperiode, wodurch die sehr mangelhafte Zahl der kryptogamischen Vegetationsglieder dieser geologischen Zeit sich erhöht.

[Vorgelegt der Ung. Akademie der Wissenschaften am 22. April 1912.]

7.

ÜBER DEN KANKRINIT VON DITRÓ.

Von MAURITZ BÉLA.

Mit einer Tafel.

Mit dem Mineral Kankrinit des Eläolithsyenit von Ditró befaßten sich bis jetzt eingehender zwei Forscher. Als erster analysierte G. TSCHERMAK* die nußgroßen gelben Kankrinite aus dem Tale des Ditróbaches, und zwar mit folgendem Resultate:

SiO_2	37,2%,
Al_2O_3	30,3 „
Fe_2O_3	Spuren,
CaO	5,1%,
$K_2O + Na_2O$	17,4 „
CO_2	5,2 „
H_2O	4,0 „
Summe	99,2%.

Aus dieser Analyse berechnete TSCHERMAK die folgenden Verhältnisse:

$$CO_2 + SiO_2 : Al_2O_3 : CaO + NaO_2 + H_2O$$
$$5 : 2 : 4$$

Wird die Menge der Carbonate und der Kohlensäure abgezogen, so ergeben sich die folgenden Zahlen:

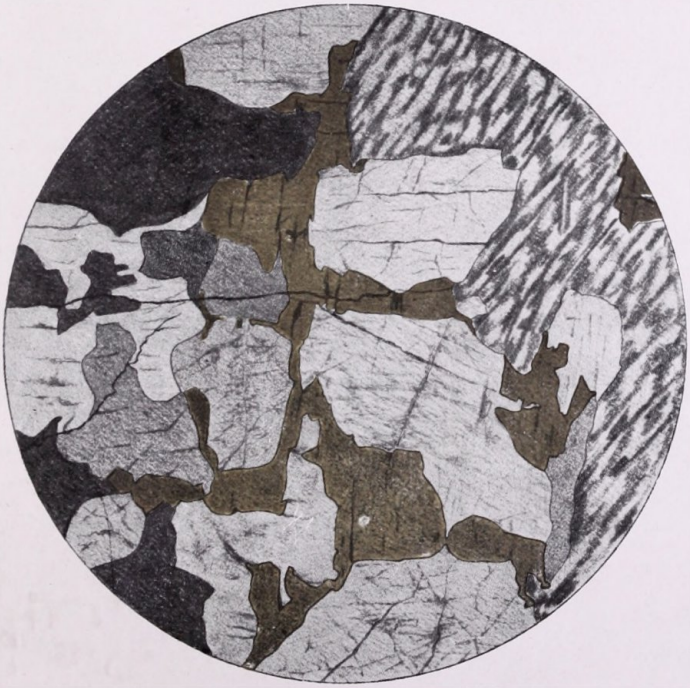
$$SiO_2 : Al_2O_3 : Na_2O + K_2O + CaO$$
$$9 : 4 : 4$$

Später als TSCHERMAK untersuchte A. KOCH** den Kankrinit von Ditró. KOCH bemerkt, daß der von ihm analysierte Kan-

* Sitzungsberichte der Akademie Wien, math.-nat. Klasse, 1861, II, 134.

** Neues Jahrb. f. Min. Geol. Pal. Bd. I. 132.

c = Cancrinit, n = Nephelin, m = Mikroklin.
An der Grenze des Cancrinits und Nephelins (Mitte und südöstlicher Teil der Zeichnung) sieht man die eckigzähnige Zusammenwachsung der beiden Mineralien.



Cancrinit = gelb, Nephelin = grau, Mikroklin = gitterig.
Zusammenwachsen des Cancrinits mit Nephelin.

krinit „durch braune staubförmige Einschlüsse etwas gefärbt war; die Einschlüsse verteilten sich netzförmig." Diese Einschlüsse sind nach KOCH teilweise Umbildung- oder Verwitterungsprodukte (nämlich Glimmerplättchen), teilweise sind es Luftbläschen und Flüssigkeitseinschlüsse. Die Rosafarbe des Kankrinits scheint nach KOCH ganz gleichmäßig verteilt zu sein; färbende Eisenglimmerplättchen hat derselbe nicht einmal in Spuren gefunden. Dieser Kankrinit wurde durch KOCH anlysiert, und glaubte er durch Flammenreaktionen darin viel Kalium zu erkennen. Seine Analyse ergab:

SiO_2	38,58%,
Al_2O_3	28,72 „
CaO	5,24 „
Na_2O	12,22 „
K_2O	5,23 „
$CO_2 + H_2O$	8,78 „
	99,77%.

Aus dieser Analyse berechnete KOCH die folgende Zusammensetzung:

$$Na_6K_2Al_{10}Si_{11}O_{41} \left\{ \begin{matrix} \frac{7}{4} CaCO_3 \\ \frac{1}{4} Na_2CO_3 \end{matrix} \right\} + 4H_2O.$$

Im Sommer des Jahres 1910 verweilte ich längere Zeit im Gebiete des Syenitmassivs von Ditró, und bei dieser Gelegenheit war es mir gelungen, beide Varietäten des Kankrinitminerals, nämlich die gelbe und die rosafarbene, in größeren Quantitäten sammeln zu können.

Der rosafarbene Kankrinit, welchen ich im kleinen Steinbruch östlich von Ditró in der Nähe des Zusammenflusses des Kövesbaches mit dem Szabóbach angetroffen habe, befindet sich hier in pegmatischen Gängen zusammen mit dem Sodalit, Nephelin und Feldspat. Die Kankrinitindividuen haben einen Durchmesser von mehreren Zentimetern und sind vollständig rein und einschlußfrei; nur vereinzelt findet man in denselben einige automorphe Magnetitoktaeder, welche mit Zuhilfenahme der Lupe leicht entfernt werden können. Im Dünnschliffe sieht man nur äußerst spärlich fremde, infiltrierte Substanzen, welche hier und

	Fundort	Analytiker	SiO_2	Al_2O_3	Fe_2O_3	CaO	Na_2O	K_2O	CO_2	H_2O
1	Miask	Lemberg	34,87	30,12	0,30	7,03	18,48	—	5,29	3,91
2	„	Puzyrewskij	35,71	29,58	—	5,56	18,78	—	5,56	3,76
3	„	Struve	35,50	28,16	—	6,16	20,20	Sp	5,83	3,80
4	„	Puzyrewskij	36,21	29,56	0,19	5,81	18,27	—	5,54	3,64
5	„	G. Rose	40,26	28,24	Sp	6,34	17,66	0,82	6,38	—
6	„	„	40,59	28,29	„	7,06	17,38	0,57	6,38	—
7	„	Zambonini	36,25	28,95	„	6,04	18,04	0,20	6,42	3,50
8	„	Rauff	37,16	28,32	0,51	6,82	17,54	0,23	6,12	4,07
9	„	„	37,40	28,08	0,37	7,09	17,96	0,16	6,20	3,99
10	Litchfield	Clarke	36,29	30,12	Sp	4,27	19,56	0,18	6,96	2,98
11	„	„	35,83	29,45	„	5,12	19,33	0,09	6,50	3,79
12	„	„	37,22	28,32	„	4,40	19,43	0,18	6,22	3,86
13	„	Clarke u. Steiger	36,19	29,24	„	4,72	19,20	0,14	6,11	4,15
14	„	Whitney	37,20	27,59	0,27	5,26	20,46	0,55	5,92	3,28
15	„	„	37,42	27,70	0,86	3,91	20,98	0,67	5,95	2,82
16	Mariinskaja	Puzyrewskij	37,72	27,75	—	3,11	21,60	—	5,61	4,07
17	„	Struve	38,33	28,55	—	4,22	20,37	—	8,51	
18	Särna	Lindström	38,25	26,16	0,35	4,78	20,36	0,71	6,42	3,31
19	„	Thugutt	37,25	26,22	0,18	1,89	21,02	0,28	4,67	8,49
20	Brevig	Pisani	41,52	28,09	—	4,11	17,15	—	3,60	6,60
21	„	Lemberg	37,71	27,94	—	3,25	20,08	—	5,19	6,47
22	„	„	37,01	26,42	—	7,19	18,36	—	7,27	4,12
23	„	Thugutt	35,58	28,24	0,12	6,91	18,46	0,16	6,35	4,36
24	„	„	38,52	27,16	—	3,03	20,37	0,30	5,48	5,14
25	„	„	37,64	26,84	—	3,39	20,71	0,20	5,68	5,46
26	„	„	39,20	27,16	0,14	2,86	18,06	0,15	3,66	8,84
27	Ditró	Tschermak	37,20	30,30	Sp	5,10	17,40		5,20	4,00
28	„	Koch	38,58	28,72	—	5,24	12,22	5,23	8,78	
29	„	Mauritz	34,34	29,62	—	5,23	19,83	0,35	5,59	5,16

da längs den Spaltrissen verteilt sind. Die Rosafärbung ist vollständig homogen, Eisenglimmerplättchen findet man nicht einmal spurenweise. Dieser Umstand muß besonders hervorgehoben werden, da bei den übrigen Kankrinitvorkommnissen der rosafarbenen Varietät die Färbung Eisenglimmerplättchen zugeschrieben wird. Die Spaltung nach dem Prisma ist vollkommen, diejenige nach der Basis ziemlich gut erkennbar. Die Kankrinitindividuen sind vollständig xenomorph und füllen den Raum zwischen den übrigen Gemengteilen vollständig aus.

Das frische, reine, rosafarbene Material wurde zur Analyse mit großer Umsicht ausgewählt und mit gleicher Aufmerksam-

Summe	SiO_2 (Al_2O_3=1)	R_2O (A_2O_3=1)		
100,00	1,96	1,03	—	Zeitschr. d. deutsch. Geol. Ges. 1876, 550
99,27	2,04	0,95	0,33 SO_3	Kokscharow Mat. Min. Rußl. III, 76
99,65	2,16	1,10	—	„ II, 77
99,22	2,07	0,94	—	„ III, 76
99,70	2,41	0,95	Cl Sp	Pogg. Ann. 1839, XXXXVII, 779
100,27	—	—	„	„
100,40	2,05	0,86	—	Accad. Napoli 1908, 127
100,77	2,22	0,96	—	Groths Zeitschr. II, 459
101,25	2,25	1,00	—	„
100,36	2,04	0,76	MnO Sp	Americ. Journ. Sc. 1886, XXXI, 263
100,11	2,06	0,89	„	„
99,70	2,22	0,91	0,07 MgO	„
99,75	2,05	0,87	—	U. S. Geol. Survey Bull. Nr. 207
100,53	2,28	1,09	MnO Sp	Pogg. Ann. 1877, LXX, 431
100,31	2,29	1,03	„	„
99,86	2,30	1,02	—	Kokscharow Mat. Min. Rußl. III, 77 I, 83
100,00	2,30	—	—	„
101,13	2,47	1,08	0,14 MgO, 0,03 P_2O_5 0,54 SO_3, 0,08 Cl	Geol. Fören. Förhandl. VI, 549
100,00	2,39	1,05	—	Neues Jahrb. Min. Geol. 1911, I, 25
101,07	2,50	0,97	—	Ann. Chim. phys. 1863, LXVII, 350
100,64	2,28	0,96	—	Zeitschr. d. deutsch. Geol. Ges. 1863, 594
99,37	2,37	1,00	—	„
100,34	1,23	1,005	0,16 Rest	Neues Jahrb. Min. Geol. 1911, I, 25
100,00	—	0,98	um-	„
100,00	2,37	1,02	gerechnet	„
100,55	2,44	0,98	MgO Sp, 0,42 Rest 0,06 Ceroxyde	„
99,20	2,07	0,85	—	Sitzber. Akad. Wien 1861, II, 134
98,77	2,27	—	—	
100,41	1,96	1,00	0,29 MnO	

keit erfolgte dann auch die Analyse. Der Vorgang war der bekannte: das Material wurde in Salsäurez gelöst; nach dem Eintrocknen der Lösung die ausgeschiedene Kieselsäure abfiltriert; die Lösung in Salzsäure und nachher die abermalige Abscheidung der Kieselsäure wurde dreimal wiederholt. Aus der zuletzt filtrierten Lösung wurde die Tonerde mit kohlensäurefreiem Ammoniak wiederholt ausgefüllt, das Mangan mit Schwefelammonium getrennt und aus dem Filtrat der Kalk mit oxalsaurem Ammonium gefällt. Es erwies sich ferner am zweckmäßigsten, die Alkalien aus einer besonderen Portion zu bestimmen. Bei der Wasser- und Kohlensäurebestimmung war ich ganz besonders auf die

Umstände bedacht, auf welche THUGUTT* die Aufmerksamkeit der Analytiker hingelenkt hat. Der Vorgang dieser Bestimmungen war folgender. Die Summe der Kohlensäure und des Wassers konnte nur aus dem Glühverlust bestimmt werden. Das Material mußte im Schmelzofen in einer dünnwandigen Platinschale bis zur Weißglut erhitzt werden und konnten die letzten Spuren des Wassers nur auf diese Weise aus dem Kankrinit ausgetrieben werden. Unter diesen Umständen schmolz der Kankrinit, selbst sogar in dem Falle, wenn das Material sogar in grobpulveriger Form (1 mm große Körnchen) genommen wurde, zu einer rosenroten emailartigen Masse. Die Kohlensäure wurde durch Absorption in Natronkalkröhrchen direkt bestimmt.

Die Analyse ergab:

SiO_2	34,34%,
Al_2O_3	29,62 „
CaO	5,23 „
MnO	0,29 „
Na_2O	19,83 „
K_2O	0,35 „
CO_2	5,59 „
H_2O	5,16 „
	100,41%.

Die Kontrollbestimmungen ergaben:

SiO_2	34,44%,
Al_2O_2	29,68 „
CO_2	5,56 „ und 5,62
H_2O	5,23 „

Werden die Karbonate und das Wasser subtrahiert, so erhalten wir folgende Verhältnisse ($Al_2O_3 = 1$):

$$SiO_2 : Al_2O_3 = 1{,}96,$$
$$R_2O : Al_2O_3 = 1{,}00.$$

Eisen konnte nur in Spuren nachgewiesen werden. Auffallend ist der Mangangehalt, welcher schon früher auch bei anderm Kankrinitvorkommen beobachtet wurde (siehe die Analysen auf

* Fehlerquellen bei der Bestimmung des Wassergehaltes der Zeolite. Zentralblatt für Mineralogie, Geologie und Paläontologie. 1909. 677.

S. 180 und 181), und es ist höchst wahrscheinlich, daß der Kankrinit von Ditró direkt von Mangan rosarot gefärbt wird.

Vergleicht man diese Analyse mit den übrigen bis jetzt bekannten Kankrinitanalysen, so erkennt man die folgenden Unterschiede:

a) die Menge der Kieselsäure ist im Kankrinit von Ditró bedeutend geringer als in den bekannten übrigen Kankrinitanalysen, ausgenommen die Analyse Nr. 1 des Kankrinits von Miask (nach LEMBERG).

b) die Menge des Wassers ist größer als in den bekannten verläßlichen Analysen.

Die übrigen Werte dagegen stimmen miteinander so ziemlich überein.

Aus den angeführten Werten meiner Analyse konnte mit Hilfe der folgenden Berechnungen die empirische Formel

$$H_4(Na_2, K_2, Ca, Mn)_3Al_4Si_4O_{21}C$$

für den Kankrinit von Ditró gefunden werden.

	Gefundene Gewichtsprozente	gefundene Molekularprozente	Molekular-proportionen	$H_4Mn_3Al_4Si_3O_{21}C$	$H_4Ca_3Al_4Si_4O_{21}C$	$H_4K_6Al_4Si_4O_{21}C$	$H_4Na_6Al_4Si_4O_{21}C$	Summe	Differenz
SiO_2	34,34	33,60	5685	55	1243	49	4257	5604	+ 81
Al_2O_3	29,62	17,12	2898	27	621	25	2129	2802	+ 96
CaO	5,23	5,51	932	—	932	—	—	932	—
MnO	0,29	0,24	041	41	—	—	—	41	—
Na_2O	19,83	18,87	3193	—	—	—	3193	3193	—
K_2O	0,35	0,22	037	—	—	37	—	37	—
CO_2	5,59	7,51	1277	14	311	12	1064	1401	— 124
H_2O	5,16	16,93	2864	27	621	25	1129	2802	+ 62
	100,41	100,00	16927	164	3728	148	12772	16812	

Molekularprozente

$H_4Mn_3Al_4Si_4O_{21}C$	0,98	} 23,15	
$H_4Ca_3Al_4Si_4O_{21}C$	22,17		
$H_4K_6Al_4Si_4O_{21}C$	0,88	} 76,85	
$H_4Na_6Al_4Si_4O_{21}C$	75,97		
	100,00	100,00,	

auf Grund deren

	Gewichtsprozente							Molekularprozente		
	$H_4Na_6Al_4Si_4O_{21}C$	$H_4Ca_3Al_4Si_4O_{21}C$	$H_4K_6Al_4Si_4O_{21}C$	$H_4Mn_3Al_4Si_4O_{21}C$	berechnet	gefunden	Differenz	berechnet	gefunden	Differenz
SiO_2	25,77	7,71	0,26	0,32	34,06	33,34	+ 0,28	33,33	33,60	+ 0,27
Al_2O_3	21,80	6,53	0,22	0,27	28,82	29,62	+ 0,80	16,67	17,12	+ 0,45
Na_2O	19,87	—	—	—	19,87	19,83	— 0,04	18,91	18,87	— 0,04
CaO	—	5,38	—	—	5,38	5,23	— 0,15	5,66	5,51	— 0,15
K_2O	—	—	0,31	—	0,31	0,35	+ 0,04	0,20	0,22	+ 0,02
MnO	—	—	—	0,28	0,28	0,29	+ 0,01	0,23	0,24	+ 0,01
CO_2	4,69	1,40	0,05	0,06	6,20	5,59	+ 0,61	8,33	7,51	— 0,82
H_2O	3,84	1,15	0,04	0,05	5,08	5,16	+ 0,08	16,67	16,93	+ 0,26
Summe	75,97	22,17	0,88	0,98	100,00	100,41		100,00	100,00	

Berechnete Werte über die Zusammensetzung der einzelnen Moleküle in Gewichtsprozenten:

	$H_4Na_6Al_4Si_4O_{21}C$	$H_4K_6Al_4Si_4O_{21}C$	$H_4Ca_3Al_4Si_4O_{21}C$	$H_4Mn_3Al_4Si_4O_{21}C$
SiO_2	33,92	28,87	34,80	32,69
Al_2O_3	28,70	25,27	29,43	27,66
Na_2O	26,15	—	—	—
K_2O	—	34,97	—	—
CaO	—	—	24,25	—
MnO	—	—	—	28,82
CO_2	6,18	5,44	6,33	5,95
H_2O	5,05	4,45	5,19	4,88
	100,00	100,00	100,00	100,00

Wäre das Verhältnis der Moleküle im Kankrinit von Ditró folgendes*:

$$H_4Na_6Al_4Si_4O_{21}C : H_4Ca_3Al_4Si_4O_{21}C = 4 : 1,$$

dann bekämen wir in Gewichtsprozenten diese Zusammensetzung:

* Hier werden die kleinen Mengen des K_2O und MnO nicht in die Rechnung hineinbezogen.

	$H_4Na_6Al_4Si_4O_{21}C$	$H_4Ca_3Al_4Si_4O_{21}C$	Summe
SiO_2	27,27	6,81	34,08
Al_2O_3	23,07	5,77	28,84
Na_2O	21,03	—	21,03
CaO	—	4,75	4,75
CO_2	4,97	1,24	6,21
H_2O	4,07	1,02	5,09
	80,41	19,59	100,00

Wäre aber das Verhältnis der Moleküle

$$H_4Na_6Al_4Si_4O_{21} : H_4Ca_3Al_4Si_4O_{21}C = 3 : 1,$$

so bekämen wir in Gewichtsprozenten:

	$H_4Na_6Al_4Si_4O_{21}C$	$H_4Ca_3Al_4Si_4O_{21}C$	Summe
SiO_2	25,60	8,53	34,13
Al_2O_3	21,66	7,22	28,88
Na_2O	19,74	—	19,74
CaO	—	5,95	5,95
CO_2	4,66	1,55	6,21
H_2O	3,82	1,27	5,09
	75,48	24,52	100,00

Aus diesen Berechnungen erkennt man, daß das Verhältnis der beiden Moleküle weder 4 : 1 noch 3 : 1 ist, sondern daß die genau berechneten Werte zwischen 4 : 1 und 3 : 1 stehen. Es scheint, daß die Metalle Ca und Na einander gegenseitig vertreten können. Dafür spricht noch der Umstand, daß ein anderer Kankrinit, welcher aus dem Tale des Ditróbaches stammt, und von welchem mir nur wenig Material zur Verfügung stand, folgende Zahlen ergab:

SiO_2	34,45%,
Al_2O_3	30,05 „
CaO	4,65 „
$CO_2 + H_2O$	11,04 „

Die oben abgeleitete Formel des Kankrinits von Ditró weicht von sämtlichen bis jetzt abgeleiteten Kankrinitformeln ab.

Nach RAUFF* kann die Zusammensetzung des Kankrinit durch die folgende Formel ausgedrückt werden:

$$Na_8Al_8Si_9O_{34} + 2CaCO_3 + 3H_2O.$$

* Zeitschrift f. Krist. und Min. II, 456.

Dieser Formel entspricht eine Zusammensetzung in Prozenten

SiO_2	37,36%,	CaO	7,72%,
Al_2O_3	28,09 „	H_2O	3,71 „
Na_2O	17,07 „	CO_2	6,05 „
			100,00%.

Diese Formel unterscheidet sich von der von mir aufgestellten hauptsächlich bezüglich der Werte der Kieselsäure und des Wassers.

CLARKE* ermittelte für den Kankrinit von Litchfield folgende Formel:

$$H_6Na_8Ca(CO_4)_2Al_8(SiO_4)_8.$$

Die Zusammensetzung in Prozenten:

SiO_2	35,9%,	Na_2O	18,6%,
Al_2O_3	30,6 „	H_2O	4,1 „
CaO	4,2 „	CO_2	6,6 „
			100,0%.

Wird in der obigen Formel der CaO in Na_2O umgerechnet**, dann kann dieselbe vereinfacht werden:

$$H_2Na_5CO_4Al_4(SiO_4)_4$$

und die Zusammensetzung in Prozenten:

SiO_2	35,94%,	H_2O	4,02%,
Al_2O_3	30,40 „	CO_2	6,55 „
Na_2O	23,09 „		100,00%.

Nach GROTH*** wäre die richtige Formel:

$$H_6Na_8(NaCO_3)_2Al_8Si_9O_{36},$$

entsprechend einer Zusammensetzung in Prozenten:

SiO_2	38,69%,	H_2O	3,85%,
Al_2O_3	29,10 „	CO_2	6,26 „
Na_2O	22,10 „		100,00%.

* Americ. Journal of Science 1886, 262.

** Handbuch der Mineralogie II, 877.

*** Tabellarische Übersicht der Mineralien. 1898, 139.

Nach ZAMBONINI* entspräche der Kankrinit einer festen Lösung von drei Silikaten, nämlich:

$$m\,Na_2Al_2Si_2O_8 \cdot n\,Na_4(AlNaCO_3)_2Si_2O_8 \cdot p\,Na_2Al_2Si_3O_{10} + Aq.$$

Neuerdings mühte sich besonders THUGUTT**, die chemische Formel des Kankrinits festzustellen. Seine eingehenden Untersuchungen führten zu der Formel:

$$H_{18}Ca_5Na_{24}Al_{22}Si_{24}C_6O_{119},$$

entsprechend der Zusammensetzung in Prozenten:

SiO_2	35,98%,	Na_2O	18,50%,
Al_2O_3	27,95 „	CO_2	6,57 „
CaO	6,97 „	H_2O	4,03 „
			100,00%.

Wie man aus diesen Angaben erkennen kann, unterscheiden sich diese Formeln nicht sehr beträchtlich voneinander. Die von mir aufgestellte Formel verlangt mehr Wasser und weniger Kieselsäure als die oben erwähnten, während sich in den übrigen Gemengteilen kein nennenswerter Unterschied ergibt.

Versuchen wir nun die Frage zu beantworten, woher wohl der Unterschied in der prozentuellen Zusammensetzung der Kankrinite verschiedener Fundorte herrühren mag.

Abgesehen von denjenigen Analysen, welche von der Znsammensetzung des Ditróer Kankrinits bedeutend abweichen und infolgedessen nur aus sehr unreinem Material ausgeführt worden sind, kann die Ursache der Differenz vielleicht in der Bildung des Kankrinits selbst gesucht werden. In den meisten Fällen ist es sicher, daß wir im Kankrinit der Eläolithsyenite kein primäres, sondern ein sekundäres Mineral vor uns haben. Wenigstens ist dies beim Eläolithsyenit von Ditró eine vollständig erwiesene Tatsache. Die beistehenden Abbildungen zeigen die Umwandlung des Nephelins in Kankrinit, wobei es sich ganz deutlich zeigt, daß der Kankrinit auf Kosten des Nephelins entsteht. Die Ne-

* Atti d. R. Accad. d. Scienze fis. e. mat. di Napoli 1908, 117.

** Zur Chemie einiger Alumosilikate. Neues Jahrb. f. Min. Geol. Pal. Beilagebd. IX 554. — Zur Chemie des Kankrinits. Neues Jahrb. f. Min. Geol. Pal. 1911, I, 25.

phelinindividuen sind im Eläolithsyenit von Ditró automorphe Kristalle, meist kurze, hexagonale Prismen, kombiniert mit der Basis und zeigen dem entsprechend im Dünnschliffe hexagonale oder rektanguläre Schnitte. Die neugebildeten Kankrinite umgeben nun die abgerundeten Nephelinkristalle kranzförmig oder aber sind die letzteren siebartig durchlöchert, und ist der Raum dieser Löcher mit Kankrinit erfüllt. Oft zeigt der Kankrinit ein orientiertes Zusammenwachsen mit dem Nephelin. Die Umbildung des Nephelins zu Kankrinit vollzog sich wahrscheinlich in dem schon auskristallisierten Gestein während der pneumatolytischen Phase, und zwar wahrscheinlich infolge der Einwirkung des Wassers und des kohlensauren Natriums (und kohlensauren Kalziums). Schematisch kann die Umwandlung durch die folgende Gleichung dargestellt werden:

$$\underset{\text{Nephelin}}{Al_8Si_9O_{34}Na_8} + 2Na_2CO_3 + 4H_2O = \underset{\text{Kankrinit.}}{2Al_4Si_4O_{21}Na_6H_4C} + SiO_2$$

Bei dieser Umwandlung wird Kieseläure frei; nun kann der Überschuß der Kieselsäure in Form von fester Lösung im Kankrinit vorhanden sein, ganz ähnlich wie im Nephelin* und Analcim.**

Endlich will ich noch den Umstand betonen, daß der Kankrinit im Eläolithsyenit von Ditró ein sehr verbreiteter Gemengteil ist. Wir finden ihn nicht nur im Eläolithsyenit selbst, sondern auch in den tinguaitischen Ganggesteinen, welche den Eläo-lithsyenit begleiten. Diese allgemeine Verbreitung wird in der Monographie des Ditróer Eläolithsyenitmassivs eingehend behandelt werden.

Zuletzt muß noch erwähnt werden, daß der Nephelin des Ditróer Eläolithsyenit infolge der Einwirkung der Atmosphärilien zu einer serizitartigen Masse sich umsetzt. Die beiden Vorgänge, nämlich die Umwandlung des Nephelins in Kankrinit und seine Verwitterung in Serizit, sind zwei voneinander ganz unabhängige Vorgänge.

Neuerdings hat THUGUTT mikrochemische Methoden ausgearbeitet, mit deren Hilfe man entscheiden kann, ob der Kankrinit

---

* FOOTE-BRADLEY: Americ. Journal of Science XXXI, 25.

** FOOTE-BRADLEY: Americ. Journal of Science XXXIII, 433.

sich aus Nephelin oder Sodalit gebildet habe. Ich übergab nun zum Zwecke dieser Untersuchungen Herrn THUGUTT Material von Ditróer Kankrinit. Nach seinen Angaben wird derjenige Kankrinit, welcher aus Nephelin entstanden ist, durch einen Eisengehalt charakterisiert; das Eisen soll in Form von Eisenglimmerplättchen vorhanden sein. Im Kankrinit von Ditró fehlen aber solche Eisenglimmerplättchen vollständig; dennoch ist es nach meinen Untersuchungen zweifellos sicher, daß der Ditróer Kankrinit aus Nephelin entstanden ist. Nach THUGUTT sprechen auch seine mikrochemischen Reaktionen dafür, daß der Ditróer Kankrinit aus Sodalit entstanden ist. Meine Untersuchungen dagegen führten zu dem Resultate, daß a) die Abwesenheit des Eisens wohl nicht beweist, daß der Kankrinit aus Sodalit entstanden wäre, b) daß die diesbezüglichen mikrochemischen Reaktionen von keiner unbedingten Gültigkeit sind.

Literatur.

CLARKE, The Minerals of Litchfield, Maine. American Journal of Science, 1886, XXXI, 262.

CLARKE-STEIGER, The action of ammoniumchlorid upon silicates. U. S. Geological Survey. Bulletin Nr. 207, 1902, 41.

KOKSCHAROW, Materialien zur Mineralogie Rußlands. a) Kankrinit I, 78; b) Erster Anhang zum Kankrinit I, 81; c) Zweiter Anhang zum Kankrinit II, 77; d) Dritter Anhang zum Kankrinit III, 76.

LINDSTRÖM, Analys af cancrinit fran Siksjöberget i Särna. Geol. Fören. Födhandl. VI, 549.

KOCH, Petrographische und tektonische Verhältnisse des Syenitstockes von Ditró in Ostsiebenbürgen. Neues Jahrb. f. Min. Geol. Pal., Beilageband I, 132.

LEMBERG, Über Silikatumwandlungen. Zeitschr. d. d. Geol. Geseilschaft, 1876, XXVIII, 519.

LEMBERG, Zur Kenntnis der Bildung und Umwandlung von Silikaten. Zeitschr. d. d. Geol. Gesellschaft, 1883, XXXV, 594.

LEMBERG, Zur Kenntnis der Bildung und Umwandlung von Silikaten. Zeitschr. d. d. Geol. Gesellschaft, 1887, XXXIX, 598.

RAUFF, Über die chemische Zusammensetzung des Nephelins, Kankrinits und Mikrosommits. Zeitschr. f. Krist. u. Mineralogie, II, 456.

G. ROSE, Über die mineralogische und chemische Beschaffenheit des Ilmengebirges. Poggendorf Annalen 1839, XXXXVII, 379.

SAEMANN ET PISANI, Sur le cancrinit et le bergmannite de Barkevig en Norwège. Annales de chimie et de physique. 1863, III. série, tome LXVII, 350.

Tschermak, Untersuchung des Kankrinits von Ditró in Siebenbürgen. Sitzungsberichte der Akademie, Math. naturwiss. Klasse. Wien 1861, XXXXIV, II. Teil 134.

Whitney, Chemische Untersuchung einiger Silikate, die Kohlensäure, Chlor und Schwefelsäure enthalten. Poggendorf Annalen. 1847, LXX, 431.

Thugutt, Zur Chemie einiger Alumosilikate. Neues Jahrbuch f. Mineralogie, Geol. Pal. Beilagebd. IX, 554.

Thugutt, Zur Chemie des Kankrinits. Neues Jahrbuch für Mineralogie, Geol. Pal. 1911, I, 25.

Zambonini, Contributo allo studio dei silicati idriati. Atti d. R. Accad. d. Scienze fis. e mat. di Napoli, XIV (2a), Nr. 1, 1908, 117.

[Aus dem Mineralogisch-geologischen Institut der Technischen Hochschule in Budapest. Vorgelegt der Ungarischen Akademie der Wissenschaften am 22. Januar 1912.]

8.

ÜBER DIE CHEMISCHEN VERHÄLTNISSE DES SYENIT-MASSIVS VON DITRÓ (KOMITAT CSIK, UNGARN).

Von MAURITZ BÉLA.

Über die chemische Zusammensetzung der Gesteine des Syenitmassivs von Ditró wissen wir bloß noch sehr wenig. FELLNER* hatte einerseits einige Gemengteile des Syenitgesteines chemisch untersucht, anderseits von den Gesteinen selbst fünf Analysen ausgeführt. Viel später veröffentlichte JULIUS V. SZÁDECZKY** fünf Analysen, welche die chemische Versuchsanstalt in Kolozsvár durchgeführt hatte. Im Laufe meiner Arbeit werden diese Analysen in Betracht gezogen.

FELLNER analysierte zwei typische Eläolithsyenite. Eine der Analysen wurde aus dem sogenannten Ditroit angefertigt. Die mineralogische Zusammensetzung dieses Gesteins ist nach den Angaben HERBICHS*** folgende: Sodalit, Orthoklas, Kankrinit, Eläolith, Oligoklas, Amphibol, Glimmer, Magneteisen, Titanit und „wahrscheinlich noch andere Minerale". Die chemische Zusammensetzung wurde durch FELLNER mit folgendem Resultat bestimmt:

SiO_2	56,30%,	CaO	0,69%,
Al_2O_3	24,14 „	Na_2O	9,28 „
FeO	1,99 „	K_2O	6,79 „
MgO	0,73 „	Glühverlust	1,58 „
			100,00%.

* Verhandlungen der k. k. Geol. Reichsanstalt 1867, 169.

** Sitzungsber. d. medizin.-naturwiss. Sektion des Siebenbürg. Museumsvereins. Kolozsvár 1899, XXI, 209 (deutsche Revue 23).

*** Jahrb. der kgl. ungar. Geol. Anstalt. V. Band, Heft 2.

Aus dieser Zusammensetzung kann man die folgende OSANNsche Formel* berechnen:

s	A	C	F	a	c	f	n
65,96	15,41	1,03	1,96	16,8	1,1	2,1	6,7

Das Gestein ist mit Tonerde etwas übersättigt, somit muß die Atomgruppe $(Mg, Fe)Al_2O_4$ als anwesend angenommen werden.

Vergleicht man diese Analyse mit den übrigen Eläolithsyeniten, so sieht man, daß das Gestein von Ditró eines der allersauersten ist; OSANN nimmt unter Typus Ditró** den Mittelwert der obigen Formel und noch zwei anderer Eläolithsyenite an (Brathagen bei Christiania und Salem Neck in Massachusetts).

Eine Analyse des Eläolithsyenits von Ditró wurde auch durch SZÁDECZKY*** veröffentlich; das Material zu demselben stammte aus dem Einschnitt der Chaussee, die nach Tölgyes führt. Die mineralogische Zusammensetzung ist folgende: Amphibol, Biotit, Muskovit, Titanit (Epidot?), Apatit, Zirkon, Nephelin, Kankrinit, Kalzit, Ortoklas, Oligoklas, Albit und Erze. Die Zusammensetzung des Gesteins wurde durch die chemische Versuchsanstalt folgendermaßen bestimmt:

SiO_2	53,58%,	CaO	1,20%,
TiO_2	0,27 „	Na_2O	10,49 „
Al_2O_3	25,26 „	K_2O	5,28 „
Fe_2O_3	0,64 „	H_2O	0,04 „
FeO	1,20 „	CO_2	0,79 „
MgO	0,08 „	Cl	0,50 „
			99,33%.

Aus dieser Analyse kann die folgende OSANNsche Formel berechnet werden:

s	A	C	F	a	c	f	n
63,26	15,91	1,53	1,56	16,5	1,6	1,9	7,5

Diese beiden Analysen und beide Formeln stehen sehr nahe zueinander, der Unterschied ergibt sich nur in der Tonerde, deren

* TSCHERMAKS Min. petr. Mitteilungen, XIX, 351.

** TSCHERMAKS Min. petr. Mitteilungen, XIX, 402.

*** Sitzungsber. der medizin.-naturwiss. Sektion des Siebenbürg. Museumsvereins, Kolozsvár 1899, XXI, 237.

Menge in der zweiten etwas größer ist; der Grund dieses Unterschiedes ist vielleicht darin zu suchen, daß das zweite Gestein an Nephelin reicher war. Infolge der Werte „c" und „f" entspricht das Gestein nicht mehr genau dem Typus Ditró, sondern reiht sich eher in die mittlere Kolumne der OSANNschen Tabelle (l. c. S. 466 die Tabelle der Eläolithsyenite) ein.

Ich hatte es nicht für das allerdringendste gehalten, diesen gewöhnlichsten Typus des Eläolithsyenits zuerst zu analysieren, da die beiden vorhandenen Analysen zur Bestimmung des Typus genügende Anhaltspunkte bieten. Endgültig kann ausgesprochen werden, daß das Gestein von Ditró einer der sauersten Eläolithsyenite ist, welcher nur spärliche Mengen dunkler Gemengteile (Eisenmagnesiumsilikate) enthält.

Im höchsten Maße lehrreich war dagegen die chemische Untersuchung der Ganggefolgschaft des Eläolithsyenits. Zuerst sehen wir die sauren Gänge, die sogenannte Tinguaite, deren zweie analysiert wurden. Diese beiden Tinguaite sind einander chemisch ziemlich gleich. Einer der Gänge war in der Umgebung von Gyergyó-Szent-Miklós im Kürüczbache (im Steinbruche am rechten Bachufer) aufgeschlossen, woselbst derselbe im typischen Eläolithsyenit einen stehenden Gang von 1—1,5 m Breite mit einem Streichen von NW. nach SO. bildete. In den darauf folgenden Jahren wurde derselbe leider ganz abgebaut. Der andere Tinguait stammt aus dem Békénytal, woselbst derselbe an der südlichen Lehne des Hajnal-pataktető in dem großen Wasserrisse anstehend ist und im grobkörnigen Syenite einen Gang von 6—8 cm Mächtigkeit bildet. Die Struktur beider Gesteine ist etwas porphyrisch und weisen beide eine frische grünlich-graue Farbe auf. Die Grundmasse erscheint ganz homogen; porphyrisch ausgebildet sieht man wenige 1—2 mm große farblose Kristalle, welche teilweise Nepheline, teilweise Feldspate sind. Die glasglänzenden Nepheline sind streng automorph gedrungene sechsseitige Prismen mit der Basis; teilweise enthalten sie als Einschlüsse kleine Ägyrinnädelchen. Die porphyrisch ausgebildeten Feldspatkristalle sind nach der Längsfläche dünntafelig; meistens sieht man nur Karlsbader Zwillinge, die aus zwei Individuen bestehen; sie lassen sich als Orthoklase bestimmen (gerade Aus-

löschung in der Orthozone; Lichtbrechung bedeutend niedriger als diejenige des Kanadabalsams). Die makroskopisch dicht erscheinende Grundmasse ist äußerst feinkörnig. Nur hier und da erreicht ein besonders in der Prismenzone automorphes Ägyrinnädelchen einen Durchmesser von 0,1 mm. Sonst besteht die Grundmasse aus einem dichten Filze von Feldspat- und Ägyrinnädelchen nebst Körnern; die einzelnen Individuen erreichen kaum eine Länge von 30—40 μ und eine Breite von 5—70 μ. Der Ägyrin wird in der Prismenzone meist durch das Prisma, Querfläche und Längsfläche begrenzt, der Durchschnitt ist achteckig. Die gerade Auslöschung, die rein grüne Farbe mit einem schwachen Pleochroismus a = dunkelgrün, f = heller grün, c = gelblichgrün, die starke Doppelbrechung beweisen, daß diese Nädelchen rein aus dem Ägyrinmolekül bestehen. Die Feldspate der Grundmasse bilden außerordentlich dünne Leisten; hier und da kann man die Gitterstruktur des Mikroklins erkennen; diese Struktur wird oft so fein, daß die Kristalle sich optisch wie Orthoklas verhalten. Es ist möglich, daß die oben erwähnten makroskopischen Orthoklasfeldspate eigentlich keine Orthoklase, sondern Mikrokline sind, deren Gitterstruktur unmerklich fein wird, so daß die Kristalle sich infolgedessen optisch wie Orthoklas verhalten. Doch besteht die Mehrzahl der Feldspatkristalle der Grundmasse aus 3—5 sich wiederholenden Zwillingslamellen, deren Auslöschung fast gerade, und deren Brechungsexponent etwas niedriger als derjenige des Kanadabalsams ist; wegen ihrer winzigen Dimensionen lassen sie sich nicht genau bestimmen, aber aller Wahrscheinlichkeit nach sind sie Albitkristalle. Erze enthalten diese Gesteine keine; Epidot kann man in pleochroistischen xenomorphen Körnern und Haufen sehr spärlich finden.

Die Zwischenräume der Grundmasse des Tinguait vom Kürüczbache sind mit reichlichen xenomorphen Kankrinitkörnern ausgefüllt; der Tinguait vom Békény-patak enthält zwischen den Ägyrinnädelchen und Feldspatteilchen der Grundmasse reichlich eine schwach lichtbrechende, sehr schwach doppelbrechende xenomorphe Masse mit undulöser Auslöschung, welche Masse stark an Nephelinitoid erinnert. Glas fehlt vollständig; Apatit und Ti-

tanit sind nur sehr spärlich vertreten. Die chemische Zusammensetzung dieser beiden Gesteine ist folgende:

a) Tinguait vom Békénybache:

SiO_2	57,05%,	MgO	0,21%,
TiO_2	0,18 „	CaO	0,97 „
Al_2O_3	22,93 „	Na_2O	10,35 „
Fe_2O_3	2,89 „	K_2O	4,83 „
FeO	0,18 „	H_2O	0,39 „
MnO	0,20 „	P_2O_5	0,15 „
			100,33%.

Die OSANNsche Formel:

s	A	C	F	a	c	f	n	
65,27	14,95	0,45	3,93	15,4	0,5	4,1	7,6	Békény-patak,
65,5				15	0	5		Typus Hedrum.

Das Gestein erinnert am meisten an den Typus Hedrum* wie es übrigens auch aus der mineralogischen Zusammensetzung und BRÖGGERS** Beschreibung ersichtlich ist.

b) Tinguait aus dem Kürüczbache:

SiO_2	57,09%,	CaO	0,96%,
TiO_2	0,17 „	Na_2O	9,19 „
Al_1O_3	22,72 „	K_2O	4,93 „
FeO_3	1,37 „	H_2O	0,77 „
FeO	1,53 „	P_2O_5	0,18 „
MnO	0,05 „	CO_2	0,59 „
MgO	0,18 „		99,73%.

Die OSANNsche Formel:

s	A	C	F	a	c	f	n
66,34	13,95	1,54	2,68	15,4	1,7	2,9	7,4.

Die Typenformel steht nahe dem oben stehenden Typus Hedrum; nur ist in den Werten „c“ und „f“ eine bedeutendere Abweichung zu bemerken. Wenn wir aber diese Formel mit dem Typus Ditró der Eläolithsyenite vergleichen, dann erkennen wir sofort die Analogie der beiden. Trotz der mineralogischen Zu-

* TSCHERMAKS Min. petr. Miteillungen, XXI, 399.

** Die Eruptivgesteine des Kristianiagebietes.

sammensetzung und der gangförmigen geologischen Erscheinungsweise wäre dieses Gestein eher zu den Eläolithsyeniten zu stellen.

Einer der Tinguaite wurde in petrographischer und chemischer Hinsicht schon früher von SZÁDECZKY* untersucht. Das Gestein tritt gangförmig nordwestlich von Gyergyó-Szt.-Miklós im Tale des Csanótbaches dicht über der Einmündung des Rétibaches auf, woselbst es in der Form eines Grates das Tal quer durchschneidet. In dem mikroskopisch dichten, homogen erscheinenden dunkelgrünen Gestein kann man unter dem Mikroskop folgende Gemengteile erkennen: Apatit, Ilmenit, Hämatit, Titanit, Biotit, vorherrschender Ägyrin, Mikroklin, Albit, Orthoklas, Nephelin, Kankrinit. Die chemische Zusammensetzung:

SiO_2	55,46%,	MgO	0,05%,
TiO_2	0,20 „	CaO	0,92 „
Al_2O_3	24,49 „	Na_2O	9,78 „
Fe_2O_3	2,63 „	K_2O	5,16 „
FeO	1,06 „	H_2O	0,07 „
			99,82%

Die OSANNschen Zahlen:

s	A	C	F	a	c	f	n	
64,15	14,72	1,90	2,61	15,3	2,0	2,7	7,5	Csanótbach,
65,6				15,0	0,0	5,0		Typus Hedrum,
63,26				16,5	1,6	1,9		Typus Ditró (Eläolithsyenit).

Unter den Tinguaiten zeigt der Typus Hedrum die größte Verwandtschaft mit dem unserigen, obzwar die Werte „c“ und „f“ stark abweichend und für die Tinguaite nicht gerade charakteristisch sind; der Grund dieser Abweichung findet sich in dem viel zu hohen Werte der Tonerde. Unter den Eläolithsyeniten steht der Typus Ditró zum Tinguaite des Csanótbaches sehr nahe.

Das Syenitmassiv von Ditró wird von sehr zahlreichen Tinguaitgängen durchsetzt und sind diese Gänge zueinander in mineralogischer und struktureller Hinsicht sehr verwandt; infolge-

* Sitzungsber. d. medizin.-naturwiss. Sektion des Siebenbürg. Museumsvereins. Kolozsvár 1899, XXI, 237.

dessen ist anzunehmen, daß die Typenformel dieser Tinguaite von den obigen Formeln nicht besonders stark abweichen würde.

Außer diesen sauren Ganggesteinen wird das Massiv aber noch von zahlreichen basischen Gängen durchschnitten; dieselben gehören alle der Kamptonitfamilie an. Von dieser wurden ebenfalls einige chemisch untersucht.

Einer dieser Gänge ist in der Nähe von Gyergyó-Szt.-Miklós im Tale des Vár-patak aufgeschlossen. Vom Zusammenflusse des Károly- und Vár-patak ca. 200 Schritte nordöstlich mündet ein Bach in den Vár-patak und dicht vor dessen Einmündung streicht auf der nördlichen Seite des Baches ein stehender Kamptonitgang von 4—5 m Mächtigkeit in nordsüdlicher Richtung hindurch; derselbe enthält kleine Syeniteinschlüsse und wird stellenweise von dünnen pegmatitischen Gängen durchädert. Das dunkelgrüngraue Gestein erinnert äußerlich etwas an die Tephrite, erscheint ziemlich homogen, nur hier und da enthält es größere Biotithaufen. Außer diesen Biotittafeln kann man makroskopisch nur einzelne Feldspatlamellen und Amphibolnädelchen erkennen. Die mikroskopische Zusammensetzung ist die folgende. In einer panidiomorphen Struktur sind die spärlichen Apatitnädelchen und die etwas limonitisierten Magnetitkörnchen die ersten Ausscheidungen. Oft sieht man auch winzige Hämatitschüppchen. Der reichliche Titanit ist in automorphen, briefkuvertähnlichen Kristallen ausgebildet.

Farbige Gemengteile findet man folgende: Amphibol, Biotit, Pyroxen und Granat. Der Biotit ist der sogenannte Lepidomelan; makroskopisch schwarz, unter dem Mikroskop auf der Endfläche kaum durchsichtig und mit sehr starkem Pleochroismus, b und c = dunkelgrün, a = hell gelblichgrün; Achsenebene parallel der Symmetrieebene, Achsenwinkel sehr klein, optischer Charakter negativ.

Unter den Pyroxenen sind die größeren Körner automorph, begrenzt durch die Quer-, Längs- und Prismenflächen; der Durchschnitt bildet ein Achteck. Unter den terminalen Flächen erkennt man diejenigen der Pyramide. Meist besitzen sie eine zonale Struktur; der Kristallkern ist farblos, sein optisches Verhalten deutet auf Diopsid, da die Auslöschungsschiefe auf der Läng-

fläche $c : c = 40^0$, der Achsenwinkel $2V = \text{ca. } 60^0$ und der optische Charakter positiv ist. Die Zonen werden nach außen hin immer größer, und nimmt der Auslöschungswinkel auf der Längsfläche $c : c$ ständig zu; die alleräußersten Zonen löschen fast gerade aus und zeigen einen schwachen Pleochroismus; a und b = grün, c = gelblichgrün. Der optische Achsenwinkel ist nahe zu 90^0, der optische Charakter aber noch immer positiv. Dieses optische Verhalten ist dem Ägyrinaugit eigen. Der Diopsid und der Ägyrinaugit kommen nicht nur miteinander zonenförmig zusammengewachsen vor, sondern sind auch in vollständigen Körnern zu finden.

Der Amphibol bildet kleinere oder größere Prismen, außer den Prismenflächen sind eventuell auch noch die Längsflächen vorhanden. Sein Pleochroismus ist sehr stark: a = hellgelb, b = dunkel bräunlichgrün, c = bläulichgrün; Doppelbrechung sehr schwach, optischer Achsenwinkel sehr klein, manchmal erscheinen die Kristalle wie optisch einachsig; Auslöschungsschiefe auf der Längsfläche $c : c = \text{ca. } 12^0$.

Stellenweise erkennt man farblose oder schwach pleochroistische gelblichgrüne Epidothäufchen.

Unter den Gemengteilen des Gesteins nimmt der Granat nur in Form von Skeletten und Häufchen teil; er ist hellgelb durchsichtig und ähnlich dem Amphibol, wie ein Sieb von Biotitblättchen durchlöchert.

Vereinzelt findet man in bedeutender Menge die blätterigen Haufen des Muskovitglimmers; die einzelnen Blätter sind öfters mit Biotit parallel verwachsen, und ist es nicht ausgeschlossen, daß die ganze Menge des Muskovitglimmers nur von sekundärer Entstehung ist.

Farblose Gemengteile sind der Feldspat, der Nephelin und der Kankrinit. Die Feldspate sind verschieden; sicher zu erkennen ist der Mikroklin, mit der gewöhnlichen Gitterstruktur; oft findet man denselben in perthitischer Verwachsung mit Oligoklasalbit. Die Quantität dieses letzteren Feldspates ist nicht bedeutend; ziemlich verbreitet sind die sogenannten Antiperthite, d. h. Verwachsungen, bei denen der Plagioklas die Basis bildet, in welche der Mikroklin in Form von Spindeln eingewachsen ist.

Nephelin erfüllt in spärlichen Quantitäten den Raum zwischen den übrigen Gemengteilen; viel reichlicher findet man den aus dem Nephelin hervorgegangenen Kankrinit, welcher aber nur xenomorphe Körner oder strahlig-kugelige Häufchen bildet.

Obzwar in diesem Gestein die farbigen Gemengteile an Menge die farblosen weit überragen, erkennt man dennoch aus der mineralogischen Zusammensetzung, daß das Gestein keinen typischen Kamptonit, sondern eine mehr saure Varietät darstellt. Dasselbe beweist die chemische Zusammensetzung des Gesteins:

SiO_2	47,52%,	CaO	7,35%,
TiO_2	2,55 „	Na_2O	5,08 „
Al_2O_3	18,00 „	K_2O	3,14 „
Fe_2O_3	4,26 „	P_2O_5	0,31 „
FeO	3,69 „	H_2O	2,10 „
MnO	0,10 „	CO_2	1,21 „
MgO	4,46 „		99,77%.

Die OSANNschen Zahlen:

s	A	C	F	a	c	f	n	
56,27	7,87	4,18	19,63	5,0	2,6	12,4	7,1	Vár-patak,
54				4,5	3	12,5		Typus Mädstein.

In den OSANNschen Tabellen* zeigt der Kamptonit vom Várpatak mit dem Typus Mädstein die nächste Verwandtschaft; dieser letzte Typus bezieht sich aber auf einen Leucitmonchiquit. Andererseits erinnert das Gestein an die Heumite, deren OSANNsche Zahlen sind:**

s	a	c	f	
54,5	5	1	14	Typus Heum.

In mineralogischer Hinsicht wäre das Gestein noch eher zu den Heumiten zu rechnen, indem diese Gesteine folgende Gemengteile enthalten: Alkalifeldspat, wenig sauren Plagioklas, braunen Amphibol, viel Lepidomelan, wenig hellen Pyroxen (Diopsid und Ägyrindiopsid) und in untergeordneten Mengen Nephelin und Sodalit.

---

* TSCHERMAKS Min. petr. Mitteilungen XXI, 420.

** L. c.

Ein anderer Kamptonit steht östlich von Ditró auf der Straße nach Tölgyes an; zwischen den Kilometersteinen 5,9 und 6 km bildet er, und zwar im Kontakte mit Syenit, einen 3 m breiten, sehr feinkörnigen, im Innern mehr grobkörnigen Gang. Zur Analyse wurde das feinkörnige Salband genommen, welches frischer erhalten ist. Makroskopisch betrachtet erinnert das graulichschwarze Gestein an Basalt, nur ist es weniger dicht. Unter dem Mikroskop erkennt man die folgenden Gemengteile, und zwar in der Reihenfolge der Ausscheidungen: Apatit reichlich und zwar meist als Einschlüsse im Amphibol und Epidot; die Apatitprismen kann man oft schon mit freiem Auge erkennen. Von Erzen findet man nur den titanhaltigen Magnetit, welcher gewöhnlich mit einer Leukoxenzone umgeben ist. Der mehr spärliche Titanit bildet unregelmäßige Häufchen. Biotit, und zwar Lepidomelan (mit starkem Pleochroismus in gelben und dunkelgrünen Farben und kleinem optischen Achsenwinkel) findet sich in wenigen automorphen Schuppen. Der herrschende Gemengteil des Gesteins ist der braune Amphibol, der in der Prismenzone mit scharf automorphen Flächen (Prisma- und Längsfläche) ausgebildet ist. Die Auslöschungsschiefe auf der Längsfläche bildet einen Winkel von 10—12°, der optische Achsenwinkel ist nahezu 90°, der optische Charakter positiv, die Doppelbrechung sehr stark, die Färbung und der Pleochroismus kräftig, c = stark dunkelbraun, b = dunkelbraun, a = gelblich. Im Gestein ist reichlich Epidot vorhanden, dessen Ausbildungsweise darauf hindeutet, daß derselbe nur von sekundärer Entstehung sein kann; entweder findet man ihn in selbständigen xenomorphen Körnern und Häufchen oder mit Amphibol verwachsen; die einzelnen Individuen sind parallel der Orthoachse stark gestreckt; Achsenebene parallel der Symmetrieebene, Charakter negativ, Achsenwinkel nahezu 90°, Pleochroismus sehr schwach (farblos und gelb). Stellenweise sieht man auch grüne chloristische Häufchen, welche wahrscheinlich von dem zersetzten Biotit herstammen. Als farblose Gemengteile findet man nur Feldspate. Mikroklin mit Gitterstruktur ist sehr selten; viel häufiger ist der etwas zersetzte Oligoklas; am häufigsten findet man die perthitischen und antiperthitischen Verwachsungen von Orthoklas mit Oligoklasalbit. Die Menge der farbigen Ge-

MAGYAR

mengteile, besonders des Amphibols, übersteigt weit die Masse der farblosen Gemengteile. Die chemische Zusammensetzung des Gesteins ergab sich wie folgt:

SiO_2	48,70%,	MgO	5,18%,
TiO_2	4,31 „	CaO	7,94 „
Al_2O_3	17,09 „	Na_2O	4,84 „
Fe_2O_3	2,00 „	K_2O	1,34 „
FeO	6,80 „	H_2O	1,29 „
MnO	0,12 „	P_2O_5	0,73 „
			100,34%.

Die OSANNsche Formel:

s	A	C	F	a	c	f	n	
57,03	6,08	4,96	20,89	3,8	3,1	13,1	8,4	Straße n. Tölgyes,
54,08				4,5	3	12,5		Typus Mädstein,
52,39				3	3,5	13,5		Typus Canzocoli.

In der OSANNschen Tabelle* finden wir unter der Gruppe der Kamptonite die Typen Mädstein und Canzocoli dem obigen Kamptonit am nächsten stehend; nur im Wert „s" zeigt sich ein Unterschied, indem das Gestein von Ditró etwas saurer ist wie die beiden anderen Typen.

In mineralogischer Hinsicht steht dem erwähnten Gestein sehr nahe ein anderer Kamptonit, welcher gleichfalls im Einschnitt der nach Tölgyes führenden Straße, nahe zu Ditró anstehend vorkommt; derselbe durchschneidet den schieferigen Amphibolsyenit in Form eines metermächtigen Ganges. Dieses Gestein wurde von SZÁDECZKY** beschrieben und durch die chemische Versuchsanstalt in Kolozsvár analysiert. Nach SZÁDECZKY ist das Gestein von poikilitischer oder faseriger Struktur; die Gemengteile sind: wenig Apatit und Magneteisen (teilweise zu Hämatit umgewandelt), viel Titanit, etwas Diopsid, Biotit, Hastingsit-Amphibol, Oligoklasalbit, Kalzit und Epidot. Die chemische Zusammensetzung:

* TSCHERMAKS Min. petr. Mitteilungen XXI, 420.

** Sitzungsber. der medizin.-naturwiss. Sektion des Siebenbürg. Museumsvereins, Kolozsvár 1899, XXI, 237.

SiO_2	49,46%,	CaO	10,62%,
TiO_2	1,88 „	Na_2O	3,38 „
Al_2O_3	19,82 „	K_2O	0,71 „
Fe_2O_3	5,69 „	H_2O	0,06 „
FeO	5,82 „	CO_2	0,31 „
MgO	1,93 „		99,68%.

Die Osannsche Formel:

s	A	C	F	a	c	f	n
56,75	4,16	8,84	17,25	2,8	5,8	11,4	8,8.

Von den bekannten Typen der Kamptonit-Monchiquitgruppe weicht diese Formel stark ab. Jedenfalls ist es sehr auffällig, daß neben so wenig Alkalien die Menge der Tonerde so bedeutend ist; das Verhältnis dieser beiden zueinander erscheint etwas problematisch. Nach der Beschreibung zeigt sich in mineralogischer Hinsicht gegenüber dem vorher behandelten Kamptonit kein nennenswerter Unterschied. Wenn in der zweiten Analyse die Menge der Alkalien etwas größer und diejenige der Tonerde etwas kleiner wäre, dann möchte dieser Unterschied fast ganz verschwinden und die beiden Formeln wären miteinander fast identisch. Es ist höchst wahrscheinlich, daß der Unterschied teilweise durch den verwitterten Zustand des zweiten Gesteines bedingt wird.

Der andere Kamptonit, den ich untersucht habe, stammt aus dem Orotvatale. Dicht unter der Mündung des Tászokbaches, auf der rechten Seite des Orotvabaches durchsetzt ein dünner Gang das Amphibol- und Biotit- führende dunkle Muttergestein, von welchem weiter unten noch die Rede sein wird. Das Gestein ist von dunkler Farbe und großer Zähigkeit. Der Gang zeigt eine Mächtigkeit von nur 10—15 cm und ein nord-südliches Streichen mit fast senkrechtem Einfallen; da er viel zäher ist, wie das Nebengestein, kann man ihn schon von weitem in Form einer Rippe herausmodelliert erkennen. Im dichten Gestein erkennt man makroskopisch nur die glänzenden Amphibolnadeln von 1—2 mm Länge; Struktur panidiomorph-körnig. Als älteste Ausscheidung erkennt man Apatit in gedrungenen faßförmig abgerundeten Prismen und die spärliche Menge der xenomorphen Erzkörnchen. Den reichlichen Titanit findet man teilweise in

xenophormen Körnern, teilweise wieder in den bekannten briefkuvertförmigen Kristallen ausgebildet. Der Biotit gehört auch hier der Lepidomelangruppe an; Gleochroismus stark (gelb und grünlichbraun), Achsenwinkel sehr klein, Charakter negativ; im Innern mit dunklen opaken stäbchenförmigen Einschlüssen, welche in 2—3 Richtungen gesetzmäßig geordnet ein regelmäßiges Gitter bilden. Der Amphibol ist in der Prismenzone automorph ausgebildet und wird durch die Prismen- und Seitenflächen begrenzt; Pleochroismus höchst kräftig: a = gelblich, b = dunkelgrün, c = dunkel bläulichgrün, Auslöschungsschiefe auf der Seitenfläche c : c = 16°, Doppelbrechung sehr schwach, Achsenwinkel sehr klein, die Kristalle erscheinen fast einachsig, optischer Charakter negativ. Manche Kristalle sind ganz übersät von kleinen Erzpartikelchen, welche entweder zonenförmig oder regellos angeordnet sind. Kleine Mengen von Epidot bilden verästelnde Häufchen. In großen Massen erscheinen kleine, stark lichtbrechende, farblose mikrolithische Stäbchen. Im Vergleich zum reichlichen Biotit und Amphibol bleibt die Menge des Feldspat weit zurück. Die Feldspattafeln und -körner löschen fast gerade aus; die Zwillingslamellierung wird meist unerkennbar fein, die Lichtbrechung bleibt immer größer, wie diejenige des Kanadabalsams, und somit gehören sämtliche Feldspate in die Oligoklasreihe. Stellenweise wird der Oligoklas ganz erfüllt von feinen sekundären Muskovitschuppen. Die chemische Zusammensetzung des Gesteins ergibt sich:

SiO_2	45,97%,	MgO	4,76%,
TiO_3	4,59 „	CaO	8,43 „
Al_2O_3	17,67 „	Na_2O	5,87 „
Fe_2O_3	4,74 „	K_2O	1,58 „
FeO	5,60 „	P_2O_5	0,09 „
MnO	0,11 „	H_2O	0,54 „
			99,95%.

Die Osannsche Formel:

s	A	C	F	a	c	f	n	
54,32	7,36	4,06	22,84	4,3	2,4	13,3	8,5	Orotva.
54				4,5	3	12,5		Typus Mädstein.

Die Verwandtschaft mit dem Typus Mädstein* ist im höchsten Maße auffällig.

Das Muttergestein von diesem Gange wurde von SZÁDECZKY** als ein Kamptonit beschrieben, aber mit der Bemerkung, daß „der Kamptonit selbst von einem weißen, dichten aplitischen Gestein netzförmig injiziert wird." Gleichzeitig erwähnt SZÁDECZKY, daß man bei der Einmündung des Tászokbaches in den Orotvabach auf beiden Ufern des letzteren das erwähnte Gestein vorfindet, „infolgedessen haben wir einen breiteren Gang oder vielleicht eine kleinere stockartige Masse vor uns." Diese letztere Beobachtung kann ich nur bestätigen: einerseits die Ausbildung in größerer Masse, anderseits der Umstand, daß das Gestein von aplitischen und typisch-kamptonistischen Gängen durchädert wird. Außerdem geht das Gestein, wie wir sehen werden, nach Norden und Westen zu in einen typischen Amphibolperiodit über. Alle diese Umstände beweisen, daß hier kein breiter Gang, sondern eine durch Differentiation entstandene, größere basische Masse vor uns liegt. Eingehend wird diese Differentiation später in einer Monographie des Syenitmassivs behandelt werden.

Das Gestein ist ziemlich großkörnig und von dunkler Farbe; sämtliche Gemengteile sind Phanerokristalle. Dunkle 2—3 mm große Glimmerschuppen, bräunlichschwarze Amphibolprismen von 1—2 mm Länge, briefkuvertförmige honiggelbe Titanitkristalle von 1—4 mm Durchesser, 1 mm große gedrungene faßähnlichbauchige Apatitprismen, kleine Erzkörner, dunkelgrüne kurze Augitprismen werden von xenomorphen Feltspatkörnern zusammengekittet.

Unter dem Mikroskop erkennt man die typische poikilitisch-körnige Struktur; die Feldspatkristalle umschließen die übrigen Gemengteile. Die faßähnlich abgerundeten Apatitprismen sind reichlich vorhanden; spärlich findet man auch Erzpartikelchen. Die scharf automorph ausgebildeten Titanitkristalle bestehen aus vielen sich wiederholenden Zwillingslamellen; oft enthalten sie Pyroxen- und Erzkörner als Einschlüsse. Der kurzprismatisch

* TSCHERMAKS Min. petr. Mitteilungen XXI, 420.

** Sitzungsber. d. medizin.-naturwiss. Sektion des Siebenbürg. Museumsvereins. Kolozsvár 1899, XXI, 231.

ausgebildete Pyroxen ist unter dem Mikroskop grün durchsichtig; meist ist er automorph und wird von den Prismen-, Quer- und Längsflächen begrenzt. Oft findet man denselben als Einschluß im Titanit; nach dem optischen Verhalten gehört er in die Diopsidreihe (Auslöschungswinkel auf der Längsfläche $c : c = 40^0$, optischer Charakter positiv, Achsenwinkel ca. 60^0, kein Pleochroismus), in einigen Fällen wird er von einem dünnen Amphibolmantel umgehen. Die Biotitschuppen sind stark pleochroistisch: a = gelb, b und c = dunkelbraun, optischer Charakter negativ, Achsenwinkel ziemlich groß; sie enthalten oft Epidot- und Diopsideinschlüsse. Der spärliche Epidot findet sich nur im Biotit und zwar mit demselben meist eng verwachsen; sein optisches Verhalten ist ganz normal.

In größter Menge trifft man den Amphibol an. In der Prismenzone gut ausgebildet, zeigt er einen vier- oder sechseckigen Durchschnitt; vereinzelt erkennt man sogar die terminale Pyramidenfläche. Optische Eigenschaften: Auslöschungswinkel auf der Längsfläche $c : c$ = ca. 10^0, Pleochroismus kräftig: a = gelb, b = dunkelbraun, c = tief dunkelbraun; optischer Charakter negativ, Achsenwinkel sehr klein, Doppelbrechung sehr kräftig. Dieses Verhalten deutet auf den Barkevikit. In seltenen Fällen sind einzelne Teile des Amphibols, besonders die randlichen Partien, ganz farblos und zeigen keinen Pleochroismus; aus Mangel an geeigneten Durchschnitten konnten diese Teile nicht näher bestimmt werden; aller Wahrscheinlichkeit nach sind sie identisch mit dem oben erwähnten Diopsid. Der Amphibol enthält sehr oft Titaniteinschlüsse.

Die Feldspatindividuen sind xenomorph; sie umschließen die übrigen Gemengteile. Die Zwillingslamellierung ist nicht immer erkennbar; meist wird sie sehr dicht; die einzelnen Individuen bestehen aus 40—50 Lamellen. Die Auslöschung auf der Längsfläche und der Basis ist fast gerade, der Brechungsexponent übersteigt etwas denjenigen des Kanadabalsams, somit gehört der Feldspat der Reihe des Oligoklasandesins an. Nach der mineralogischen Zusammensetzung hat das Gestein die richtige systematische Stellung in der Familie der Essexite bzw. der nephelinarmen Theralite und Shonkinite. Die chemische Zusammensetzung des Gesteins ist folgende:

SiO_2	42,91%,	MgO	8,32%,
TiO_2	6,84 „	CaO	10,87 „
Al_2O_3	12,70 „	Na_2O	3,18 „
Fe_2O_3	4,21 „	K_2O	1,39 „
FeO	7,71 „	P_2O_5	0,58 „
MnO	0,08 „	H_2O	1,10 „
			99,89%.

Die OSANNsche Formel:

s	A	C	F	a	c	f	n	
51,52	4,25	3,76	32,44	2,1	1,9	16,0	7,8	Orotva,
52				3	1	16		Typus Kunjoktal,
49				2	1	17		Typus Square Butte.

Diese Formel beweist ebenfalls nur die Tatsache, daß das Gestein in die Gruppe der Essexite, Shonkinite und Theralite gehört, in der OSANNschen Tabelle* findet man als nächstliegende Typen diejenige vom Kunjoktal (Therklit) und vom Square Butte (Shonkinit).

Unter den älteren Analysen finden wir mehrere, welche auf die basischen Gruppen der Foyaite oder auf die Kamptonite hindeuten.

FELLNER** beschreibt unter dem Namen Syenit ein Gestein, dessen Gemengteile weißer Feldspat (der Analyse zufolge Oligoklas), Amphibol, bräunlichschwarzer Glimmer und Zirkonkörner sind. HERBICH*** betont, daß dieses Gestein nicht den gewöhnlichsten Typus des Gebirges darstellt. Die Zusammensetzung nach FELLNER ist die folgende:

SiO_2	48,94%,	CaO	8,76%,
ZrO_2	1,30 „	Na_2O	5,20 „
Al_2O_3	15,89 „	K_2O	3,02 „
FeO	14,25 „	Glühverlust	1,13 „
MgO	1,27 „		99,76%.

Die OSANNschen Werte:

---

* TSCHERMAKS Min. petr Mitteilungen XIX 429—430.

** Verhandl. d. k. k. Geol. Reichsanstalt 1867, 169.

*** Jahrbuch der königl. ungar. Geol. Anstalt, Bd. V, Heft 2.

s	A	C	F	a	c	f	n	
55,67	7,81	2,69	23,33	4,6	1,6	13,8	7,2	Piricske,
54				4	1	15		Typus Davis Creek (Eläolithsyenit),
57				5	1,5	13,5		Typus Rongstock (Essexit).

In der OSANNschen Tabelle* findet das Gestein gerade zwischen den basischsten Eläolithgesteinen (Davis Creek) und den sauersten Essexiten (Rongstock) den richtigten Platz; jedenfalls steht es sehr weit entfernt vom Typus Ditró der Eläolithsyenite, welcher entschieden einen der sauersten Typen darstellt.

Zu den äußerst basischen Ausscheidungen müssen wir den Peridotit (Hornblendit) rechnen, den wir im Oberlauf des Tászokbaches und westlich von der Einmündung des Tászokbaches im Orotvatale aufgeschlossen antreffen. Dieser Typus entwickelt sich sukzessive aus dem vorletzt erwähnten Gestein des Orotvabaches heraus und kann nur als das äußerst basische Differentationsprodukt betrachtet werden.

Das Gestein ist auffallend grobkörnig; trotzdem erkennt man makroskopisch nur den bräunlichschwarzen Amphibol und eventuell noch den Feldspat, dessen Menge aber fast verschwindend gering ist. Die xenomorphen Amphibolkristalle mit einem Durchmesser von 1—2 cm sind von winzigen Körnern anderer Mineralien durchwachsen: sehr selten erkennt man eine automorphe Ausbildung in der Prismenzone. Die optischen Eigenschaften dieses Amphibols: Auslöschung auf der Längsfläche $c : c$ = ca. 12°, Charakter negativ, Achsenwinkel nahezu 90°, Pleochroismus kräftig, a = hellgelb, b = dunkelbraun, c = tief dunkelbraun, Doppelbrechung kräftig. Im Innern der Kristalle finden wir primäre und sekundäre Erze, nämlich krappbraun durchsichtige Ilmenittäfelchen, welche in parallelen Reihen geordnet ein Gitter bilden. Für die primäre Bildung dieser Gitter spricht der Umstand, daß gerade entlang der Spaltungsrichtungen sich keine Lamellenreihen einschalten, sondern dieselben verqueren. Außer dem Ilmenit finden wir im Amphibol noch zahlreiche opake Stäbchen, welche

* TSCHERMAKS Min. petr. Mitteilungen XIX, 405 und 428.

einerseits in Spaltungslinien, andererseits in dichten Gittern angeordnet sind; die Linien des Gitters laufen der Längs- und Querfläche parallel. Außer diesen Erzen findet man im Amphibol ziemlich oft Pyroxeneinschlüsse, und zwar poikilitisch eingewachsen. Aus Amphibol besteht die Hauptmasse des Gesteins, und ist im Vergleich zu demselben die Menge der übrigen Gemengteile nur sehr untergeordnet.

Den Pyroxen findet man einerseits in automorphen Kristallen, andererseits in xenomorphen Körnern. Sein optisches Verhalten ist veränderlich; entweder farblos, mit einer Auslöschung auf der Längsfläche c : c = ca. 40°, Charakter positiv, Achsenwinkel ca. 60°, d. h. ein Glied der Diopsidreihe, oder in hellen blauen Farben durchsichtig und dann mit einem wechselnden optischen Achsenwinkel, ohne erkennbaren Pleochroismus, aber mit einer kräftigen Bissetricendispersion; dieses Verhalten charakterisiert die titanhaltigen Augite. Diese beiden Augitarten gehen gewöhnlich allmählich ineinander über. Häufige Erscheinungen im Augit sind die aus feinen Ilmenitlamellen bestehenden Einschlüsse, welche gleichfalls gitterartig, in parallelen Reihen angeordnet sind. Sie sind in verwittertem Zustande von kleinen Leukoxenkörnchen umgeben. Selbst der Augit bildet oft Zwillinge nach der Querfläche.

Der Olivin ist in xenomorphen Körnern ausgebildet, welche mit schwarzen Rändern und Adern von Eisenoxyd umgeben und durchädert sind; der optische Charakter ist negativ oder positiv, der Achsenwinkel wechselt um 90°. Viele Olivinkörner sind vollständig zersetzt, an ihrer Stelle bemerkt man nur Kalzit, Serpentin und die sekundären Eisenerze. An Menge stehen der Augit und Olivin weit dem Amphibol nach.

Von den Erzen findet man größere Magnetitkörnchen, Ilmenittäfelchen und einzelne Pyritkriställchen; Magnetit und Ilmenit sind von Leukoxen umrandet. Leukoxenäderchen findet man oft auch im Augit und Amphibol. Reichlicher Apatit hat sich in größeren Körnchen und abgerundeten, gedrungenen Prismen ausgebildet; parallel der Hauptachse sind opake stäbchenförmige Einschlüsse angeordnet: Kalzit bildet meist Pseudomorphosen nach Olivin. Gleichfalls sekundärer Bildung wie der Kalzit ist auch der Epidot, welcher in Form von Bändern oder kleineren An-

sammlungen das Gestein durchzieht. Die Plagioklase gehören der Reihe Oligoklas-Andesin an und finden sich nur in äußerst spärlichen xenomorphen Körnchen. Die chemische Zusammensetzung des Gesteins ist folgende:

SiO_2	40,69%,	CaO	13,75%,
TiO_2	6,23 „	Na_2O	1,77 „
Al_2O_3	10,15 „	K_2O	0,57 „
Fe_2O_3	4,05 „	P_2O_5	0,28 „
FeO	8,60 „	H_2O	0,57 „
MnO	0,20 „	S	0,30 „
MgO	12,60 „		99,76%.

Die Osannschen Zahlen:

s	A	C	F	a	c	f	n
46,57	2,13	4,00	41,17	0,9	1,7	17,4	82.

Einen Typus, der diesen Werten entspricht, finden wir in der Osannschen Tabelle überhaupt nicht, doch erkennt man aus der Tabelle, daß das Gestein in die Gruppe der Peridotite gehört und am zweckmäßigsten als Hornblendit bezeichnet werden kann.

Das Gestein wurde schon durch Herbich* untersucht, nur verkannte er die geologische Position desselben. Herbich faßte das Gestein nicht als eine basische Differentiation des Syenits auf, sondern brachte dasselbe in Verbindung mit den benachbarten kristallinen Schiefern. Schon Herbich hatte erkannt, daß „unter der Einmündung des Tászokbaches auf der rechten Seite des Orotvatales schwarze Gesteinspartien erscheinen, welche sich fast bis zum Distrikt des Tászokbaches verbreiten." Er unterscheidet kristallinische a) grobkörnige, b) kleinkörinige, c) mikrokristallinische Amphibolgesteine. Das grobkörnige Gestein besteht nach seinen Angaben aus Amphibol und Chlorit mit akzessorischem Pyrit und Chalkopyrit. Die chemische Zusammensetzung dieses Gesteins lautet nach Fellner:

SiO_2	43,44%,	MgO	9,87%,
Al_2O_3	15,64 „	K_2O	1,22 „
FeO	14,42 „	Glühverlust	1,12 „
CaO	14,86 „		100,57%.

* Jahrbuch d. königl. ungar. Geol. Anstalt, Bd. V, Heft 2.

Die Osannsche Formel:

s	A	C	F	a	c	f	n
45,2	0,81	8,76	35,70	0,4	3,9	15,7	—

Die chemische Zusammensetzung beweist die Identität mit dem vorherigen Gestein. Der geringe Unterschied zwischen den beiden Analysen ergibt sich aus dem Umstande, daß in der Analyse von Fellner die Menge des Titans nicht bestimmt wurde.

Von den mikrokristallinischen Amphibolgesteinen hatte Fellner zwei analysiert. Beide Gesteine stammen aus dem Orotvatale und durchbrechen den Syenit nach den Angaben Herbichs gangförmig. Die chemische Zusammensetzung des einen ist folgende:

SiO_2	37,78%,	MgO	2,84%,
Al_2O_2	16,01 „	Na_2O	2,44 „
FeO	24,62 „	K_2O	0,61 „
CaO	14,40 „	Glühverlust	1,00 „
			99,70%.

Die Osannsche Formel:

s	A	C	F	a	c	f	n	
41,91	3,05	7,40	37,19	1,3	3,1	15,6	8,6	Orotva,
41				1	2	17		Typus Hot Springs.

Unter den Ganggesteinen stehen die Alnöite diesem Typus am nächsten; in der Gruppe der Alnöite zeigt der Typus Hot Springs die größte Verwandtschaft mit dem Gestein des Orotvatales. Das letztere ist der basischste Typus unter den bekannten Gesteinen von Ditró.

Das andere mikrokristallinische Amphibolgestein, welches aus dem Orotvatale herstammt, durchschneidet gangförmig den Syenit; dasselbe ist bedeutend saurer, und ist seine Zusammensetzung nach Fellner folgende:

SiO_2	45,54%,	CaO	10,11%,
Al_2O_3	14,94 „	Na_2O	4,62 „
FeO	19,62 „	K_2O	1,90 „
MgO	1,30 „	Glühverlust	0,96 „
			98,99%.

Die OSANNsche Formel:

s	A	C	F	a	c	f	n	
51,10	6,38	3,48	29,18	3,3	1,8	14,9	7,8	Orotva,
52,5				3,5	2	14,5		Typus Ziegenberg.

Dieses Gestein ist schon ein typischer Kamptonit mit einer chemischen Zusammensetzung, welche dem Typus Ziegenberg sehr nahe steht.*

Alkalisyenite, welche keinen Nephelin enthalten, wurden schon von SZÁDECZKY untersucht; wir sind sogar im Besitze der Analysen von zwei solchen Gesteinen. Die geologische Position dieser Alkalisyenite wird später in der Monographie des Eläolithsyenitmassivs von Ditró erörtert.

Diese Gesteine gehören einem viel saureren Typus an als der Eläolithsyenit. Diese Eigenschaft äußert sich auch in ihrer mineralogischen Zusammensetzung. Am typischsten ausgebildet finden wir sie an der Straße Ditró—Borszék bei der Häusergruppe Halaság (und östlich von diesem Ort). SZÁDECZKY bezeichnet das eine der beiden analysierten Gesteine mit dem Namen Nordmarkit dieses Gestein steht auf der rechten Seite des Orotvabaches längs der Straße Ditró—Borszék an. Die Gemengteile sind: Hämatit, Magnetit, Apatit, Biotit, Muskovit, Mikroklin, Ortoklas, Albit, Oligoklasalbit. Die chemische Zusammensetzung:

SiO_2	62,52%,	CaO	1,65%,
Al_2O_3	23,54 „	Na_2O	4,16 „
Fe_2O_3	2,15 „	K_2O	4,02 „
FeO	1,38 „	H_2O	0,03 „
MgO	0,26 „		99,71%.

Die OSANNsche Formel kann aus dieser Analyse nicht berechnet werden, da das Gestein mit Tonerde in solchem Maße übersättigt ist, daß wir für die Zahl „F“ schon einen negativen Wert bekommen: s = 72,09, A = 7,25, C = 7,99 und F = — 2,57. Entweder war das analysierte Gestein stark zersetzt oder aber wurde die Tonerde unrichtig bestimmt.

Das andere nephelinfreie Gestein kann als Quarznordmarkit bezeichnet werden; dasselbe steht in der Nähe der Häusergruppe

* TSCHERMAKS Min. petr. Mitteilungen XXI, 424.

Halaság bei der Mündung des Puskásbaches an. Die Gemengteile sind: Hämatit, Zirkon, Biotit, Muskovit, Mikroklin, Orthoklas, Oligoklasalbit, Anorthoklas und reichlicher Quarz. Die chemische Zusammensetzung ist folgende:

SiO_2	67,99%,	CaO	1,44%,
Al_2O_3	17,54 „	Na_2O	4,92 „
Fe_2O_3	1,17 „	K_2O	5,78 „
FeO	0,82 „	H_2O	0,05 „
MgO	0,13 „		99,84%.

Die OSANNsche Formel:

s	A	C	F	a	c	f	n	
75,5	9,39	2,07	1,53	14,5	3,2	2,3	5,6	Halaság,
73,5				14	0	6		Typus Beaver Creek.

Diese Formel zeigt die größte Ähnlichkeit mit dem Typus Beaver Creek*, nur in den Werten „c“ und „f“ erkennt man eine bedeutendere Abweichung; die Ursache dieses Umstandes findet man in dem viel zu großen Wert der Tonerde. Gleichwie im vorigen Falle wurde hier wieder entweder die Tonerde unrichtig bestimmt oder aber war das Gestein bereits stark zersetzt.

Schon aus diesen vorläufigen Untersuchungen kann man erkennen, daß im Syenitmassiv von Ditró sämtliche Glieder der Foyaitreihe aufzufinden sind; die sauersten Glieder der Reihe stellen die Quarznordmarkite, die basischsten die Hornblendite dar. Die eingehende Untersuchung dieser Gesteine, ihre gegenseitigen Beziehungen und ihre geologische Position wird später in einer größeren Monographie behandelt werden.

Literatur.

(Mit ausschließlicher Rücksicht auf diejenigen Werke, welche die chemische Zusammensetzung behandeln.)

A. FELLNER, Chemische Untersuchung des Gesteins von Ditró. Verhandlungen der k. k. Geol. Reichsanstalt 1867, 169.

A. FELLNER, Untersuchung des Miascites von Ditrópatek. Verhandlungen der k. k. Geol. Reichsanstalt 1867, 285.

* TSCHERMAKS Min. petr. Mitteilungen XIX, 390.

F. Herbich, Geologische und paläontologische Beschreibung des Széklerlandes. Jahrbuch der königl. ungar. Geol. Anstalt, Bd. V, Heft 2.

A. Koch, Petrographische und tektonische Verhältnisse des Syenitstockes von Ditró in Ostsiebenbürgen. Neues Jahrb. für Min. Geol. Pal. Beilageband I, 132.

J. v. Szádeczky, Sitzungsberichte d. medizin.-naturwiss. Sektion des Siebenbürg. Museumsvereins 1899, XXI, 209. Franz. Revue S. 23. Kolozsvár.

A. Osann, Versuch einer chemischen Klassifikation der Eruptivgesteine. Tschermaks Min. petr. Mitteilungen XIX, 351 und XXI, 365.

[Aus dem Mineralogisch-petrographischen Institut der Universität und dem Mineralogisch-geologischen Institut der Technischen Hochschule. Vorgelegt der Ungar. Akademie der Wissenschaften am 19. Februar 1912.]

9.

PHYLOGENETISCH-TAXONOMISCHE UND PHYSIOLOGISCH-ANATOMISCHE STUDIEN ÜBER SCHIZAEA.

Hierzu Taf. I—IX.

Von Prof. Dr. ALADÁR RICHTER c. M. in Pozsony.

Inhalt: I. Einleitung und allgemeine Betrachtungen über *Schizaea*. II. Zwei neue Schizaeen aus der *Lophidium*-Gruppe und die phylogenetische Reihenfolge der Schizaeen. III. Vergleichend-anatomische Übersicht der Lophidien auf taxonomischer und physiologischer Grundlage. IV. Die Korrelation des Durchlüftungs- und mechanischen Systems in der Struktur der Schizaeen. V. Pflanzengeographische Betrachtung der Schizaeen auf phylogenetischer und physiologischer Grundlage. VI. Als Schlußwort: Botanische Forschungsrichtungen einst und jetzt, in bezug auf die ungarischen Verhältnisse. VII. Erklärung der Tafeln.

I. Einleitung und allgemeine Betrachtungen über *Schizaea*.

LAJOS v. BIRÓ, der verdienstvolle ungarische Erforscher Neu-Guineas, hat durch seine reichen Sammlungen auch die botanische Wissenschaft mit einer interessanten Pflanze bereichert, deren Exemplare DR. GÉZA v. HORVÁTH, o. M. d. Akad. d. Wissensch., noch 1899 mir zugestellt hatte, da ich LAJOS v. BIRÓ auch einigermaßen behilflich sein konnte zur Ausführung seiner Neu-Guinea-Forschungen.

BIRÓs Pflänzchen ist eine zum Kreise der Pteridophyten gehörige *Schizaea* SM. (Mém. Acad. Turin 5. 419. 1793); nach einigen, hauptsächlich amerikanischen Botanikern (z. B. MAXON) richtiger *Lophidium* RICH. (Act. Soc. Hist. Nat. Paris 1. 144. 1792). Ich muß bemerken, daß der Name *Lophidium* in DIELS' die Schizaeen behandelndem Resümé die III. Sektion derselben bezeichnet*, und daß dieser Name gleichsam mit dem des Subgenus gleichwertig

* DIELS: Schizaeaceae. In ENGLER-PRANTL, Natürl. Pflanzenfamil. I. Teil. 1902, p. 356 et sequ.

ist. Aus dem genügend reichen Materiale der Biró'schen Exemplare ersehe ich, daß die Individuen der zu beschreibenden neuen *Schizaea* gewöhnlich unter den Polstern des *sphagnum*artigen *Exodictyon* leben (Taf. II, Fig. 20 *b*), und daß die (möglicherweise konsequente) Vergesellschaftung der erwähnten *Schizaea* mit dem *Exodictyon* im Lebensinteresse derselben steht; dafür zeugt wenigstens das umfangreiche, aus dünnwandigen und weitlumigen Zellen gebildete Grundparenchyma* des Blattstieles, welches sich zwischen dem genügend scharf abgesonderten Hautgewebe und der gewöhnlich deutlich hervortretenden Endodermis entwickelt (Taf. IV, Fig. 37 *pr*), obwohl der Körperbau des Pflänzchens an Anspruchslosigkeit (Taf. I, Fig. 1—7) mit der ebenfalls in Gesellschaft von *Sphagnum* lebenden *Sch. pusilla*** oder *Sch. Germani* wetteifert. Indessen sind die letzteren Glieder jener Gruppen der Schizaeen, welche auch phylogenetisch abweichen, von Prantl als Pectinatae bzw. Digitatae (*Actinostachys* Wall.) unterschieden worden. Biró's neue *Schizaea* aber weicht von jenen ab und gehört in die Gruppe der Dichotomae Prantl (*Lophidium* Rich. p. p.).

Innerhalb dieser Gruppe unterscheidet Prantl nur zwei Arten.*** Die eine, *Schizaea Poeppigiana* Sturm, ist eine neotropische „Sch. dichotoma". Diese Pflanze des tropischen Amerikas ist auch unter diesem Sammelnamen (nomen collectivum) genannt worden, bis Sturm 1859 den neuen Namen verbreitete; nach Hookers und Bakers Synopsis Filicum† beinahe bis zur jüngsten Zeit.

Griesebach hat dieses neotropische (occidentale) Glied der *Lophidium-Dichotomae*-Reihe 1866 mit dem zwar geographisch

---

* Grundparenchyma in der Bedeutung, wie es Thomae in seiner „Die Blattstiele der Farne" betitelten Abhandlung benutzt: Pringsheim, Jahrb. für wiss. Botan. XVII. Bd. 1886, p. 99.

** North American Flora, Vol. 16 (1909), Part. I., p. 37.

*** Prantl, K.: Untersuchungen zur Morphologie der Gefäßkryptogamen. II. Heft. Die *Schizaeaceen*, morphologisch und systematisch bearbeitet. Mit 8 Tafeln u. 1 Holzschnitt. Leipzig 1881, p. 130. — Da ich mich auf dieses klass. Werk von Prantl häufig berufe, bezeichne ich es hinfort bei den Zitaten kurz mit Prantl II.

† L. c. (1874), p. 430.

bezeichnenden, im übrigen aber überflüssigen neuen Namen *Sch. occidentalis* belegt; im Gegensatze zur paläotropisch-orientalen Gliederung, deren ursprünglich von LINNÉ stammender Name *Acrostichum dichotomum* L. (Sp. Pl. p. 1525) = *Sch. dichotoma* (L.) SM. (s. ampl.) Mém. Acad. Turin. 5. 422. t. 9, 1793. [SWARTZ (Syn. Filic. p. 150); WILLDENOW (Act. Acad. Erford. 1802, p. 30, t. 3, f. 2); WILLD. (Sp. Pl. v. 5, p. 87); SMITH (in Rees Cycl.); BROWN (Prodr. Fl. Nov. Holl. p. 162); HOOKER-GREVILLE (Icon. Filicum. Vol. I, 1831, Tab. XVII) etc.], höchstens als Sammelbegriff der Spezies (species collectiva) ein wenig enger geworden war. Zugleich aber muß anerkannt werden, daß er dies mit Hinsicht auf die geographische Verbreitung der Arten sehr zutreffend getan hat.

Das zitierte Werk von HOOKER und BAKER verrät noch keine artliche Identität der *Sch. Poppigiana* (sic!) und der *Sch. occidentalis* bezüglich der amerikanischen „Sch. dichotoma". In phylogenetischer Hinsicht ist hingegen HOOKER-BAKERS (l. c. p. 430) mit der Beschreibung von *Sch.* (*Loph.*) *dichotoma* SW. gemachte Bemerkung beachtenswert, daß nämlich „die polynesische *Sch. cristata* WILLD. eine breitblättrige Form der *Sch. dichotoma* ist, mit breiteren Gabelzweigen, als gewöhnlich." In bezug auf die amerikanische *Sch. occidentalis* (= *Poeppigiana*) indessen wird geradezu betont, daß sie „den charakteristischen Zug dieser Pflanze nicht als beständig guten ansähen". Schließlich ist die HOOKER-BAKERsche Auffassung bezüglich der schon von PRANTL-CHRISTENSEN-DIELS und vielen anderen richtig unterschiedenen *Sch. Poeppigiana* und nicht weniger für *Sch. cristata* gänzlich unhaltbar geworden.

Der eigenartige Speziesbegriff der englischen Botaniker, welche die auch geographisch häufig große Abweichung zeigenden Varietäten (qu. subsp.) ja sogar ganz gute „Arten" in einen übermäßig weit gefaßten Artbegriff einschließen, ist allgemein bekannt; mit anderen Worten, daß sie so im großen und ausschließlich aus floristisch-morphologischen Gesichtspunkten beurteilte weite „Formenkreise" einfach als „Arten" betrachten, ohne auf die, aus den Artentwickelungsreihen hervorgehenden Tatsachen systematisch Gewicht zu legen.

Die Bestätigung all dessen ist der allgemein benutzte Kew-

Index, und wer die noch jetzt im großen die Auffassung HOOKERS unterstützende und unleugbar noch immer weltbeherrschende Rolle des Kew-Gardens und die systematische Tätigkeit des Kew-Herbariums kennt, wird auch wissen, daß das im Vergleiche zu den großartigen Verhältnissen des Kew-Gardens und Kew-Herbariums fast verschwindend kleine Jodrell Laboratory (= Kew-Gardens Pflanzenanatomisches Laboratorium), trotz seiner hervorragenden Leistungen, bisher durchaus nicht den gewünschten Einfluß auf die „englische Systematik" erzielen konnte. Ist doch auf Grundlage der in einem VESQUE und VAN-TIEGHEM zur Reife gekommenen französischen, eigentlich mit RADLKOFER-ENGLER-SOLEREDER an der Spitze zum Siege gelangten „deutschen Schule" das schon in der ganzen Welt verbreitete Werk SOLEREDERS: „Systematische Anatomie der Dicotyledonen" (Stuttgart 1899—1908) entstanden, dessen autorisierte englische Ausgabe gleich dem Originale folgte.*

Man braucht sich nicht zu wundern, daß wir den auffallenden Gegensatz dieser in Kürze charakterisierten englischen Auffassung in CHRISTENSENS Index vertreten sehen, insofern er zwar einerseits die Sonderstellung der amerikanischen *Sch. Poeppigiana* anerkennt**, anderseits aber die WILLDENOWsche *Sch. cristata* verwirft, obwohl dieser richtig gebildete Artbegriff aus der die konservativen Prinzipien der Species Plantarum bekennenden Zeit stammt***

Rein nach literarischen Studien beurteilt ist es auch schwierig anzunehmen, daß WILLDENOW selbst nach LINNÉS *Acrostichum* (= *Schizaea*) *dichotomum* gleich eine solche Art beschrieben haben soll, die sogar als Form unbedeutend wäre.† Im Laufe der Zeiten hat die in der richtigen Unterscheidung von *Sch. cristata* sich zeigende

* Systematic Anatomy of the Dicotyledons. A Handbook for Laboratories of pure and applied Botany by H. SOLEREDER. — Translated by L. A. BOODLE and F. E. FRITSCH, revised by D. H. SCOTT. — Vol. I., II. Oxford, Clarendon Press, 1908.

** CARL CHRISTENSEN: Index Filicum sive enumeratio omnium generum specierumque Filicum et Hydropteridum ab anno 1753 ad finem anni 1905 descriptorum, adjectis synonymis principalibus, area geographica etc. Hafniae 1906, p. 617.

*** CAROLI LINNÉ: Sp. Plant. Ed. IV. Cur. C. L. WILLDENOW, Tom. V, p. 88.

† LINNÉ-WILLDENOW: Sp. Pl. pp. 87—88.

Auffassung WILLDENOWS Bestätigung gefunden; denn in CHRISTS zusammenfassendem Werke: „Die Geographie der Farne" (1910), erhält sie mit der von SPRENGEL um dieselbe Zeit unterschiedenen und gleichfalls in die Formengruppe der „Sch. dichotoma" gehörenden *Sch. Forsteri** zusammen Bürgerrecht; als das enger umgrenzte Gebiet (area geographica) der geographischen Verbreitung der letzteren müssen wir Neu-Kaledonien betrachten.

SPRENGEL beschreibt in seinem genannten Werke die *Sch. Forsteri* sehr treffend und bemerkt richtig, daß die von FORSTER stammende Bestimmung der neukaledonischen Pflanze unter dem Namen „Acrostichum dichotomum" unrichtig, da sie von dieser vollkommen verschieden ist (l. c. p. 145).

Daß trotz alledem diese Pflanze Neu-Kaledoniens in den großen Sammlungen durch FRANC (à Noumea, X. 1906) — BONATI und, was bemerkenswert, nach der Bestimmung von CHRIST unter dem Namen „Sch. dichotoma" statt der richtigen *Sch. Forsteri* verbreitet ist, ist bloß auf die allzu weit (ich möchte sagen: zu bequem gedeutete) Auffassung der Art zurückzuführen; in solcher Weise, als wenn jemand (z. B. die Engländer) die amerikanische *Sch. Poeppigiana* auch in die Art der „Sch. dichotoma" hineinziehen würde, obwohl die beiden durch ihre Sporen (Taf. I, Fig. 13 bis 16, Taf. II, Fig. 22—23) und auch auf Grund anderer morphol. und anat. Eigenartigkeiten voneinander gut zu unterscheiden sind (Taf. III, Fig. 31, 32), ungeachtet der von PRANTL II, p. 139 gegebenen trefflichen Beschreibung der *Sch. Poeppigiana.* Seiner Auffassung nach sind die von VEILLARD sub Nr. 1666 herausgegebenen, ferner auch GRUNOWS ebenfalls unter dem Namen „Sch. cristata" bekannten neukaledonischen Schizaeen (Thio, IX. 1884, Serpentinberge) alle *Sch. Forsteri.* In den weiteren Erörterungen gegebene Resultate indessen sind an dem FRANC-BONATIschen Exemplare festgestellt worden.

---

* SPRENGEL, KURT: Anleitung zur Kenntnis der Gewächse in Briefen. Dritte Sammlung. Wien 1805, p. 144. — Das Zitat ist richtig. WILLDENOWS wahrscheinlich durch Druckfehler veranlaßtes Zitat „p. 157" benutzten, mit der ebenfalls unrichtig zitierten Jahreszahl 1804, CHRISTENSEN und auch andere; ein Zeichen dafür, daß das erwähnte Werk von SPRENGEL zwecks Überprüfung der Zitate nicht durchgesehen worden ist.

CHRISTENSEN hat wahrscheinlich nur die Autorität WILLDENOWS zum einstweiligen Unterdrücken von SPRENGELS *Sch. Forsteri* gebracht, der diesen Namen, ohne einen Grund anzugeben, bloß als Synonym von *Sch. dichotoma* anführt (WILLD. l. c. p. 88; CHRISTENSEN l. c. p. 616).

SPRENGELS Pflanze ist indessen die von FORSTER gefundene neukaledonische „Sch. dichotoma", deren gelungenes Bild nach SPRENGEL (l. c. p. 145) in dem II. Bd. von SCHRADERS Journ. für Botan. (1800) auf Taf. 2, Fig. 3—4 durch BERNHARDI gegeben wird.

Zwischen der von den Gesellschaftsinseln beschriebenen WILLDENOWschen *Sch. cristata* und der neukaledonischen *Sch. Forsteri* besteht ein enger pflanzengeographischer Zusammenhang und sie fallen in die Hauptmasse der verbreitetsten und meiner Ansicht nach in der vollkommenen Evolution der Artentwickelung stehenden „Sch. dichotoma", sozusagen in das Zentrum jener paläotropischen Richtungslinie dieser weitgedeuteten Spezies, welches der Schauplatz neuer artlicher Gestaltungen ist, Artgestaltungen, die in diesen paläotropischen Gebieten auch heute noch bestehen. Am ausgeprägtesten ist dies der Fall auf dem Boden Neu-Kaledoniens, wofür FOURNIERS „Filices Novae Caledoniae"* Beweis bietet. Hier nämlich ist ersichtlich, daß außer der ausnahmslos neotropischen Elegantes-Gruppe auf Neu-Kaledonien alle anderen Gruppen von *Schizaea* vertreten sind, und zwar in den artlichen Reichtum der einzelnen Gruppen übertreffenden Verhältnissen. Bemerkenswert ist, daß auch FOURNIER (l. c. p. 344 bis 345) die *Sch. cristata* zu *Sch. Forsteri* zieht.

In der palaeotropischen Verbreitungslinie der Schizaeen betrachte ich im allgemeinen, bezüglich der Evolution der *Schizaea*-Arten, Neu-Kaledonien als Zentrum.

BIRÓS neue *Schizaea* von Neu-Guinea, die ich zu Ehren des verdienstvollen ungarischen Natur- und ethnogr. Forschers, der sie entdeckt hat, *Schizaea* (*Lophidium*) *Birói* benenne, gehört auch in die obenerwähnte Gruppe der in vollkommener Evolution stehenden „Schizaea dichotoma".

---

* Annales des sciences naturelles. Sér. V. Botan. Tom. XVIII (1873), p. 352.

Auf dem den Exemplaren der *Schizaea Biróí* beigelegten Zettel macht treffend L. v. Biró folgende Bemerkung:

„Berlinhafen, Insel Seleo (Sainson). Wächst in den kleinen übrig gebliebenen Urwäldern auf Koralleninseln, an dichten schattigen Plätzen, auf ganz vermoderten umgestürzten Baumstämmen. Gesammelt im August und in der ersten Hälfte des Septembers 1896."

Wer die oikologischen Daten aus Britton and Taylors „Life History" über *Sch. pusilla** mit Aufmerksamkeit liest und diese mit dem Biróschen kurzen aber klaren oikologischen Bilde vergleicht, wird meine Annahme nicht für übertrieben halten, daß die mit *Sphagnum* vergesellschaftete *Sch. pusilla* und die mit *Exodictyon* zusammen lebende *Sch. Biróí*, d. h. diese beiden xerophilen Schizaeen** als Urformen der Schizaeen anzusehen sind.

Die systematische Bestimmung von *Schizaea Biróí*, bloß auf literarische Angaben gestützt und auf unfruchtbarer floristischer Grundlage, die sich nur auf die Abfassung der sogen. Diagnosis erstreckt, hätte namentlich vor dem Erscheinen des Christensenschen Index 1906, wohl höchstens zur Sicherung der Priorität ausgereicht, ist aber keinesfalls zum Ziele führend in der Darstellung der folgenden allgemeinen Betrachtungen und des insbesondere in anatomischer Hinsicht interessanten Bildes der Schizaeen.

Herbarmaterial der Schizaeen ist schwer zu erhalten und ist Seltenheit. Die einzige *Sch. pusilla* ausgenommen blieb das Treiben

* Contributions from the New-York Botanical Garden. Nr. 11. Reprinted from the Bulletin of the Torrey Botanical Club. Vol. XXVIII, 1901.

** Bezüglich der Xerophilie der Schizaeen verweise ich auf die einleitenden Zeilen des anatomischen Teiles, Kap. III dieser Studien. Hingegen *Sphagnum* und *Exodictyon* betreffend bemerkt Márton Péterfi folgendes: *Sphagnum* und *Exodictyon* gehören oikologisch demselben Typus an. Die Blätter beider sind dimorph, insofern außer den assimilierenden chlorophyllhaltigen Zellen auch chlorophyllose, der Wasseraufnahme, Leitung und in gewissem Maße der Bindung dienende s. g. Wasserzellen (Hydrocysten) vorkommen. Der Unterschied besteht im ganzen darin, daß im „Blatte" von *Sphagnum* diese beiden Zellelemente in einer Ebene angeordnet sind, in *Exodictyon* hingegen in Stockwerken, und zwar so, daß die assimilierenden Zellen in drei Reihen (oben, in der Mitte und auf der Unterseite des Blattes) gelagert sind.

der verschiedenen *Schizaea*-Arten aus Sporen erfolglos. Auch Alkoholmaterial steht für Untersuchungen nicht zur Verfügung und bei unseren ungünstigen Verhältnissen ist an die Herschaffung von lebendem Materiale der *Schizaea*, wie das z. B. GOEBEL tun konnte*, nicht zu denken.

Unter den Farngattungen ist tatsächlich *Schizaea* die eigenartigste. In ihrem Habitus erinnert *Schizaea* an einige *Juncus*- oder *Eriocaulon*-Arten. Die entwicklungsgeschichtlichen Eigenheiten ihrer vegetativen Organe hat GOEBEL (l. c. p. 658 et sequ.) meisterhaft beschrieben. Die Eigentümlichkeit des geographischen Vorkommens der Schizaeen und ihre große Ausdehnung betont CHRIST durchaus nicht ohne Grund; „wie jeder Regel spottend, sagt CHRIST (Geogr. d. Farne, p. 155) scheint dies Genus über die unendlichen Räume der südlichen Hemisphäre zu streifen in einer großen, noch nicht genau fixierten Artenzahl."

Sch. pusilla z. B. kennt die Literatur aus dem kleinen Gebiete New-Jersey, Nova-Scotia und New-Foundland des atlantischen Nordamerika**; die Exemplare der großen europäischen Herbarien (Kew; London: Nat. Hist.-Mus.; Paris: Mus. d'Hist. Nat., Prince ROL. de BONAPARTE; Bruxelles, Wien, Roma, Torino) stammen im allgemeinen aus New-Jersey. New-Jersey wird gewöhnlich als „Type-Locality"*** der *Sch. pusilla* bezeichnet; die ausgezeichneten Verfasser der „Life History" dieser Pflanze: BRITTON and TAYLOR l. c. haben das Untersuchungsmaterial an lebenden Exemplaren von hier bezogen.

Zur Charakteristik der eigenartigen geographischen Verbreitung der Schizaeen verweise ich einfach — außer den von CHRIST zitierten — auf die auf kleinere Gebiete beschränkten und von FOURNIER† beschriebenen *Sch. Balansae, plana* und *tenuis* aus

---

* GOEBEL konnte nämlich *Sch. rupestris* persönlich in Australien sammeln; die *Marsilia polycarpa* in Süd-Amerika usw. GOEBEL: Organographie 1898, p. 659—660.

** GILBERT: Work. List of North American Pteridophytes. Publ. for the editor by L. C. CHILDS and SON, Utica, N. Y. 1901, p. 22. — CHRISTENSEN l. c. p. 617.

*** North American Flora, Vol. 16 (1909), Part. I, p. 37.

† FOURNIER, Fil. N. Caled. l. c. p. 352.

Neu-Kaledonien und auf die *Sch. intermedia* METT., — welche bloß aus der Literatur bekannt sind. Mit Ausnahme von *Sch. dichotoma, digitata, bifida* und *elegans* sind die übrigen als Raritäten zu betrachten, welche selbst in den großen Herbarien nicht vollzählig vorzufinden sind; *Sch. orbicularis* C. CHR. aus Columbia und FOURNIERS Schizaeen aus Neu-Kaledonien sind in den Sammlungen von Wien, Bruxelles, London, Kew, Roma und Firenze überhaupt nicht vorhanden. Die diesbezüglichen Literaturangaben sind sehr zerstreut, beinahe verborgen und bloß die CHRIST-LUERSSENsche Separatensammlung bot mir Gelegenheit die Lücken meiner *Schizaea*-Studien möglichst auszufüllen.

Durch die großen Sorgen, welche mir das Zustandebringen des neuen botanischen Gartens, Institutes und eines in Ungarn bisher ganz und gar unbekannten botanischen Museums in Kolosvár bereiteten, erklärt es sich, warum ich mit der Publikation der BIRÓschen *Schizaea* nicht eilte, deren Exemplare ich wiederholt auf Reisen ins Ausland mitgenommen und mit Hilfe der Sammlungen von Budapest, Wien, Bruxelles, London und Kew wiederholt und sorgfältig studiert habe. Nachher stand mir durch die verbindliche Liebenswürdigkeit der italienischen Professoren der Botanik PIROTTA und BACCARINI, ebenso SÁNDOR ZAHLBRUCKNERS und FERD. FILARSZKYS auch das Schizaeenmaterial von Roma, Firenze, Wien (Hofmuseum) und Budapest (Ung. Nat. Mus.) wiederholt zur Verfügung. Vom Standpunkte meiner diesbezüglichen Studien wäre ich ohne die im großen Stile gehaltenen Arbeiten von CESATI* und BECCARI**, bzw. ohne dic Schizaeen aus Roma und Firenze überhaupt nicht ans Ziel gelangt. Im Laufe des Sammelns der äußerst zerstreuten Daten der Literatur und Herbarien stieß ich auch hier auf die Spur der BIRÓschen *Schizaea*, ganz und gar aber nicht in den umfangreichen Untersuchungsresultaten von PRANTL l. c., obwohl er die reichen Sammlungen

* Atti della R. Accademia delle Scienze fisiche e matematiche. Vol. VII, 1878, no. 8, p. 32. Felci a specie nei gruppi affini raccolte a Borneo dal Signor ODOARDO BECCARI. Memoria del Socio Ord. VINC. CESATI.

** MALESIA raccolta di Osservazioni botaniche intorno alla piante dell' Archipelago Indo-Malese e Papuano publicata da ODOARDO BECCARI. Vol. III. Firenze-Roma 1886, p. 27—28.

von Berlin, Göttingen, Kiel, München, Wien, ferner die der Professoren GRISEBACH, LIEBMANN, MARTENS und WARMING untersuchen konnte.

All dies betrifft indessen die Gruppe Actinostachys (Digitatae) event. Elegantes der Schizaeen, und ich sehe nunmehr keinen hinderlichen Grund, um die Resultate meiner *Schizaea*-Untersuchungen ausführlich darzulegen.

Zur Beschränkung der weiteren Erörterungen können hier die PRANTLschen (l. c.) und GOEBELschen (l. c.) morphologisch-anatamischen *Schizaea*-Daten, so auch die in den Farnuntersuchungen von TANSLEY and CHICK*, BOODLE**, PARMENTIER***, LACHMANN† und BÄSECKE†† enthaltenen Resultate selbstverständlich übergangen werden.

II. Zwei neue Schizaeen aus der *Lophidium*-Gruppe und die phylogenetische Reihenfolge der Schizaeen.

In der Artentwicklung der in LINNÉs Sinne aufgefaßten „Schizaea (Acrostichum, Lophodium) dichotoma" sehe ich auf Grund der Untersuchungen an zahlreichen Exemplaren die folgenden, in phylogenetischer Reihenfolge gegebenen Tendenzen zur Geltung kommen:

1. *Sch. Birói* A. RICHT. (*Sch. dichotoma* b. *minor* CESATI, Felci di Borneo l. c. 32. — BECCARI, Felci di Borneo l. c. p. 27. —

---

* TANSLEY and CHICK: On the Structure of *Schizaea malaccana*. — Annals of Botany, Vol. XVII, No. 67, Jun. 1903.

** BOODLE, L. A.: Comparative Anatomy of the *Hymenophyllaceae*, *Schizaeaceae* nnd *Gleicheniaceae*.

II. On the Anatomy of the *Schizaeaceae*. Ann. of Botany, Vol. XIV, No. 58, Jun. 1901.

IV. Further observations on *Schizaea*. Ann. of Botany, Vol. XVII, No. 67, Jun. 1903.

*** PARMENTIER: La Structure de la feuille des Fougères etc. — Annales des Sciences Natur. Sér. VII.

† LACHMANN, J. P.: Contributions à l'histoire natur. de la racine des Fougères. — Thèse présentée à la Faculté des sciences de Paris. Lyon 1889.

†† BÄSECKE: Beitr. z. Kenntn. d. physiol. Scheiden der Achsen und Wedel der Filicinen etc. — Botan. Zeit. 66. Jahrg. 1908.

Sch. dichotoma, Small form BOODLE-YAPP, BOODLE: IV. Further observ. on Schizaea. Ann. of Botany, Vol. XVII, l. c. p. 526).

Rhizoma parvulum, obliquum, in truncis putrefactis atque Exodictyone relatis convivale, pilis fuscis parvulisque sparsim vestitum. Petiolus gracilis, 3,5—8,5 cm longus, longitudine folii ter, quater vel quinquies longior, supra planiusculus, anguste marginatus (Tab. I, fig. $3\,a$—a_2 = Tab. IV, fig. 38—40), in medio obtuse solideque triangularis (Tab. I, fig. $3\,a_2$—b = Tab. IV, fig. 41), infra subtus-sulcatus (Tab. I, fig. $3\,b$—c = Tab. IV, fig. 42—44); longitudine folii ter, quater vel quinquies longior; lamina parvissima, nitidula, lēvis, semel ad ter dichotoma, segmentis linearibus, antrorsum attenuatis, costa in sicco utrinque prominente a limbo foliaceo paulo latiori utrinque sulca longitudinali seiuncta, margine plano; segmenta sterilia ignota, foliorum fertilium omnia sorophora (PRANTL = sporangiophylla s. str. sec. A. RICHT.) gerentia.

Sporae minimae, 0,028—0,032 mm longae, tenuissime et sparsim verruculosae (Tab. I, fig. 8—12). Fol. 1,5—4,8 cm longa, usque 2,8 cm lata; soroph. 0,2—0,3 cm longa, lacin. 0,1—0,25 cm longa, usque 0,25 cm lata.

Differt a typo HOOKER-GREVILLEANO (Icon. Filic. 1831, Vol. I, Tab. XVII) habitu multo graciliori, frondibus permulto minoribus, petiolis folii longitudinem (in typo dimidiam aequans) 3—4—5-ies longioribus, sporis parvulis etc.

Habitat in insula corallina Seleo (Sainson) prope Neu-Guineam (Berlinhafen), ubi detexit LAJOS BIRÓ speculator naturae hungaricus, cuius in honorem Schizaeam hanc parvulam, quae animum botanicorum plurium (BECCARI, CESATI, YAPP, BOODLE, A. RICHTER) allexerat, libenter dicavi.

Crescit etiam in dicione Singapuriana (a Woodlandt, marzo 1866, CESATI l. c. p 32, BECCARI l. c. p. 27), ex quo loco specimina duo originalia vidi in Herb. R. Horti Romani.

2. *Sch. Copelandi* m. quasi var. *Sch. Birói*. (*Sch. dichotoma* Copeland, in the Philippine Journal of Science, C. Botany. Vol. IV, Apr. 1909, No. 1, Plate XIII. A. — non (L) Sw. syn. 150, l. c. — *Sch. dichotoma* Sw. forma: *communis* Ces. Fil. Born. l. c. p. 32, Beccari Felci di Borneo p. 27, pro max. parte).

Planta in Copelandi Op. l. c. delineata valde differt a typo Hooker-Grevilleano (Icon. Filic. 1831, Vol. I, Tab. XVII) laciniis frondis longe linearibus, quater-quinquies dichotomis, petiolis per longitudinem filiformibus frondem quater ad quinquies superantibus (ergo dimidiam folii longitudinem non aequantibus; Prantl II, l. c. p. 138); sorophoris (in icone Copelandiano) minimis.

Haec Schizaea est quasi Schizaeae Birói forma valde elongata, in speciminibus Beccarianiis sorophora sunt maiora, in habitu parum robustior.

Habitat in „The Malay-Asiatic Region". — Borneo: Sul Monte Mattaŋg prope Kutciŋg (Kutjing) in Sarawak (leg. Beccari, Apr. 1866. Specimina origin. in Herb. R. Horti Romani).

3. *Sch. dichotoma* (L.) Sm. resp. Sw. l. c. atque s. str. (sec. Hooker-Greville, Icon. Filic. 1831, Vol. I, Tab. XVII, Prantl II, p. 138). Ist zugleich die verbreitetste Art aller Schizaeen.

4. *Sch. cristata* Willd. l. c. cxclus. synon. *Sch. Forsteri!* (*Sch. dichotoma* p. p. *Sch. dichotoma* c. *maxima* Cesati et Beccari l. c. pp. 28 et 32). „S. fronde lineari dichotoma uninervia glabra basi semitereti, apice valde attenuata, paribus spicarum terminalium quinis secundis. Valde similis Sch. dichotomae tamen diversa: fronde latiore uninervia, nervo prominente, margine glabra, apice valde attenuata, spicis minoribus W."

Habitat in Societatis insulis (Willd. l. c.), Borneo: Kutciŋg in Sarawak (O. Beccari, Jul. 1865; specimen originale vidi in Herb. R. Horti Romani); in insula Labuan (H. Low sec. Cesati l. c. p. 32 etc.).

5. *Sch. Forsteri* Spreng. l. c. exclus. syn. *Sch. cristatae!* (*Sch. dichotoma* p. p. — *Sch. dichotoma* f. *maxima* Cesati l. c. p. 32, quoad plant. Nov. Caled. Exs. Deplanche, pl. Nov. Caled. N. 1666!).

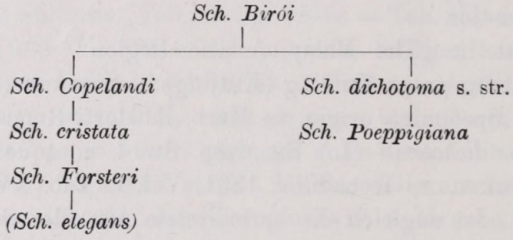
Valde similis Sch. cristatae, tamen diversa fronde etiam latiore, septies dichotoma, nervo acriter prominente, limbo latiore tamquam alato, spicis (= segmentis fertilibus) inter omnia „Sch. dichotomae" maximis.

Planta robusta, ad Schizaeam elegantem accedens.

Habitat in Nova Caledonia (leg. Forster, in Spreng. l. c. p. 145 etc. Plantam sec. me typicam (leg. X 1906, Franc, à Nouméa) ex Nova Caledonia edidit G. Bonati (Lure, Hte Saône) sub nom. „Sch. dichotomae".

6. *Sch. Poeppigiana* STURM Flor. bras. 1^2, 181, 1859, CHRISTENSEN-Index p. 617, (*Sch. occidentalis* GRISB. Cat. Pl. Cub. 273, 1866. — *Sch. dichotoma* auct. quoad pl. amer. HOOKER-BAKER Synopsis l. c. p. 430. — TRIANA-PLANCHON, Prodromus Novo-Granatensis, Ann. d. Sc. 5, Sér. Bot. T. II, No. 4, p. 296. — PRANTL II, p. 139).

Graphisch dargestellt stelle ich mir den Zusammenhang der eben aufgezählten Glieder der „Sch. dichotoma" folgenderweise vor:



Die einfache anatomische Struktur des „Schizaea-Blattes" mit der auch heute noch gültigen morphologischen Gliederung wird schon von PRANTL (l. c. II, pp. 7—8) betont; aus seinen Daten folgt unwillkürlich, daß im Blattbau der zu den Lophidien gehörigen Schizaeen tiefer greifende Unterschiede kaum festzustellen sind, und falls Abweichungen vorhanden, sind diese bloß aus ein und demselben Typus herrührende Schwankungen, deren gewisser Mittelwert für ein oder das andere *Lophidium* als charakteristisch bezeichnet werden kann; doch ist ausdrücklich zu bemerken, daß zwischen all diesen ein Übergang vorhanden ist; z. B. ist die *Sch. dichotoma* aus Australien nach dem Maßstabe der „Unwandelbarkeit der Arten" nicht übereinstimmend mit derjenigen von Madagaskar, diese wieder noch weniger mit jenem Beispiele von *Sch. dichotoma*, dessen Bild in COPELAND, The Ferns of the Malay-Asiatic Region Part. I, Taf. XIII, veröffentlicht wurde.* Die COPELANDsche Abbildung, mit derjenigen von HOOKER-GREVILLE** verglichen, welch letztere meiner Ansicht nach als Typus anzusehen ist, wäre beinahe auch als Art zu unterscheiden, da sie in Wirklichkeit eine „forma maior" oder eher „elongata" von

* The Philippine Journ. of Science. C. Botany. Vol. IV, 1909, Nr. 1.
** HOOKER-GREVILLE: Icones Filicum. Vol. I, 1831, Tab. XVII.

Sch. Birói = *Schizaea Copelandi m.* ist, deren Blattstiel fast auch um das fünffache die Länge der Blattspreite überschreitet, in allen Teilen zwirnfadendünn ist und deren Sorophorum im Vergleich zu der madagaskarschen oder zur HOOKER-GREVILLEschen (l. c. Tab. XVII) *Sch. dichotoma* überaus klein ist.

Das Sorophorum der Exemplare von Madagaskar (leg. HUMBLOT, in Herb. Caes. Vindob.)* mißt im Durchschnitt 1 cm, diejenigen von WALLICH (Ind. or.) hingegen 0,5 cm; bei den BIRÓschen schwankt es zwischen 0,3—0,5 cm. Es gibt daher extreme Fälle, wo die Sorophorie in ihrer ganzen Größe kaum die Länge einer sorophorialen Platte (= Sorophorum) erreicht. Aus all diesem gelangte ich zu der Folgerung, daß den PRANTLschen und meinen eigenen Messungen nach förmlich eine phylogenetische Reihe der dichotoma-Formen zusammengestellt werden kann, deren in Dimensionen dominierende Form die WILLDENOWsche *Sch. Forsteri* (bzw. *Sch elegans—Flabellum*), anderseits aber die in der diminutiven Abstufung nachfolgende Form die *Sch. Birói* ist.

Unter den Schizaeen des „Herbarium Cesatianum" zu Roma habe ich auch tatsächlich Spuren der Erkenntnis dieser Reihenfolge gefunden, indem in BECCARIS Criptogame di Borneo eine *Sch. dichotoma* forma: *minor* (CES. Fil. Born. 32, Singapore a Woodtam III, 1866), — weiterhin eine forma: *communis* (CES. Fil. Born. Sarawak, M. Mutang, Apr. 1866), ferner eine var. *maxima* (CES. Fil Born. 32, Sarawak, Juli 1865) veröffentlicht wird. Charakteristischerweise ist erwähnenswert, daß die Sorophorie der letzteren „*maxima*" (me judice = *Sch. cristata*) in ihren Größenverhältnissen mit „*minor*" (= *Sch. Birói*) übereinstimmt. CESATIS Unterscheidung konnte sich daher ausschließlich auf die ganze Pflanze bezogen haben; das einzige Exemplar von „*maxima*" ist 55 cm, die drei Exemplare von „*communis*" sind 25—31 cm und die zwei „*minor*"-Exemplare 9—13 cm groß.

J. G. BAKER ist bekanntermaßen Autorität auf dem Gebiete der Pteridographie; seine diesbezüglichen Werke sind mit denen von METTENIUS, HOOKER usw. als grundlegende bekannt. Er führt

* Ferns collected in Madagascar by M. HUMBLOT. By J. G. BAKER, F. R. S.-Journ. of Botany. Vol. XXII, 1884, p. 271.

die *Schizaea* von Madagaskar als Typus für „*dichotoma*“ an (Journ. of Botany l. c.), daher erachte ich für richtig, dieselbe, nach den vorher klar gelegten Abweichungen in betreff der Dimensionen der Sorophoren, in ihren wichtigsten morphologischen Eigenheiten der *Schizaea Birói* gegenüberzustellen.

Die Blätter der in die Gruppe der Dichotomae gehörigen Schizaeen vergabeln sich durch wiederholte Teilungen häufig in ganz schmale Gabelzweige. Die eigentliche Differenzierung in „Blattspreite“ und „Blattstiel“ kommt indessen in der Gruppe der „Elegantes“ noch mehr zum Ausdruck, deren jetzt bekannte und ausschließlich neotropische Vertreter zugleich die höchstentwickelten Glieder der Schizaeen sind (*Sch. Sprucei* Hook., *elegans* J. E. Sm., *pacificans* Mart.).

Von den oben unterschiedenen Gliedern der Dichotomae-Gruppe waren eigentlich bloß zwei Arten bekannt, und zwar hauptsächlich durch die erwähnten Werke von Prantl und Christensen, nämlich die bloß auf die tropischen Gebiete von Amerika beschränkte *Sch. Poeppigiana* und die ausschließlich paläotropische *Sch. dichotoma* s. str.; die größte geographische Verbreitung der letzteren in der Reihe der Schizaeen und deren verhältnismäßiger Reichtum an Exemplaren in den großen Herbarien wurde oben betont. Dies ist zugleich die Erklärung für das Zusammenmischen der Glieder von „dichotoma“, obwohl dieselben voneinander recht gut zu unterscheiden sind.

So ist z. B. zwischen *Sch. Birói* und *Sch. Forsteri* die Verschiedenheit schon im Habitus auffallend groß; im Vergleiche zu der stets klein bleibenden *Sch. Birói* sind die über 73 cm hohen Exemplare von *Sch. Forsteri* doch riesengroß. Diejenigen aus Neukaledonien übertreffen in ihren Dimensionen ebensowohl die vom Nation. Herb. of New-South-Wales herausgegebenen australischen wie auch, im gesteigerten Maße, die Wallichschen (von Christ ebenfalls als „dichotoma“ bestimmten) ostindischen Exemplare (ex Herb. H. van Heurck, Anwers). Auf Grund des Wallich-van Heurckschen Exemplars, welches in einem Stock mit fertilen und sterilen Blättern als eines der lehrreichsten Beispiele vor mir lag, kann ich behaupten, daß diese sich geradezu auffallend *Sch. Birói* nähert; möglicherweise soll sie als Zwischenglied von *Sch.*

Birói und *Sch. Copelandi*, oder noch eher von *Sch. Birói* und *Sch. dichotoma* s. str. angesehen werden.

Jedenfalls müssen wir in Betracht nehmen, daß z. B. die von der Reise um die Erde der „Donau-Fregatte" 1868—71 stammenden ostindischen Exemplare von *Sch. dichotoma* durchschnittlich 45 cm hoch sind, welche auch von PRANTL (l. c. II., p. 139) untersucht wurden (Singapore, Dr. Wawra, in Herb. Mus. Caes. Palat. Vindob. Nr. 231); wenn wir die Messungen von PRANTL in Betracht nehmen (nach welchen das Minimum 18 cm, das Maximum 52 cm wäre), so ist es klar, daß die WALLICHsche mit ihren 24 cm Höhe in die Maße von PRANTL hineinfällt, dagegen unter ungefähr 48 von BIRÓ in den verschiedenen Entwicklungsstadien gesammelten Exemplaren der *Sch. Birói* das größte kaum 15, das kleinste, sonst vollkommen reife Exemplar nur 5 cm hoch ist. Hiernach ist der Mittelwert der Maße von *Sch. Birói* 10 cm; demnach bleibt sie auch hinter dem PRANTLschen (II, p. 138) 18 cm, resp. DIELSschen (l. c. p. 363) 15 cm betragenden Minimum weit zurück.

In morphologischer Hinsicht ist besonders beachtenswert BECCARIS (l. c. p. 27) folgende, zu CESATIS „nomina nuda" (l. c. p. 32) gegebene Bemerkung: »Die *b. minor*-Form von CESATI, die ich bei Singapore gesammelt habe, kann nicht als Varietät betrachtet werden, denn diese, wie auch die Form *a. communis* sind von *c. maxima* sehr verschieden, welche viel kräftiger, ihr Laub aber sehr regelmäßig gabelig geteilt ist, mit fächerförmigen Gabelzweigen und im allgemeinen mit vielem sterilem Laube. In der Varietät *a* ist scheinbar das ganze Laub ausnahmslos fertil und nur zuweilen teilt es sich in aufwärts strebende und nicht fächerförmig angeordnete Gabelzweige.«

In diesem Punkte der Ausführungen von BECCARI treffen sich unser beider Auffassungen. Schon BIRÓ bemerkte, „daß er keinen beblätterten (hierunter verstand er offenbar die sterilen Blätter) Stock gefunden habe. Entweder gibt es überhaupt keine, oder — meint BIRÓ — wachsen sie in einer anderen (vielleicht regnerischen) Jahreszeit". Nach diesen ist der Standort der auch von BECCARI für mehr als Varietät geschätzten *Sch. dichotoma b. minor* CESATI = *Sch.* BIRÓI (a Woodlandt bei Singapore leg. BECCARI

martio 1866, — resp. an der Küste von Kaiser-Wilhelmsland* Neu-Guineas auf der Insel Saison leg. L. v. Biró) leicht in die Richtungslinie und in das Bereich der paläotropischen Glieder der »Sch. dichotoma« einzuschalten, welcher Kreis meiner Ansicht nach als gemeinsames Abstammungsgebiet der „Dichotomen" anzusehen wäre.

Der westlichste Punkt der geographischen Verbreitung der aus ihnen erstammten übrigen paläotropischen dichotoma-Arten — über die von Christ angegebene Mascarenen-Inselgruppe** hinaus — ist zweifellos Madagascar (Prantl II, p. 139)***; der östlichste dagegen, wenn Hooker und Grevilles Angaben† zuverlässig sind: China, oder eher Cochinchina.††

Tiefgreifende anatomische Verschiedenheiten suchen wir unter den dichotoma-Gliedern des *Lophidium* vergebens, und wenn solche auch vorhanden wären, so würden sie eigentlich den blutsverwandtschaftlichen Zusammenhang auflösen. Die im nächsten Kapitel erörterten vergl.-anatomischen Betrachtungen bestätigen nur einen und denselben anatomischen Typus der dichotoma-Arten, aber innerhalb desselben mit solchen Modifikationen, welche zugleich zur Bekräftigung der morphologischen Merkmale der Arten, resp. zu deren Vermehrung, anderseits zur Rechtfertigung der auf phylogenetischer Grundlage gebildeten Reihenfolge der paläo- und neotropischen „dichotoma-Arten" geeignet sind.

An dieser Stelle verweise ich aus der Reihe derselben, um den Faden meiner oben fallen gelassenen phylogenetischen Aus-

* Es ist auffallend, daß das von Schumann-Hollrung herausgegebene Werk „Die Flora von Kaiser Wilhelmsland" (Beiheft z. d. Nachrichten über K.-W.-Land u. d. Bismarck-Archipel, 1889) keine einzige *Schizaea* erwähnt.

** Christ, Die Farnkräuter der Erde, p. 346. l.

*** Baker, Ferns collected in Madagascar by M. Humblot. Journ. of Botany, Vol. XXII. 1884. 144. l. — In herb. Vindob. sub No. 271! Flora v. Zentral-Madagascar Nr. 4155. Statio: Betsiléo-Nandahizana. Leg. J. M. Hildebrandt, Febr. 1881. Die Exemplare habe ich gesehen. — Diels, Schizæaceæ. In Engler-Prantl Natürl. Pfl.-Fam. I. Teil. 1902, p. 363.

† Icon. Filic. l. c. Vol. I. Tab. 17. Text!

†† Petiver, Jacobi, Opera Hist. Nat. Spect. London, 1767. Gazoph. Nat. et Artis Decas septima, p. 7. „Fig. 12. Cochine branched *Comb. Fern.* Cat. 305. This is one of the most elegant amongst the numerous Tribe of *Capillaries.* We are obliged to the Inquisitive Mr. James Cunninghame who first discovered this and sent ti to me from Cochinchina."

führungen über *Sch. Biróí* wieder aufzunehmen, auf *Sch. cristata* und *Sch. Forsteri* und zwar lediglich auf ihre in der Breite der Gabelzweige sich zeigenden und überaus charakteristischen morphologischen Merkmale. Die Sorophorie (nämlich die Gesamtheit der Sporangiophylle) von *Sch. cristata* zeigt (im Sinne von PRANTL) das Bild derjenigen von *Sch. Biróí* und *Sch. Copelandi*; hingegen werden die Gabelzweige der Blattspreite, von *Sch. Copelandi* angefangen, bei *Sch. dichotoma* s. str. und *Sch. cristata* und noch mehr bei *Sch. Forsteri* stufenweise breiter, um das Maximum in den Arten der neotropischen *Sch. elegans-Flabellum*, resp. *Sch. pacificans* zu erreichen.

Dagegen sehe ich den Beweis für den meiner Ansicht nach zweifellos bestehenden phylogenetischen Zusammenhang zwischen der ausschließlich paläotropischen *Sch. Forsteri* (die zugleich die breitesten „uninervis"-Gabelzweige hat) und der neotropischen (multinervis!) *Sch. elegans* in dem beinahe gleichen Bilde des Blattstielquerschnittes der beiden. Geradezu auffallend ist die Übereinstimmung der Sorophorien bei den mir vorliegenden Exemplaren der *Sch. Forsteri* aus Neukaledonien und der *Sch. elegans* aus Guatemala (Dept. Alta Verapaz Nr. 1122, 350 m, Wald bei Cubilquite, XI. 1906. Coll. H. von Türckheim), obwohl wir bei der breitgegabelten *Sch. elegans* die Verschmelzung des Mesophylls zu breiter Spreite gewahr werden, und in den ausgebildeten Assimilationsorganen zeigt im Mesophyll des Blattes bei der sekundären Vergabelung bloß die Dichotomie der Nervatur, daß *Sch. elegans* eigentlich nichts anderes ist, als die unter günstige Lebensbedingungen gelangte und zu ungestörter Assimilationsenergie befähigt umgewandelte *Sch. Forsteri*.

Doch dieser, gewiß nicht „sprungweis" entstandene Umwandlungsvorgang hat keineswegs schon im engeren Artenkreise von *Sch. elegans* innegehalten.

Mit der Steigerung der Assimilationsenergie hält offenbar die Verbreiterung der Blattspreite Schritt; hierfür ist ein typisches Beispiel die *Sch. Flabellum* MART. Ic. Crypt. Bras. p. 115, Tab. 55, Fig. II (= *Sch. latifolia* POIR., Guyane), aus deren die Blattspreite der typischen *Sch. elegans* an Breite weit übertreffenden Blattgestaltung wir die Richtigkeit der Ansicht von PRANTL (II, p. 141)

und CHRIST (Geogr. d. Farne, pp. 156, 302) feststellen können, da sie die beiden voneinander systematisch unterscheiden.

Es ist wahrscheinlich, daß im Laufe der Artentwicklung, beziehungsweise der Blutsverwandtschaft der Dichotomae und Elegantes-Gruppen vom Gesichtspunkte des oben angeführten Zusammenhanges interessante Daten festzustellen wären auf Grund der von CHRIST entschieden richtig unterschiedenen *Sch. elegans* var. *amazonica* und *Sch. pacificans* MART. (PRANTL II, p. 141; CHRIST l. c., p. 302); diese stehen mir aber nicht zur Verfügung.

Schließlich sei hiermit jene Ansicht von CHRIST bestätigt, daß die Lophidien der Schizaeen als speziell die Küstengebiete liebende ozeanische Pflanzen den Gipfelpunkt in ihrer Artentwicklung eigentlich in neotropischen Gebieten erreichen.* Gleichwie auch die südamerikanische »Sch. dichotoma« oder richtiger *Sch. Poeppigiana* eigentlich nur durch die polynesische Linie der Artentwicklung der engeren Dichotomae-Gruppe in den peruianisch-venezuelanischen Küstengebieten auf jenen selbständigeren Grad der Artentwicklung gelangen konnte, welchen STURM** und nachher auch GRISEBACH*** zwar nur auf rein floristischer Grundlage, doch richtig erkannt haben; nachträglich wird diese Auffassung auch durch PRANTLS (II. p. 139) klassische Untersuchung bekräftigt.

So ist klar gelegt, daß die Gruppe Dichotomae der Schizaeen über die paläotropische Richtungslinie ihrer Glieder hinweg — soweit ich aus der Artentwicklung der Schizaeen die Ergebnisse heute zusammenfassen kann — auf den höchsten Grad der Entwicklung in der Gruppe Elegantes gelangt. Die bisher bekannten Arten der zur Gruppe Elegantes gehörigen Lophidien (*Sch. fluminensis* MIERS; STURM in Fl. Bras., *Sch. Sprucei* HOOK. in HOOK. Ic. Pl. T. 1016; *Sch. elegans* VAHL Symb. II. p. 107. Tab. 50: *Sch. latifolia* POIR Enc. Suppl. III. p. 126. TURPIN in Dict. Sc. nat. ed. Levr. Tab. 95; *Sch. pacificans* MART. Ic. Crypt. Bras. p. 116. Tab. 56. Fig. I. et in Fl. Bras. XXIII, p. 182. Tab. 15. Fig. I. sub Sch. spect.) sind alle neotropisch und ich sehe in

---

* Geogr. d. Farne, p. 156

** MARTIUS, Fl. Bras. XXIII. (1853), p. 181.

*** Catal. Cub. p. 273.

dem Habitus der wirklich prächtigen *Sch. elegans* — *Flabellum* (MART. Ic. Crypt. Bras. p. 115. Tab. 55, Fig. II.) — *pacificans* (l. c.) phylogenetisch den „Kulminationspunkt" der Lophidien, ja sogar der gesamten Schizaeen dargestellt.

III. Vergleichend-anatomische Übersicht der Lophidien auf taxonomischer und physiologischer Grundlage.

TANSLEY und CHICK beginnen die anatomische Erläuterung der *Sch. malaccana* mit der Erklärung, daß unter den Farnen bezüglich der Anatomie des zentralen Säulengewebes („Konzentrische" Gefäßbündel = Stele sec. van TIEGHEM, Ann. d. Sc. Nat. Bot. 7. Sér. T. III. p. 275; Traité de Bot. ed. II. p. 764) die Schizaeen sicherlich die interessantesten sind.

Inbetreff der Wurzelstelen der Dichotomae-Gruppe bemerke ich bloß, daß schon infolge der einfachen morphologischen Verhältnisse der ganzen *Schizaea* hinsichtlich der Grundformen der Struktur unter ihnen tiefgreifende Unterschiede nicht festzustellen sind, außer bezüglich der Größe und Zahl der Zellen, oder des Maßes der Zellwandverdickung.

Die Bildung der Leitungsbahnelemente innerhalb der auffallend dünnwandigen und im ganzen aus einigen Zellen bestehenden Endodermis betreffend verweise ich einfach auf die ziemlich erschöpfenden Angaben von PRANTL, BOODLE, TANSLEY und CHICK llcc., bezüglich der allgemeinen Struktur der Stelen außer den genannten auf diejenigen von RUMPF*, WALTER**, MAYER***, THOMAE l. c. und in Beziehung der Stele der Wurzel von *Sch. Bíróí* und *Sch. dichotoma* s. str. will ich namentlich jene sechs inneren Rindenparenchymzellen berücksichtigen, die unmittelbar von dem aus Endodermiszellen gebildeten Ring begrenzt werden und deren schöne Schichtung in ihren inneren und ra-

* RUMPF, GEORG, Rhizodermis, Hypodermis und Endodermis der Farnwurzel. Bibliotheca Botanica, Heft 62. Stuttgart, 1904.

** WALTER, GEORG, Über die braunwandigen, sklerotischen Gewebeelemente der Farne etc. Bibl. Botan. Heft 18. Stuttgart, 1890.

*** MAGER, HANS, Beitr. zur Anatomie der physiol. Scheiden der Pteridophyten. Bibl. Bot. Heft 66. Stuttgart, 1907.

dialen Wänden auch schon von PRANTL (II. p. 38) betont wird. Die diesbezüglichen Abbildungen von PRANTL und BRITTON-TAYLOR, hauptsächlich was die Stelen betrifft, sind ziemlich mangelhaft (PRANTL, II. Taf. IV, Fig. 59. — BRITTON-TAYLOR l. c. Pl. 5, Fig. 78), wahrscheinlich infolge der Unzulänglichkeit des Untersuchungsmaterials (Pr. II. p. 38) und ich bemerke, daß im allgemeinen die Zone der braun gewordenen Zellen der Rhizodermis in den diarch gebauten Wurzeln von *Schizaea* nach einwärts von reichlichem Parenchym begleitet ist, in dessen Mitte sich die Stele in charakteristischer Weise und die Schizaeen typisch bezeichnend absondert.

Jene Bemerkung PRANTLS, daß die die Stele umgebenden und oben erwähnten 6-zellen, die von innen geschichtet verdickte Zellwände haben, nicht verholzt sind, kann ich auch meinerseits auf Grund der Untersuchungen des mir zur Verfügung stehenden, allerdings geringen Materials bekräftigen; auf Behandlung mit Jod-Jodglyzerin oder Jod-Jodkalium nehmen nur einige das Hadrom bildende Elemente lebhafte zitronengelbe Farbe an; die immer dünnwandigen und weitlumigen Zellen des Wurzelparenchyms von *Sch. Birói*, die aber mit kleinen Interzellularräumen versehen sind, sowie die mit diesen verglichen viel dickwandigeren ähnlichen Zellen von *Sch. dichotoma* zeigen nach kürzerer oder längerer Behandlung mit Eau de Javelle homogene Zellwände, die mit Chlorzinkjod behandelt eine schmutzig-violette Farbe annehmen.

Die Querschnitte der Wurzel von *Sch. dichotoma* und *Sch. Birói* zeigen, mit Eau de Javelle, dann mit Glyzerin aufgehellt, auf die Wirkung von Chlorzinkjod hin interessante Differenzierung der einzelnen Gewebskategorien auch in bezug auf die chemische Beschaffenheit der sie zusammensetzenden Zellelemente. Namentlich:

1. Die Hadromelemente sind ohne Ausnahme dunkel orangegelb;

2. die das Hadroma umgebende Parenchymascheide ist schmutzig violett;

3. die verzerrten und dünnwandigen Zellen der Endodermis, deren Gestalt an dem spärlichen Herbarmaterial näher nicht zu bestimmen war, sind lebhaft zitronengelb.

4. Die inneren „Rindenzellen" (PRANTL), deren Zahl variiert und deren Wände konkav verdickt und geschichtet sind, so auch

die weiten parenchymatischen Zellen der „Außenrinde“ (PRANTL) sind schmutzig violett.

Die Parenchymzellen der Außenrinde sind bei *Sch. dichotoma* verhältnismäßig dickwandig, Schichtung ist aber an ihnen auch bei stärkerer Vergrößerung nicht wahrzunehmen; auf länger dauernde Einwirkung von Eau de Javelle (24 Stunden; bei *Sch. Biróí* zwei bis drei Stunden) fallen die Zellen auseinander.

Aus diesen Angaben ist zu ersehen, daß in der Wurzel von *Schizaea* die Zellulose-Reaktion zeigenden Zellelemente in Überzahl sind.

BOODLE (l. c. IV. p. 526) widmet in seiner Arbeit, bezüglich der Ontogenie von Sch. dichotoma, ein besonderes kleines Kapitel der „Small Form“ von Sch. dichotoma und dies ist ein neues Zeichen dafür, daß diese Form der Sch. dichotoma, deren Sammler (ex quo loco? ist nicht angegeben) R. G. YAPP ist, nach den italienischen Systematikern auch den englischen Pflanzenanatomen stets aufgefallen ist. YAPPS Pflanzen sind *Sch. Biróí*; BOODLE konnte von diesen nur zwei Exemplare untersuchen, und er hält es für möglich, daß die YAPPschen bloß junge Exemplare von Sch. dichotoma wären.*

Die serienweise mir vorliegenden BIRÓischen Exemplare (und offenbar waren die YAPPschen eben solche) sind scheinbar nur in ihrer äußeren morphologischen Gestalt jung, richtiger klein (Taf. I, Fig. 1—3), im übrigen sind sie in allen Teilen vollkommen entwickelte und demgemäß auch für die weitere Vermehrung befähigte Individuen (Taf. I, Fig. 4—7, Tab. II, Fig. 20).

Im allgemeinen zeigen die Schizaeen ± Heterophyllie. Diese zeigt sich nämlich darin, daß sterile und fertile Blätter vorhanden sind, beziehungsweise die sich verschmälernden Blattabschnitte der sterilen Blätter können sich zu fertilen Blättern umwandeln, die ich, da ja die Schizaeen keine eigentlichen Soren haben**, an Stelle des PRANTLschen „sorophori lacinia“ (metamorphosier-

* „They may be simply young plants of the typical S. dichotoma“. Boodle l. c., IV. p. 5.

** CHRIST (Farnkr. d. Erde, p. 344) hält das Sporangium der Schizaeen für einen Sorus. Auf diese Weise würde in dem Kreise der Schizaeen der Begriff Sorus sich zugleich mit dem Begriff Sporangium decken.

ten Blattabschnitt sec. LUERSSEN) — einfach Sporangiophyllum benenne, deren Gesamtheit (= Sorophorialplatten = Sorophoren), mangels besseren Ausdruckes, als Sorophorie (Sorophoria) zu betrachten wäre (Taf. I, Fig. 5 *s*).

Die Glieder der Gruppe Dichotomae halte ich ohne Ausnahme für solche, deren sogen. sterile Blätter unter günstigen Lebensbedingungen und Jahreszeiten an den Enden ihrer Gabelzweige Sporangiophylle entwickeln können, infolge dessen das sterile Blatt sich zum fertilen umwandelt*, im übrigen mit vollkommener Beihaltung der allgemeinen morphologischen Eigenheiten auch in der äußeren Gestalt des Blattes; der morphologische und auch der anatomische Unterschied zwischen fertilem und sterilem Blatt besteht bloß darin, daß, während sich die Enden der Gabelzweige des einen zu Sporangiophyllen umwandeln, als Sorophorie entwickeln, an dem anderen die Ausbildung derselben weg- oder unterbleibt. Auch in den Herbarien kann man hie und da Exemplare in dem Zwischenstadium der Entwicklung finden, nämlich unter den steril gebliebenen Gabelzweigen sind an ein und demselben Blatte auch Sporangiophylle zu finden. Schließlich ist anzunehmen, daß die Gabelzweige eines jeden Blattes sich zu Sporangiophyllen umwandeln können, mit anderen Worten kann jedes sterile Blatt unter Umständen fertil werden.

Die reifen Sporen von *Sch. Birói* (Taf. I, Fig. 8—12) stimmen morphologisch im großen und ganzen mit denen von *Sch. dichotoma* s. str. (Taf. I, Fig. 13—16), *Sch. Forsteri* (Taf. I, Fig. 17 bis 18) und *Sch. Poeppigiana* (Taf. II, Fig. 22—23) überein, dagegen sind die Unterschiede im Maße jene, welche auffallend die genannten Arten von „dichotoma" charakterisieren. Die Vergleichung der angeführten Abbildungen, ebenso die aus den vollführten Messungen gewonnenen Mittelwerte bestätigen das. Letztere ergeben als Durchschnittslänge für die

---

* All dies wurde wenigstens bis zur Abbildung schon von PETIVER richtig erkannt: Opera Hist. Natur. Spect. London, 1767. Gazoph. Nat. et Artis Decas septima p. 7. Tab. 70. Fig. 12. *A*, *B* (represents its first Shootings towards *flowring*). Die Exemplare hat CUNNINGHAM aus Cochinchina an PETIVER gesandt.

Sporen von *Sch. Birói* 0,028—0,032 mm
„ „ *Sch. dichotoma** 0,036—0,044 mm
„ „ *Sch. Forsteri* 0,05
„ „ *Sch. Poeppigiana* 0,046—0,048 mm,

und wenn wir auf Grund dieser Daten die Sporengröße mit der Größe der dieselben erzeugenden Mutterpflanze vergleichen, finden wir, daß die Größe der Sporen sich an den benannten Arten nach den Dimensionen der ganzen Pflanze ändert.

Die im Habitus kleinste *Sch. Birói* hat im Vergleiche mit den „dichotoma"-Arten auch die kleinsten Sporen; ob wir nun die Sporen trocken, oder in Wasser, in Glyzerin, mit Chlorzinkjod oder mit Jodjodkalium behandelt untersuchten, das Verhältnis blieb immer dasselbe.

Von den drei Wandbestandteilen der bilateral bohnenförmigen Sporen** sind das Perinium (epi-, perisporium) und die Intine (endosporium)*** auch bei Anwendung von starken Vergrößerungen kaum wahrnehmbare, farblose Häutchen; die Unterscheidung derselben erschwert auch schon jener Umstand, daß

* Obwohl unter den bisher anerkannten *Schizaea*arten die geographische Verbreitung von »*Sch.* dichotoma« die größte und ihre Exemplare in den Sammlungen von mehreren Orten relativ reichlich vorrätig sind, hielt ich die eingehendere Untersuchung der Exemplare aus Madagascar (*Sch. dichotoma* Sw.; Baker in Journ. of Botan. 1884, p. 144! Madagascar leg. Humblot!) für zweckmäßig, zugleich das Vorkommen der echten *Sch. dichotoma* auf Madagaskar auch meinerseits zu bekräftigen. Die vergleichenden Daten der Abhandlung beziehen sich im allgemeinen auf die Exemplare aus Madagascar, bei Zitaten bezeichne ich sie kurz als M (= Madagascar, leg. Humblot). Ich bemerke, daß ich unter „N. 4155, Flora von Zentral-Madagascar" von »Station: Betsileo Naudahizana« auch Exemplare von *Schizaea dichotoma* gesehen habe. Diese hat J. M. Hildebrandt im Februar 1881 gesammelt.

** Pteridophyta von Sadebeck. In Engler, Nat. Pflanz.-Fam. I. Teil (1902) 4. Abt., p. 14.

*** Bezüglich dieser technischen Ausdrücke schließe ich mich Leitgeb (Über Bau und Entwicklung einiger Sporen. Ber. der Deutsch. Botan. Ges. Band I, p. 247) resp. Strasburger an, weil ich die Einschränkung des „Luxus" in Kunstausdrücken für richtig halten muß (Prantl II, p. 54). Hinsichtlich der dreischichtigen Wandung der Sporen führt hingegen Leitgeb (l. c. p. 249) die Wandstruktur einiger Sporen auf faltige Ausstülpungen des »Periniums« zurück.

z. B. auf Behandlung mit Chlorzinkjod die Intine nicht blau wird und Zellulosereaktion überhaupt nicht zeigt. Meine an den Sporen von *Sch. Birói* vollführten Versuche bekräftigen in dieser Hinsicht die Richtigkeit schon der Angaben von RAUWENHOFF*, der PRANTL (II, p. 54) voranging. SADEBECK** gibt an, daß auf Einwirken von Chlorzinkjod sich zugleich mit der Exine auch die Intine gelbbraun färbte, wogegen ich das, wenigstens die *Schizaea*-sporen betreffend, nur auf die Exine beziehen würde. Mit Jodjodkalium behandelt ist die Exine ± intensiv gelb, das erwähnte überaus dünne Perinium und die Intine — meiner Ansicht nach — farblos (Taf. II, Fig. 21).

Die Verdickungen der zwischen Perinium und Intine liegenden kutikularisierten Exine (exosporium), die in der Farbe mit ihnen geradezu verschmilzt (ob es wirkliche zentrifugale Verdickungen sind? — lassen PRANTL und SADEBECK unentschieden***), veranlassen die feine Körnelung der Sporen der in die Gruppe von »Sch. dichotoma« gehörigen Formen (spora verruculosa PRANTL!); die charakteristische Körnelung der Sporen ist also nicht »auf die strukturelle Differenzierung des Exosporiums« zurückzuführen. Diese Zellwandverdickungen an der Exine sind hie und da wirkliche Protuberanzen, die jedenfalls Wucherungen der kutikularisierten Schicht darstellen (Taf. II, Fig. 21 *ei*).

Die immer charakteristische Skulptur der Sporen der anderen Gattungen von Schizaeaceen (*Aneimia, Lygodium, Mohria*) stammt ebenfalls aus der Exine, und in dieser Beziehung mit diesen übereinstimmend zeigt auch *Schizaea* keine Abweichung.

Die Körnelung der Sporen ist schwankend und verschieden und wenn wir auch in dieser Hinsicht nach Unterschieden forschen wollen, so wären die Sporen von *Sch. Poeppigiana* als am dichtesten gekörnt zu halten (Taf. II, Fig. 22, 23).

Mag dies im übrigen noch so geringfügig erscheinen, dennoch müssen wir auch diesem Wert beimessen, in Anbetracht dessen, daß z. B. die Sporen von *Sch. Poeppigiana* und *Sch. Sprucei* (im Durchschnitt 0,048 mm) — beiläufig bei derselben Größe — nur der

---

* Botan. Zeit. 1879, p. 441 und ff.

** SADEBECK l. c. p. 15. *** PRANTL II, p. 55 und SADEBECK, l. c. p. 361.

Grad der Körnelung unterscheidet (Taf. II. Fig. 22—24); die Sporen von *Sch. Poeppigiana* sind nämlich sehr dicht gekörnelt, die Körnchen umgeben im optischen Durchschnitt gesehen die Sporen perlschnurartig, obwohl die beiden Arten sonst ausgezeichnet verschieden sind, und die erstere zu den Lophidia-Dichotoma, die letztere zu den Elegantes gehört. In dem stark lichtbrechenden Sporeninhalt fallen mehr oder weniger zahlreiche Kügelchen auf (Taf. I, Fig. 9, 15, 18; Taf. II, 21); die Gestalt dieser eigenartigen und stark lichtbrechenden Körnchen ist eventuell variabel und ihr Inhalt ist Öl, oder sind sie verschiedenartig gestaltete, aber immer abgerundete Proteinkörnchen (Taf. II, Fig. 21 *p*).

Mit dem Sporangium der Schizaeen haben sich mehrere Forscher ziemlich ausführlich befaßt, so auch GOEBEL nach PRANTL*; namentlich mit dem Öffnungsmechanismus der Sporangien aber H. SCHINZ** und A. URSPRUNG***, doch sind ihre Zeichnungen nur skizzenhaft, oder aber geradezu mangelhaft. Die Zellwandverdickung der den Sporangiumring bildenden Zellen (Taf. II, Fig. 27 *a*, 25, 26, 28) hat URSPRUNG verhältnismäßig am besten gedeutet, und ich kann auf Grund der eingehenderen Untersuchung der Sporangien von *Sch. Biróí* (Taf. II, Fig. 27) all das bestätigen, was er bezüglich der Struktur und Mechanik des Annulus l. c. p. 637 sagt.

Das Stomium öffnet sich tatsächlich an der anatomisch gegebenen Stelle; nach meinen Beobachtungen indessen ist der längste Bestandteil des scheitelständigen und vollständigen Ringes, die mittlere Lamelle der daneben plötzlich verkürzten sonst aber nicht weniger mit verdickten Wänden ausgestatteten Annuluszelle zugleich die Richtungslinie der Dehiszenz.

---

* GOEBEL, Organographie, 1898, pp. 761, 764.

** SCHINZ, H., Untersuchungen über d. Mechanismus des Aufspringens der Sporangien u. Pollensäcke. Inaug. Diss. Zürich, 1883. Ich muß bemerken, daß die Abbildung des Sporangiums der *Schizaea pectinata* schlecht ist. Die LINKsche ist bedeutend besser (LINK, Ic. Select. fasc. IV, Tab. IV, Fig. 3).

*** URSPRUNG, A., Der Öffnungsmechanismus der Pteridophytensporangien. Jahrb. f. wiss. Botan. Bd. XXXVIII, p. 635.

Die mit stark verdickten Zellwänden versehenen Zellen des bei den Schizaeen bekannterweise transversalen, dem Scheitelpunkt des Sporangiums sich nähernden, vollkommenen, doch schief verlaufenden Ringes zeigen höchstens einige Abweichung zwischen *Sch. Birói, dichotoma* und *Forsteri* im Maße der Zellwandverdickung; diejenigen von *Sch. Birói* sind nämlich verhältnismäßig am dünnsten (cf. Taf. II, Fig. 25 u. 26). Auch SCHINZ, ebenso PRANTL und URSPRUNG (l. c. p. 637) betonen die Verholzung der den Sporangienring bildenden Zellen, zugleich das charakteristische Verhalten der Stomiumzellen beim Aufspringen der Sporangien (PRANTL II, p. 57); in dieser Hinsicht verhalten sich die erwähnten Schizaeen alle gleichmäßig. PRANTL (II, p. 48) bezeichnet die Seitenkrümmung der *Schizaea*-Sporangien im Vergleich zu denen der Aneimien als schwächer; um dieses festzustellen, hat er (l. c. II, Taf. V, Fig. 80) offenbar die Sporangien von *Sch. pennula* mit denen von *Aneimia Phyllitidis* verglichen (l. c. Taf. VII, Fig. 104 *A*). Vergleichen wir nun aber die PRANTLschen Abbildungen mit dem Sporangiumbild der *Sch. Birói*, so geht hervor, daß es auch solche Schizaeen gibt, bei denen die Seitenkrümmung der Sporangien die der Aneimien sogar übertrifft (Taf. II, Fig. 27).

An den Sporangiophyllen sitzen, paarweise angeordnet, in zwei Reihen durchschnittlich 20—22—28 Sporangien zwischen zahlreichen dünnwandigen, einzelligen, die Länge der Sporangien durchschnittlich einmal übertreffenden Haargebilden, die sich aus der trogförmig vertieften Furche der Sporangiophylle erheben (Taf. I, Fig. 19 *a—e*). Diese sind einfache epidermale Ausläufer der ebenfalls dünnwandigen prosenchymatisch ineinander gekeilten Sporangiophyllzellen; darunter befinden sich, hauptsächlich am Ende des Sporangiophylls, hie und da einzelne in der Form abweichende (Taf. I, Fig. 19 *c—d*), am auffallendsten solche, die sich knieartig hervorstülpen (Taf. I, Fig. 19*e*).

Wegen den fehlerhaften Sporangienbildern PRANTLS (l. c. II, Taf. V, Fig. 80—81), gerade weil seine Untersuchungen im allgemeinen von klassischem Werte sind, muß ich betonen, daß die „Fußwand" der Ringzellen sich an der mit ihnen durch im übrigen ganz dünnwandige Zellen unmittelbar in Berührung stehenden Fläche nicht verdickt und sogar auch nicht verholzt; also ein

Grund mehr dafür, daß sich der Scheitelring der Schizaeen den Verhältnissen gemäß möglichst unbeschränkt zusammenziehen oder erweitern kann. Die maximale Ausdehnung veranlaßt das Aufspringen der Sporangien gewöhnlich gegen den Rand der Sporangiophylle (also nach außen) zu, und nach meinen Beobachtungen kann der Öffnungswinkel auch 90° übersteigen.

Dementsprechend verändert sich natürlich auch das Lumen der Ringzellen, und ich bin der Ansicht, daß die mangelhaften Zeichnungen von SCHINZ, namentlich aber von URSPRUNG (l. c. Fig. 1) sich eher auf die Ringzellen im trockenen Zustande beziehen, welcher Zustand aber für die richtige Deutung der Zellwandverdickung der Ringzellen zur Abbildung durchaus ungünstig ist, insofern er die Ringzellen allseits als stark verdickt erscheinen läßt (cf. Taf. II, Fig. 28), wo doch diese Zellwandverdickung bloß die meridionale Seitenwand der Ringzellen betrifft nach dem basalen Teile der Zelle schreitend (Taf. II, Fig. 25—26). Die Ringzellen in einer Flüssigkeit (Wasser, Glyc. ven.) untersucht, könnte ich nicht behaupten, daß — wie SCHINZ (l. c. p. 18) schreibt — das Lumen infolge der Zellwandverdickung beinahe verschwinden würde, und auch das den trockenen Zustand darstellende Bild kommt der Richtigkeit der Behauptung von SCHINZ kaum nahe. Von all diesem können wir uns dadurch überzeugen, daß wir den trockenen Sporangien Wasser zuführen, wodurch die schon gesprungenen Sporangien sich schließen (URSPRUNG l. c. p. 637) und demzufolge das Lumen der Ringzellen sich zugleich erweitert. Während des Austrocknens der Sporangien ändert sich ihre Lage, ebenso auch das Maß des Aufspringens stetig.*

Die Öffnung der zur Ruhe gekommenen Sporangien deutet URSPRUNG in ungefähr auf 120° und ich kann dies, auch die Richtigkeit der Daten URSPRUNGS bezüglich des weiteren „me-

* Ich denke, dadurch ist es erklärlich, weshalb in der Literatur eine richtigere Darstellung der Sporangien der Schizaeen nicht zu finden ist. Das zwischen Deckglas und Objektträger gelegte Sporangiophyll verändert sich in welchem Medium immer schon infolge des durch das Deckgläschen ausgeübten Druckes, dann durch die Verdunstung des Wassers usw. fortwährend, und aus Erfahrung kann ich behaupten, daß das genauere Beobachten eines Details des Sporangiophylls, überhaupt beim Abzeichnen, nicht eben so leicht ist.

chanischen Verhaltens" der Sporangien nur bekräftigen; die Ursachen des Aufspringens der *Schizaea*sporangien müssen wir in der Verschiedenheit der Kohäsion — und des hygroskopischen Mechanismus der dieselben bildenden Zellen suchen. Beim Aufspringen der Sporangien haben die Ringzellen wirklich eine aktive Rolle, im Gegensatze zu den die übrige Wandung der Sporangien bildenden, sich passiv verhaltenden Zellen. Ich sehe nämlich die Entstehung der Dehiszenzlinie des Stomiums in der Reihe der im übrigen einen turbanartigen Ring bildenden und gleichmäßig kräftig ausgebildeten Zellen an der Stelle, wo auf die verhältnismäßig längste, sonst in der Länge variierende Annuluszelle eine sich plötzlich verkürzende Ringzelle folgt.

Den Entwickelungsgang der *Schizaea*sporangien brauche ich nach PRANTLs (l. c. II, p. 50) eingehenderen Untersuchungen nicht weiter zu erörtern, doch halte ich es für notwendig zu bemerken, daß im Gegensatze zu PRANTLs diesbezüglicher, offenbar nur skizzenhafter Abbildung (l. c. Taf. V, Fig. 81 *p*) die den Ring von *Sch. Biróí* zusammenhaltende „Plattenzelle" (PRANTL) der tetraëdrischen Scheitelzelle des Sporangiums entsprechend (PRANTL l. c. II, Taf. V, Fig. 79 *A*, *B*) auch im ausgebildeten Zustande dreieckig ist (Taf. II, Fig. 25 *i*; Fig. 27 *i*); übrigens entspricht die eine Ecke der Stomiumanlage, so wie dies sonst auch aus den angeführten Abbildungen PRANTLs (l. c. II, Taf. V, Fig. 79 *A*,*B*,*v'*) zu ersehen ist.

Der sich aus dem stets schiefen Rhizoma (rhizoma obliquum) entwickelnde Blattstiel ist von der Blattspreite bei den zu *Lophidium* gehörigen Schizaeen stets gut zu unterscheiden und dementsprechend (wenn wir bei den vergleichenden Untersuchungen möglichst genau darauf achten, daß wir die Schnitte von möglichst gleich orientierter Stelle der Blattspreite nehmen, was ja bei den wiederholten Gabelungen nicht gerade schwer ist, obwohl man leicht fehlen kann) bietet namentlich der Umriß des Blattquerschnittes und innerhalb dessen besonders das Hautgewebe einige Anhaltspunkte zur Möglichkeit der Unterscheidung einzelner Arten; der allgemeine Typus des Blattbaues gibt zugleich die Feststellung des engen phylogenetischen Zusammenhanges der Arten.

Die Gabelzweige der Blattspreiten sind allgemein bandförmig flach und in dem Kreise der eventuell zu *Sch. Biróí* und *Sch. Cope-*

landi gehörigen Formen mit sehr schwach ausgebildetem Mesophyll und sind sozusagen durchwegs gerade nur auf die einzige (Mittel-) Rippe bzw. auf die Stele reduziert. Die Blattspreite von *Sch. Birói* biegt sich an dem Gabelgliede erster Ordnung, also dort, wo zugleich mit der Vergabelung auch die Teilung der Stele stattfindet (Taf. I, Fig. 3 *a*; Taf. IV, Fig. 38), am Rande nach der „Blattunterseite" zu, nur ganz wenig um (margine ± reflexo), wenigstens meiner Ansicht nach, da ich die stärkere Einrollung der Spreitenränder an Herbarexemplaren nicht als natürlich betrachten kann, ausgenommen das Querschnittbild des mittleren Blattstieles (Taf. I, Fig. 3 *b*; Taf. IV, Fig. 36). Die Blattzweige von *Sch. Birói* sind im allgemeinen flach (margine plano, Taf. III, Fig. 30 *p*) und der Umriß des Querschnittbildes ist schon dadurch, daß die Limbuskrümmung von *Sch. dichotoma* an der Seite der Stele beginnt (Taf. III, Fig. 32 *a—p*), im allgemeinen charakteristisch.

Das Hautgewebe grenzt sich vom Mesophyllum scharf ab, dessen Zellwände durchwegs stark verdickt sind, verhältnismäßig noch am geringsten bei *Sch. Birói*. Die Hautzellen von *Sch. Birói* sind im allgemeinen nach dem Mesophyll zu (Taf. III, Fig. 30 *e*), die von *Sch. dichotoma* und *Sch. Poeppigiana* infolge des engeren Lumens eher gegen ihre radialen Wände hin abgeflacht (Taf. III, Fig. 32 *e*, Fig. 31 *e*, Taf. II, Fig. 29 *e*). An den ganz ausgetrockneten Exemplaren konnte das Vorkommen von Chloroplasten in den Hautzellen nicht festgestellt werden.*

Die Struktur der Hautgewebezellen habe ich an dem Material von *Sch. Poeppigiana* eingehender untersucht und konnte dabei feststellen, daß sich stellenweise von der Mittellamelle der überaus stark verdickten Hautzellenwand die Cuticula kegelförmig erhebt, und den so entstandenen Hohlraum füllt Kieselsäure aus (Taf. V, Fig. 5 *c—k*). Vom Vorhandensein der als Gattungsmerkmal zu betrachtenden verkieselten Warzen, sowie der Mittellamellen bei den Schizaeen spricht schon Luerssen bzw. Prantl (II, p. 33); die letztere sondert sich bei Behandlung mit Chlorzinkjod und Glyzerin von der angrenzenden Sekundärschicht und der das Zellumen auskleidenden Zelluloseschicht scharf ab. Ähnlich gebildete Kiesel-

* Sadebeck l. c. p. 357.

warzen beobachteten PRANTL (l. c II, Taf. IV, Fig. 38 *ep*, Fig. 50) und ich (Taf. V, Fig. 3 *st*, Fig. 4) in den Hautzellen von *Sch. pennula* (Gruppe: Digitatae); BRITTON and TAYLOR (l. c. Taf. 6, Fig. 93 *a*) und ich (Taf. IV, Fig. 14 *k*) an *Sch. pusilla*; ferner an *Sch. pectinata* (Taf. VII, Fig. 21 *x*; — Gruppe: Pectinatae), *Sch. Sprucei* und *Sch. elegans-Flabellum* (Taf. VIII, Fig. 37 *k*, Fig. 33 *k*, — Gruppe: Elegantes), außerdem an den hier behandelten Schizaeen der Gruppe Dichotomae (Taf. V, Fig. 5).

Bei dem gleichen Bautypus des kompakten Mesophylls sieht man, daß bei *Sch. Birói* und *Sch. dichotoma* die Auswölbung des Hautgewebes, den sogen. Nerven nach, durch die Stelen beeinflußt wird (costa utrinque prominens, Taf. III, Fig. 30, 32) und sie kann noch gesteigert werden durch das hypodermale Stereom, namentlich in der Spreite von *Sch. dichotoma* (Taf. III, Fig. 32 *d*) und noch mehr bei *Sch. Forsteri*. Hingegen ist die ins Mesophyll eingebettete Stele von *Sch. Poeppigiana* fast ohne Einfluß auf die Auswölbung des Hautgewebes der sonst auch „einnervigen" Gabelzweige (Taf. III, Fig. 31 *st*).*

Das Hautgewebe der Blätter grenzt sich vom Mesophyll scharf ab, sei es nun einreihig (Taf. II, Fig. 29 *e*; Taf. III, Fig. 30 bis 32 *e*), oder durch ein ± starkes Stereom gefestigt; seine Zellen haben im allgemeinen stark verdickte und verholzte Wände und färben sich mit irgendwelcher Jodlösung behandelt lebhaft zitronengelb, mit der WIESNERschen (Phlorogluc.-Salzsäure) aber hell kirschrot.

Mit einem beliebigen Jodreagenz behandelt, werden die Epidermiszellen, welche alle einen Grundtypus zeigen, lebhaft zitronengelb; sie fügen sich auf der Blattober- und -unterseite gleichartig prosenchymatisch auf das engste ineinander, höchstens ist das Maß der Zellwandverdickung nach den einzelnen Arten verschieden (Taf. III, Fig. 33 *t*; Taf. V, Fig. 4; Taf. VII, Fig. 19, 20, 26, 27; Taf. VIII, Fig. 34). Hinsichtlich der Dicke zeigen die Hautzellen von *Sch. Birói* und *Sch. Forsteri* dasselbe Verhältnis, wie der Habitus der genannten beiden Arten zueinander.

---

* PRANTL II, p. 139 sagt zwar „costa supra prominente, subtus non prominente".

Die Entwicklung der Spaltöffnungen der Schizaeen hat PRANTL l. c. eingehend beschrieben; speziell die der *Sch. pusilla* BRITTON and TAYLOR l. c.; daher beschränke ich mich im folgenden bloß auf die meiner Ansicht nach berichtigenden Angaben, namentlich den ausgebildeten Zustand der Spaltöffnungen der Schizaeen betreffend, da die PRANTLschen Abbildungen der Spaltöffnungen von *Sch. pennula* (l. c. II, Taf. IV, Fig. 56) und die BRITTON-TAYLORschen von *Sch. pusilla* (l. c. Pl. 6, Fig. 92) skizzenhaft und die Darstellung der Schließzellen im Querschnitt meinen Beobachtungen nach unrichtig gezeichnet sind. Ich habe wenigstens an all den Exemplaren, an denen ich die Spaltöffnungen im Querschnitte untersuchen konnte (übrigens gelangt man recht schwer zu deren Untersuchung), gefunden, daß sich diese über das Niveau der Epidermiszellen erheben (Taf. II, Fig. 29 *o*; Taf. III, Fig. 30 *o*; Taf. VI, Fig. 12 *z*—*z*; Fig. 14 *s*—*s*; Fig. 15; Taf. VIII, Fig. 33 *s*—*s*; Fig. 35 *s*—*s*; Taf. IX, Fig. 40 *z*; Fig. 41 *i*), — die einzelnen Schließzellen zeigen nach der großen Atemhöhle zu auch einen sehr kleinen opisthialen kutikularen Aufsatz (Taf. II, Fig. 29; Taf. III, Fig. 34; Taf. VI, Fig. 15; Taf. VII, Fig. 21; Taf. VIII, Fig. 37; Taf. IX, Fig. 40 *z*—*z*, 41 *z*).

Ich schließe aus diesem Umstande, daß die im übrigen in jeder Hinsicht xerophilen Schizaeen, zwecks entsprechender Regulierung der Transpiration, in Anpassung an den Wechsel der sogenannten trockenen und regnerischen Jahreszeiten ihre Spaltöffnungen entwickeln.

Dies bezeigen die charakteristisch ausgebildeten stomatorischen Leisten der Schizaeen an der morphologischen Unterseite der Gabelzweige und niemals an deren Oberfläche, wie PRANTL (II, p. 34 unten) für *Sch. pennula* angibt (Taf. III, Fig. 33 *i*—*i*; Taf. V, Fig. 3 *l*; Taf. VI, Fig. 16 *k*—*k*; Taf. VII, Fig. 19; Taf. VIII, Fig. 34 *st*); so verhält sich dies nicht bloß an den sterilen Blatteilen, wie PRANTL (II, p. 34) behauptet, sondern auch an den Sorophorie bildenden, also fertilen Gabelzweigen. Diese stomatorischen Leisten zeigen bei den verschiedenen dichotomen Schizaeen denselben Typus, und sogar die Ineinanderfügung der Zellen der Blattober- und -unterseite zeigt nach den Arten keine Verschiedenheit, außer vielleicht im Maße der Wandverdickung der Epidermiszellen. Da-

gegen bezeugen die xerophile Natur der Schizaeen jene die Stomen unmittelbar umgebenden und in die Längsachse der stomatorischen Leisten fallenden Zellen, deren gabel- oder scherenförmige Fortsätze die Schließzellen förmlich unterstützen und welche von PRANTL einfach als „Zwischenzellen" benannt sind (Taf. III, Fig. 33 *i*; Taf. V, Fig. 3; Taf. VI, Fig. 16, 18; Taf. VII, Fig. 19; Taf. VIII, Fig. 34 *k*—*k*).

Diese von den stomatorischen Leisten gebildeten und von den früheren Botanikern falsch gedeuteten* Reihen befolgen auf das regelmäßigste die Dichotomie der Blätter, und z. B. in dem Querschnitte der Blattspreite oder von oben gesehen, können wir bloß an den Stellen Anhäufung der Stomen beobachten, wo sich mehrere sogen. Nerven treffen.

Das physiologische und anatomische Verhältnis des Stereoms des Farnblattstieles zu den Spaltöffnungen hat POTONIÉ in einer vorzüglichen Abhandlung im allgemeinen treffend dargestellt**.

Durch die Erörterungen von POTONIÉ ist es geradezu selbstverständlich, daß, solange die Blattspreite nicht ausgebildet ist, der mit der Spitze nach vorne eingerollte, im übrigen grüne Blattstiel von *Schizaea* dazu berufen ist, die minimale Arbeit der Assimilation und Transpiration bis zur Ausbildung der Blattspreite (bzw. des Blattes) auszuführen; hierzu muß er außer mit Chloroplasten auch mit Spaltöffnungen ausgestattet sein. Mit der fortschreitenden Entwicklung der Blattspreite (Taf. I, Fig. 1—3) schwindet Schritt für Schritt die Bedeutung der Spaltöffnungen des Blattstiels, und während des Studiums der Bauverhältnisse der Schizaeen habe ich tatsächlich die Erfahrung gemacht, daß die Stomen in der sich bräunenden Zone des Blattstiels ihre Funktion sukzessive verlieren. Die Wände ihrer Schließzellen runden sich nachher ab und verholzen sogar, und zwar häufig zusammen mit den darunterliegenden 1—2 subepidermalen Zellen und derart, daß später einzig die plötzliche Unterbrechung bzw. das Abnehmen des

* Siehe: LUERSSEN, Fil. Gräff. p. 255 und PRANTLS (II, p. 34) diesbezügliche Erörterungen.

** POTONIÉ, H., Die Beziehung zwischen dem Spaltöffnungssystem und dem Stereom bei den Blattstielen der Filicineen. — Jahrb. d. kgl. Botan. Gartens u. Mus. Berlin. Bd. I, (1881), pp. 310—17.

von hypodermalem Stereom gebildeten Ringes an zwei Seiten des Blattstieles die Stelle zeigt, wo einst, als das Pflänzchen noch jung war, die Spaltöffnungen noch funktionierten (Taf. IV, Fig. 47 *o*; Taf. IX, Fig. 39 *t*—*t*). Dieses physiologisch-anatomische Verhalten der Schließzellen ist jedenfalls ein Stützpunkt für die Xerophilie der Schizaeen auch im Hinblick auf ihre Transpiration, — wovon im folgenden IV. Kapitel noch ausführlich gesprochen wird.

Die pflanzengeographischen Verhältnisse der Schizaeen deuten darauf hin, daß die Pflanze in der Wasserversorgung Extremen ausgesetzt ist; jedenfalls bestätigt dies ihr xerophiler Bau. Gegenüber der von SCHIMPER* angegebenen sogen. „normalen Struktur" sind für die zu den Dichotomae gehörigen Glieder der Lophidien die folgenden Abweichungen gleichmäßig charakteristisch:

1. Oberflächenreduktion bei demselben Umfang (Taf. I, Fig. 1 bis 7; Taf. II, Fig. 20).

2. Abnehmen der mit Luft gefüllten Interzellularräume.

3. Hingegen Vermehrung der Wasser leitenden Elemente (in unserem Falle der Tracheiden) und des Sklerenchyms (Taf. IV, Fig. 35 bis 37).

4. Das verhältnismäßig reichlich ausgebildete und auch das in den „Blättern" der Schizaeen naturgemäß weggebliebene Palissadenparenchym ersetzende Chlorenchym; dies bildet das homogene Mesophyll der „Schizaeenblätter". (Taf. III, Fig. 30 bis 32 *m*; Taf. V, Fig. 2 *m*, Fig. 8—9 *m*; Taf. VI, Fig. 14 *m*, Fig. 17 *m*, Fig. 18 *a*; Taf. VII, Fig. 22 *m*; Taf. VIII, Fig. 29 bis 31 *m*—*m*, Fig. 33, 35 *c*—*c*).

5. Zu all diesem kommt noch die starke Verdickung der Wandung der Epidermiszellen, die Vermehrung ihres Cutingehaltes bzw. die Verholzung (Taf. IV, Fig. 35 bis 37; Taf. V, Fig. 2, 6 bis 9; Taf. VI, Fig. 13 bis 15, 17; Taf. VII, Fig. 21, 28; Taf. VIII, Fig. 29 bis 31, 35 bis 37; Taf. IX, Fig. 38 bis 41 *e*—*e*).

6. Auftreten der hypodermalen festigenden Gewebselemente in ± Maße (Taf. IV, Fig. 35 *cs*, Fig. 45—46 *st*; Taf. V, Fig. 2 *h*, Fig. 6 bis 8 *h*; Taf. VI, Fig. 13 *h*, Fig. 17 *h*; Taf. VII, Fig. 21 *h*, 28 *h*; Taf. VIII, Fig. 29 bis 31 *h*, 36—37 *h*; Taf. IX, Fig. 38—39 *h*—*h*).

---

* SCHIMPER, Pflanzengeographie auf physiol. Grundlage. 1898, p. 7.

7. Der Umstand indessen, daß die Schließzellen der Spaltöffnungen sich im allgemeinen über das Niveau der Epidermis erheben, verdient besondere Aufmerksamkeit (Taf. II, Fig. 29 *o*; Taf. III, Fig. 31 *d*, 34 *o*; Taf. VI, Fig. 12 *z*—*z*, 14 *s*—*s*, 15 *z*, 18 *z*—*z*; Taf. VIII, Fig. 33 *s*—*s*, 37 *z*; Taf. IX, Fig. 40 *z*, 41 *i*).

Die Spaltöffnungen der Schizaeen sind offenbar ein Übergangstypus zur sogen. *Alsophila*form*, d. h. auch zu jenen Gliedern der Pteridophyten, die dauernd unter der Wirkung des feuchten Klimas und unter durch den Urwald der Tropen gebotenen stets günstigen Lebensverhältnissen vegetieren.

IV. Die Korrelation des Durchlüftungs- und mechanischen Systems in der Struktur der Schizaeen.

Die allgemein angenommene und auch von DIELS** befolgte Gruppierung der Schizaeen entspricht wesentlich der Einteilung PRANTLS (II, p. 129); bloß die Reihenfolge ist eine andere, indem PRANTL seine auf die ganze Familie sich beziehenden morphologischen und entwicklungsgeschichtlichen Erörterungen mit *Lygodium* beginnt, mit *Mohria-Aneimia* fortsetzt und mit *Schizaea* schließt. Unter diesen Gruppen haben bezüglich der Entwickelungsgeschichte und Anatomie der Spaltöffnungen besonders die Aufmerksamkeit und das Interesse der Botaniker diejenigen Forschungen auf sich gelenkt, die OUDEMANS***, RAUTER†, HILDEBRAND†† und STRASBURGER††† an den Aneimien ausführten und von deren sogen. stomata libera

* HABERLANDT, G., Physiol. Pflanzenanatomie, Ed. IV, 1909, Fig. 183 u. p. 426.

** DIELS, Schizaeaceae. In Engler-Prantl Natürl. Pflanzenfamil. I. Teil, 1902, p. 356.

*** OUDEMANS, C. A. J. A., Sur l'origine des stomates de quelques espèces d'Aneimia. Bullet. du Congrès internat. de Botan. etc. Amsterdam 1865, Rotterdam 1866.

† RAUTER, Jos., Entwickelungsgeschichte der Spaltöffnungen von *Aneimia* u. *Niphobolus*. Aus dem botan. Laboratorium d. Universit. Graz.

†† HILDEBRAND, F. Über die Entwickelung der Farnkrautspaltöffnungen. Botan. Zeit. 24. Jahrg. 1866, p. 246.

††† STRASBURGER, E., Ein Beitrag zur Entwickelungsgeschichte der Spaltöffnungen, Pringsheim: Jahrb. für wiss. Botan. V. Bd. 1866—7, p. 297.

schon im Jahre 1841 LINK ein richtiges Bild in seinen „Ausgewählte anatomisch-botanische Abbildungen" betitelten Werke gab (Heft III, Taf. IV, Fig. 8).

Die Grundlage der phylogenetischen und anatomischen Kenntnisse der Spaltöffnungen von Schizaeen besitzen wir bisher bloß in den wenigen Zeilen, welche in PRANTL II, p. 34—35 zu lesen sind, jedoch mit solchen Abbildungen, die der heutigen Auffassung nicht mehr genügend entsprechen.

Die Schizaeen sind mit Ausnahme der zur Elegantes-Gruppe gehörigen *Sch. Sprucei, elegans Flabellum* und *pacificans* im allgemeinen von ± anspruchslosem Habitus, aber in pflanzengeographischer Hinsicht um so interessantere Glieder der Pflanzenwelt. Die physiologische und anatomische Eigentümlichkeit wird noch dadurch gesteigert, daß im Bau der Schizaeen das zum Schutze der Pflanze dienende mechanische Gewebesystem eine dominante Rolle spielt; namentlich das stereomartig ausgebildete Hautsystem und die hypodermatischen verstärkenden Gewebeschichten, die nach der Auffassung SCHWENDENER-HABERLANDTS wirklich als eine Kategorie des mechanischen Systems betrachtet werden können.

Die Frage der Beziehungen zwischen Stereom und den Spaltöffnungen hinsichtlich des Blattstieles wurde zuerst von POTONIÉ l. c., wie bereits erwähnt, im allgemeinen lehrreich erörtert. Sein Ausgangspunkt war, daß sich die Blattspreite der mit Blattstiel versehenen Farne, trotzdem der Blattstiel sich bedeutend verlängerte, erst viel später, möglicherweise nach Jahren, entwickelt und daß die assimilatorische Funktion anfangs immer durch den grünen Blattstiel ausgeübt wird mit spezieller Ausbildung der zur Assimilation notwendigen Organe, bis sich die Blattspreite entwickelt hat. Sobald dies geschehen, treten in den Spaltöffnungen des Blattstieles in anatomischer wie auch in physiologischer Beziehung tiefgreifende Änderungen ein.

Die Xerophilie der lophidienartigen Schizaeen habe ich im vorangegangenen III. Kapitel Punkt für Punkt dargestellt und jetzt kann wohl die Feststellung dessen einiges Interesse finden, in welcher physiologischen und anatomischen Beziehung das mechanische und das Durchlüftungssystem einzelner Gruppen der Schizaeen zueinander stehen — angefangen von den bezüglich der

Blattspreite gänzlich reduzierten Formen (eine solche ist z. B. die *Sch. pusilla*), bis zu der deutlich entwickelte Blattspreiten besitzenden *Sch. elegans-Flabellum*, also bis zu jenen Formen, die phylogenetisch bereits als die entwickeltesten Glieder der Schizaeen zu betrachten sind.

Um die Frage mit richtigem Erfolg beantworten zu können, habe ich die die Grundlage meiner diesbezüglichen Untersuchungen bildenden Schizaeen möglichst so in phylogenetischer Reihenfolge zusammengestellt, daß mit der Heranziehung der einzigen arktischen *Sch. pusilla* auch schon innerhalb der einzelnen Gruppen die paläo- wie auch die neotropischen Schizaeen charakteristische Vertreter finden. Demzufolge habe ich aus der Gruppe I. Actinostachys WALL. (Digitatae PRANTL) die neotropische *Sch. pennula* SW.*, die paläotropische *Sch. digitata* SW.**, die *Sch. intermedia* METT.*** aus Neukaledonien; aus der II. Pectinatae-Gruppe die neoarktische *Sch. pusilla* PURSH†, die *Sch. pectinata* J. E. SM.†† aus Südafrika, die *Sch. rupestris* R. BR.††† aus Australien in den Kreis meiner Untersuchungen gezogen, deren Blätter ungeteilt und einnervig sind, am Grunde in einen abgerundeten bräunlichen Stiel sich verschmälernd. Ich muß bemerken, daß der phylogenetischen Auffassung gemäß der Ursprung aus der Pectinatae-Gruppe wahrscheinlicher ist, aus welcher nach PRANTL (II, p. 129) einerseits die Glieder der Digitatae, anderseits die der Dichotomae-Gruppe abgeleitet werden können. Die Differenzie-

* *a*) Surinam. HOSTMANN-KAPPLER Nr. 566. Die Exemplare hat auch PRANTL gesehen (= Pr.!).

b) Brasilia: Rio Janeiro, RIEDEL 1832. Pr.! Tab .V, fig. 4 wurde hiernach hergestellt.

** Ceylon. THWAITES, 3105, Pr.!

*** *a*) Plantae Schlechterianae, Nr. 15116. Iter Neo-Caledonicum. — Auf d. Hügeln bei Ngoye, 28. XI. 02, leg. R. Schlechter.

b) Vieillard. Herb. de la Nouv. Calédonie. Nr. 1670. Montagnes de Kanala, 1861—67, Pr.!

† *a*) Ex Herb. W. ALDWORTH POYSER. Egg Harbor, New-Jersey, 13. X. 1909.

b) Ex Herb. D. C. EATON. New-Jersey. Dr. J. TORREY. (rarissima) Pr.!

†† Exp. Novara: Cap. b. spei. JELINEK. Pr.!

††† Nation. Herb. of New South Wales. Botanic Gard. Sydney. Loc. Port Jackson District. Coll. J. H. CAMFIELD. I, 1897.

rung in Stiel und Spreite beginnt nach PRANTL erst von der Dichotomae-Gruppe ab. Die III. Bifidae-Gruppe steht mit ihren einfach oder wiederholt gegabelten Blättern, von denen auch PRANTL sagt „laminam non formans", zwischen den Pectinatae-Digitatae und den Dichotomae-Elegantes, die deutlich Stiel und Spreite aufweisen. Ich habe die bisher bekannten beiden Arten dieser Gruppe, sowohl die *Sch. bifida* SW.* aus Australien, als auch die *Sch. incurvata* SCHKUHR** aus Südamerika untersucht.

Auch die gabelig aufgelösten, aber schon deutlich mit Spreite versehenen zwei Hauptarten der IV. Dichotomae-Gruppe befinden sich in der Reihe meiner Forschungen, so die paläotropische *Sch. dichotoma* J. E. SM.***, mit ihrer aus Neukaledonien bekannten Schwester- (oder Unter-) Art: *Sch. Forsteri* SPRENG.†, sowie die neotropische *Sch. Poeppigiana* STURM (= Sch. occidentalis GRISB.).††

Zwischen den Gliedern der Dichotomae- und der V. Elegantes-Gruppe ist ein in der Gestaltung des Blattes, d. h. in morphologischen Eigenschaften sich äußernder enger Zusammenhang wieder unzweifelhaft; die Glieder dieser letzteren Gruppe leben ohne Ausnahme in neotropischen Gegenden. Ich habe von den bisher teilweise gut bekannten vier Hauptarten drei untersucht, hinsichtlich der von mir erörterten Frage, und zwar die *Sch. fluminensis* STURM†††, als reduziertes Glied dieser Gruppe; die *Sch. Sprucei* HOOK.*†, deren Stiel sukzessive in die Blattspreite übergeht; endlich die *Sch. elegans* J. E. SM.*†† (samt ihrer Unter-

---

* Plantae Müllerianae. Nov. Holland. meridion. BRIGHTON, Pr.!

** Surinam. HOSTMANN, Nr. 623, Pr.!

*** Madagascar, leg. HUMBLOT. — BAKER in Journ. of Botany. Vol. XXII. 1884, p. 271. — Siehe Bemerk., p. 237 sub *.

† Bonati: Fougères de la Nouv.-Calédonie. Sub *Sch. digitata*, fide CHRIST! Leg. Franc, à Nouméa 1906.

†† Venezuela: Escuque, Merida: KARSTEN. Pr.!

††† *a*) Brasilia: Panuré ad Rio Uapés: SPRUCE Oct. 1852. — Jan. 1853. Pr.!

b) British Guyana: Mazaruni. Mount Roraima Expedition.

*† Brasilia: Ad flum. Gubinia v. Rio Negro supra ostium fluminis Casiquiare. Coll. SPRUCE 1854. Nr. 3752, Pr.! Origin.

*†† Flora v. Guatemala, Dept. Alta Verapaz. 350 m. Wald bei Cubilquitz, XI. 1906. Coll. H. von TÜRCKHEIM, Nr. 1122.

art *Sch. Flabellum* MART.* mit Blättern, die vom Stiel aus plötzlich in eine umfangreiche Blattspreite übergehen).

Ein charakteristisches Merkmal aller Farne ist, und in dieser Beziehung ist keine einzige *Schizaea* eine Ausnahme, daß die Spitze der jungen Blätter vorne schneckenartig eingerollt ist; dies ist zugleich der jüngste Teil des Blattes (Taf. V, Fig. 1 *a*).

Während die Wurzelstele sämtlicher Schizaeen gewöhnlich von sechs konkav verdickten inneren Rindenparenchymzellen und von der übrigens etwas zarten Rhizodermis, sowie dem lockeren Rindenparenchymgewebe verstärkt wird, umgibt alle oberirdischen Organe ein ± starker Stereomzylinder, welcher in seiner massigen Ausbildung oft nicht im Verhältnis zu dem durch ihn beschützten und im Leben der Pflanze eine aktive Rolle spielenden anderen Gewebesystem, hauptsächlich aber zu dem das sogen. Grundparenchym bildenden Mesophyll, d. h. dem Chlorenchym, steht.

Das im Querschnitt dreieckige, anderseits spreitenlose Blatt der *Sch. pennula* ist an der Ventral(Vorder- oder Ober-)seite anfangs tieffurchig, nachher die dorsale Rippe um so mehr hervorspringend. Selbst im jüngsten, oberen Teil des Blattes differenziert sich das Chlorenchym scharf gegenüber den stark verdickten und verholzten Zellen des Hautsystems; zu diesem gesellen sich bald einige ähnlich gebaute hypodermale Zellen, erst an der dorsalen Rippe und hernach in den Blattkanten, deren Verbindungslinie die sich spreitenartig verbreiternde und zugleich die am lebhaftesten assimilierende Oberfläche bildet (Taf. V, Fig. 2 *a*—*a*).**

Die ausnahmslos kollateral gebaute Stele der Schizaeen nimmt in ihrem ovalen Umfang im Mesophyll einen solchen Platz ein, daß ihr kürzerer Durchmesser mit der dorso-ventralen Richtungslinie zusammenfällt, der breitere aber mit jener Richtungslinie der beiden Kanten des Blattes, die zugleich — wie gesagt —

---

* A. KAPPLER, Pl. Surinam. Ed. R. F. HOHENACKER, 1846. Prope urbem Paramaribo, Aug. 1844, Nr. 1793, Pr.!

** Wegen der Disposition der Figuren könnte mir seitens PRANTL die gleiche Mißbilligung zu teil werden, welche auch RUSSOW traf (PRANTL II, p. 23, Anm. unten). Ich war aber zwecks völliger Ausnützung des Raumes auf den Tafeln dazu genötigt, die Figuren hie und da anderes zu orientieren.

die eigentliche assimilierende Oberfläche darstellt. (Taf. V, Fig. 8, *d-v, a-a*).*

Hinsichtlich der Anordnung der Schließzellen der Spaltöffnungen, d. h. der Suspendierungsart dieses Apparates habe ich nach den ausführlichen Erläuterungen und Abbildungen PRANTLS bezüglich der *Sch. pennula* wenig zu bemerken (PRANTL l. c. II. Taf. IV, Fig. 53—58).

Von POTONIÉ (l. c. p. 7) werden die Farne, im Zusammenhang mit dem in EICHLERS Syllabus (1880) gegebenen System, treffend in drei Gruppen eingeteilt und zwar hinsichtlich der Anordnung der Spaltöffnungen am Blattstiel, unter denen die in zwei Reihen sich anordnenden Spaltöffnungen die Polypodiaceen, Cyatheaceen und Schizaeaceen charakterisieren.

Ein einreihiger Streifen der Spaltöffnungen zieht sich auf beiden Seiten der dorsalen Rippe der jungen Blätter der *Sch. pennula* hin und meinen Beobachtungen nach derart, daß die Linie der einander gegenüberliegenden Spaltöffnungen eher oberhalb des längeren Durchmessers des Endodermis-Ringes fällt (Taf. V, Fig. 2, *s—s*). Die von den Spaltöffnungen gebildeten Reihen verlaufen natürlich der organischen Achse entlang, und zwar so, daß die Nebenzellen der Schließzellen im Querschnitte konsequent unter das Niveau der Epidermiszellen fallen, so daß der Spaltöffnungsapparat gleichsam in die Furche des Hautgewebes ± eingesunken erscheint, jedoch der die eisodiale Öffnung bildende Scheitelteil der Schließzellen sich schon über das Niveau des Hautgewebes erhebt (Taf. VIII, Fig. 37 *z*; Taf. IX, Fig. 40 *ei*, 41 *i*). Dieser Umstand wird auf dem Flächenbild der Spaltöffnungsreihen, die ich von nun an, samt ihren Zwischen(resp. Klammer-)zellen, kurzhin stomatorische Leisten nenne, durch die gänzliche Hervorhebung der Schließzellen über das Hautgewebe immer auffallender (Taf. V, Fig. 3 *l*), namentlich dadurch, daß sich die Zwischenzellen der Schließzellen mit ihren scheerenartigen Fortsätzen unter den Schließzellen untereinander verbinden, und zwar

* Die Stele der *Sch. pennula* beschreibt ausführlich PRANTL II, p. 22. Die der *Sch. pectinata* z. B. RUSSOW, Vergl. Unters. d. Leitbünd. Kryptog. Mém. de l'Acad. Imp. d. Sc. St. Pétersb. VII. Sér. T. XIX. Nr. 1, aber mit fehlerhaft erläuterter Abbildung (l. c. Taf. X, Fig. 7).

auf eine sämtliche Schizaeen charakterisierende Weise so, daß sie unter einer jeden Spaltöffnung eigenartig geformte, mit verholzter Wandung versehene und gewöhnlich ± ovale Löcher bilden (Taf. V, Fig. 3*o*; Taf. VI, Fig. 16*o*; Taf. VII, Fig. 20*o*, 26*k*, Fig. 27*a*; Taf. VIII, Fig. 34).

Diese o-artigen Hohlräume fügen sich aber nicht eben mit mathematischer Genauigkeit den opisthialen, leistenförmigen, im Querschnitt ± schnabelförmigen Aufsätzen der Schließzellen an (Taf. II, Fig. 29; Taf. III, Fig. 34; Taf. VI, Fig. 15; Taf. VII, Fig. 21; Taf. VIII, Fig. 37; Tab. IX, Fig. 40*t*—*t*, 41*o*), welch letztere aber bei PRANTL (l. c. II, Taf. IV, Fig. 56) und BRITTON-TAYLOR l. c. nicht dargestellt sind.

Die die Spaltöffnungen in Längsreihen zusammenfassenden Klammerzellen (= PRANTLS Zwischenzellen, nach TANSLEY-CHICK* „inter-stomatal cells" — Tab. V, Fig. 3*k*—*k* etc.) entwickeln sich in einer für die Schizaeen charakteristischen Weise (Taf. VI, Fig. 12, 16, 18*k*—*k*; Taf. VII, Fig. 19*k*, 27*a*; Taf. VIII, Fig. 34 *k*—*k*). Diese durch Schließ- und Klammerzellen gebildeten einreihigen (Taf. V, Fig. 3*l*, Taf. VI, Fig. 16 etc.) und selten zweireihigen stomatorischen Leisten (Taf. VII, Fig. 19) gaben den früheren Pteridographen Grund dazu, daß sie diese stomatorischen Leisten unrichtig als „Nerven" betrachteten.**

Diese stomatorischen Leisten ziehen sich zwischen den prosenchymartig gestreckten und früh sich verholzenden Zellen des Hautgewebes der morphologischen Blattunterseite hin. Zwischen diesen auffallend longitudinal gestreckten Hautzellen der Blattober- und -unterseite gibt es in morphologischer Hinsicht keinen wesentlichen Unterschied, und dieser Typus der Hautzellen ist samt ihren verkieselten Warzen für die Schizaeen allgemein charakteristisch (Taf. V, Fig. 3*e* u. 4).

Das Bild dieser allgemein verbreiteten Warzen, welches PRANTL (l. c. II, Taf. IV, Fig. 50) nach Behandlung mit chlorsaurem Kalium und Salpetersäure bei *Sch. pennula* gewonnen

---

* Annals of Botany, Vol. XVII. 1903. p. 510.

** PRANTL II. p. 34. LUERSSEN, Filices Graeffeanae in Mitteil. von SCHENK u. LUERSSEN, Bd. I. p. 255—6.

und beschrieben hat, entspricht wesentlich dem von anderen Arten der Schizaeen, wie z. B. dem von mir geschilderten Bilde der verkieselten Warzen von *Sch. Poeppigiana* und zwar nach Behandlung mit Chlorzinkjod-jodglycerin (Taf. V, Fig. 5).

Die überaus dünne und gewöhnlich gestreifte Cuticula hebt sich oft zellenweise kegelartig von der dunkelfarbigen Mittellamelle empor (Taf. IX, Fig. 40*c*—*l*), daß der massive Stoff der Kieselsäure den so entstandenen Hohlraum gänzlich ausfüllt; gegenüber dieser doppelten Schicht sondert sich die sogen. kutinisierte mittlere und dunklere, fast verbräunende Verdickungsschicht der Hautzellen scharf ab, ist auch selbst sekundär geschichtet und an den Grenzlinien der sekundären Schichtung mit lilafarbigen Streifen, zum Zeichen dessen, daß wir in der mittleren, übrigens am stärksten entwickelten Schicht der Hautzellen die Spur von Cellulose noch bemerken können. Dagegen sondert sich die dünn bleibende Zellulosemembran durch ihre ± reine Lilafarbe von der mittleren Schicht ab (Taf. V, Fig. 5; siehe auch die der Taf. IX, Fig. 40 beigefügte Figurenerklärung).

Diese sehr verbreiteten und meistens schon an trocken untersuchten Hautzellen durch ihre starke Lichtbrechung auffallenden Warzen der Schizaeen bedecken gewöhnlich von oben bis unten die sterilen, ja sogar die fertilen Blätter (siehe bezüglich der *Sch. pusilla* Britton and Taylor l. c. Pl. VI, Fig. 93*a*); es sind eine Reihe von stumpfspitzigen Kegelchen, deren Substanz schon durch Luerssen (l. c. p. 256) gelegentlich der an *Sch. dichotoma* vollendeten Untersuchungen richtig festgestellt wurde. Die ± Verkieselung der Hautzellen, welche den Aneimien ähnliche Warzen aufweisen, sowie die an die Equisetaceen erinnernde Streifung der halbwegs verkieselten Schließzellen betonte schon Luerssen (Taf. V, Fig. 3*z*), später auch Prantl, und all dies trägt zur Steifheit der Körper der Schizaeen bei; gleichzeitig wird aber dadurch auch die Verminderung der Biegungsfestigkeit oder Elastizität, besonders in der trockenen Periode, verursacht.

Allerdings müssen wir es als charakteristisch betrachten, daß die Schließzellen sich doch über das Niveau der unmittelbar benachbarten Hautzellen erheben; dies ist der Fall bei der dureh Luerssen (l. c.) untersuchten *Sch. dichotoma*, der durch Tansley-

CHICK* gründlich beobachteten, aber in minder gelungenen Zeichnungen abgebildeten *Sch. malaccana* (l. c., Pl. XXV, Fig. 6*st*), nicht minder bei der durch BRITTON-TAYLOR** entwicklungsgeschichtlich weitläufig beschriebenen *Sch. pusilla* (l. c. Pl. VI, Fig. 85*a*), meinen Untersuchungen gemäß auch bei *Sch. Poeppigiana*, — so wie auch bei den anderen Schizaeen. Man kann nur im Anfangszustand der Entwicklung feststellen, daß die Schließzellen der Spaltöffnungen einigermaßen unter das Niveau der Hautzellen sinken (PRANTL, l. c. II, Taf. IV, Fig. 55—56); dasselbe wiederholt sich auch seitens der Spaltöffnungen der Sporophyllen (bezügl. der *Sch. pusilla* siehe BRITTON-TAYLOR l. c. Pl. VI, Fig. 92).

Diese Anordnung der Spaltöffnungen zwischen den früh verholzten Hautzellen widerspricht keineswegs der xerophilen Natur der meisten Schizaeen, obzwar die oberflächlichen Beobachtungen, oder das flüchtige Lesen der sonst vielleicht genauen Untersuchungen einigen Widerspruch verursachen können, wo im fertigen Zustand bald von erhöhten, am Anfang der Entwicklung stehenden bald von eingesunkenen Spaltöffnungen die Rede ist. Ob wir die Figuren BRITTON-TAYLORS bezüglich der Spaltöffnungen der *Sch. pusilla* betrachten, oder die stomatorischen Leisten einer beliebigen anderen *Schizaea*, immer heben sich die längs der organischen Achse verlaufenden Spaltöffnungsreihen im gänzlich entwickelten Zustande über das Niveau der Hautzellen.

Auf den Querschnittbildern hingegen sehen wir, daß die Nebenzellen der Schließzellen gewöhnlich ± unter die unmittelbar benachbarten Epidermiszellen fallen; demzufolge ist das Niveau des Hautgewebes dort, wo diese stomatorischen Leisten verlaufen, am Querschnittbilde einigermaßen gewölbt; infolge der Wölbung entstehen die schon oben erwähnten „stomatorischen Leisten", übrigens, sozusagen, in gänzlicher Übereinstimmung mit der xerophilen Natur der Schizaeen (Taf. VII, Fig. 21*e*, Taf. IX, Fig. 41).

Es ist eine selbstverständliche Erscheinung, daß die Spaltöffnungen bei dem in Entwicklung stehenden Blatte der ganzen

* TANSLEY and CHICK, On the structure of *Schizaea malaccana*. Annals of Botany. Vol. XVII. 1903. Nr. 67.

** BRITTON and TAYLOR, Life History of *Schizaea pusilla*. Contrib. from the New-York Botan. Gard. 1901. Nr. 11.

Länge nach funktionieren, ohne daß in Hinsicht der Gestaltung, z. B. bei *Sch. pennula* Taf. V, Fig. 1 in den mit *A—B—C* bezeichneten Zonen der Schließzellen, oder im Verhältnisse der stomatorischen Leisten und des mit ihnen zusammenhängenden Stereoms tiefere Veränderungen festgestellt werden könnten. Bloß die Blattkanten runden sich in den unteren Zonen mehr und mehr ab. In diesem fortgeschrittenen Zustande der Entwicklung verstärkt sich bedeutend das hypodermale Stereom, welches an den Kanten samt der Epidermis durchschnittlich dreizellreihig ist, jedoch in den drei Furchen des Blattes in zweizellreihiges Stereom übergeht, um dann plötzlich an der Linie der stomatorischen Leiste unterbrochen zu werden (Taf. IV, Fig. 35, 47*o—o*; Taf. V, Fig. 6—7*s—s*; Taf. VIII, Fig. 30*s—s*).

Nach Behandlung mit Jodjodkalium nehmen samt dem Stereom auch die Endodermis, wie auch die Hadromelemente der Stele eine zitronengelbe Farbe an; unter den weitlumigen Mesophyllzellen weisen viele eine tief violettblaue Farbe auf zum Zeichen dessen, daß das Mesophyll der Schizaeen den wechselnden Jahreszeiten gemäß auch als Kohlehydrate resp. Stärke aufspeicherndes Gewebe dient. Das Querschnittbild der unteren, d. h. dem „Blattstiele" entsprechenden Zone ändert sich insofern, als die den stomatorischen Leisten entsprechende Konkavität der Seiten gänzlich aufhört und nur auf der Rückenseite eine Furche bleibt, und alldem entsprechend wird das peripherische Stereom in dem Kreise von einer zur anderen „Spaltöffnung" zu einem kräftigen Ring (Taf. IV, Fig. 46—48*st*; Taf. V, Fig. 7*h*; Taf. VIII, Fig. 36*h*; Tab. IX, Fig. 38*h*).

Jenseits dieser Zone vermindert sich die Zahl der Spaltöffnungen rapid: in der Linie der stomatorischen Leisten wird die Entfernung zwischen den Spaltöffnungen immer größer, die Deformation der Klammer-, so auch die der Schließzellen wird immer auffallender und zuletzt bleiben nur die zur Funktion schon unfähigen Überbleibsel zurück, so daß die durch die stomatorischen Leisten gebildeten charakteristischen Streifen auch gänzlich verschwinden (Taf. IV, Fig. 47*o—o*; Taf. VIII, Fig. 36*s—s*; Taf. IX, Fig. 39*t—t*).

In diesem Zustand der Entwicklung ist der Stereomring

ringsherum vollständig geschlossen; am Flächenbilde sind die hautbildenden Prosenchymzellen kürzer und bilden miteinander auch ein gänzlich geschlossenes Gewebe (Taf. IV, Fig. 48*st*, die Richtungslinie irrtümlich zu weit geführt; Taf. IX, Fig. 38*h*).

PRANTL behauptet (l. c. II. 34), und es ist eben darum schwer zu widerlegen, „am fertilen Blatteil finden sich eben solche Spaltöffnungsreihen (= stomatorische Leisten sec. A. R.) bei *Sch. Pennula* oberseits"; bei anderen Arten (*Sch. dichotoma, Sch. pectinata*) habe er sie ganz vermißt; bei *Sch. penicillata* fand er nur einzelne kurze Stücke solcher Reihen ohne jede Regel und er habe daher das Vorkommen bei anderen Arten nicht näher verfolgt.

Über *Sch. penicillata* kann ich mich nicht äußern, weil mir zur Untersuchung geeignetes Material momentan nicht zur Verfügung steht. Dagegen aber suchte ich wiederholt umsonst auf der morphologischen Oberseite der mit verkieselten Warzen übersäeten fertilen Blätter der *Sch. pennula* nach stomatorischen Leisten (Taf. V, Fig. 4!); solche sind weder bei den fertilen noch bei den sterilen Blättern an der Oberseite, sondern nur an der morphologischen Unterseite, und ich habe in dieser Hinsicht an jeder der von mir untersuchten und relativ zahlreichen *Schizaea*-arten dieselbe Erfahrung gemacht. Wir könnten daraus eher den Schluß ziehen, daß auf der Oberseite der Schizaeenblätter, seien sie fertil oder steril, überhaupt keine stomatorischen Leisten vorkommen. Solche hat beispielsweise auch PRANTL weder bei *Sch. dichotoma* noch bei *Sch. pectinata* gefunden. Es ist auch schwer zu glauben, daß die stomatorischen Leisten ausschließlich die Oberseite der fertilen Blätter der *Sch. pennula* auszeichnen würden, im Gegensatze zum sterilen Blatte; obwohl wir es sehr gut wissen, daß das sterile Blatt der Schizaeen — bereits seit PETIVER l. c. bekannt!* — unter Umständen auch zum fertilen werden kann.

Wegen der oben geschilderten Strukturverhältnisse könnte ich behaupten, daß die *Sch. intermedia* aus Neukaledonien eine auffallende Verwandtschaft mit der neotropischen *Sch. pennula* verrät, welche zwei Arten, und dies ist die Auffassung HOOKER-BAKERS, nicht ohne Grund auch systematisch zusammengezogen

* Siehe p. 236 im Kap. III sub *.

werden.* Der Grundtypus, auch hinsichtlich des Stereoms, ist bei beiden derselbe; nur die auf dem Querschnittbilde gegebenen Kanten enden im Vergleich zu den von der Blattbasis der *Sch. pennula* gegebenen und stark abgerundeten Kanten (Taf. V, Fig. 7) in einer viel schärferen Spitze (Taf. V, Fig. 8 und im Vergleich mit dieser Fig. 2 u. 6). Dieser in morphologischer Beziehung jedenfalls in Betracht kommende Unterschied wird durch das an beiden Seiten der Blattrippe, ähnlich wie bei *Sch. pennula*, verlaufende unmittelbare Stereom der einreihigen stomatorischen Leisten teilweise ergänzt; als ob das Stereom, als Hautüberzug, in der Flächenansicht von etwas kürzeren und einigermaßen welligwandigen Gliedern gebildet wäre. Jedenfalls ist es ein kleiner und eher im Bilde als mit Worten darstellbarer Unterschied, der sonst an dem Verhältnis der stomatorischen Leisten zum Stereom des Blattes nichts ändert.

Die ausgesprochen paläotropische *Sch. digitata* ist in Hinsicht der morphologischen Gestaltung des Blattes eigentlich ein in seinen Dimensionen gesteigertes Beispiel der *Sch. intermedia*, indem sich die plattenförmig verflachenden und plötzlich sich verschmälernden Seitenflügel stark verlängern, damit die gleichfalls schmal werdende Dorsalrippe umsomehr hervortrete (Taf. V, Fig. 9*a*—*a*, *v*).

Hinsichtlich der Gewebedifferenzierung weisen die Glieder der Digitatae-Gruppe ein und denselben Typus auf, nur das Stereoma wird im Umfange des Blattes bei verschiedenen Arten in verschiedenem Maße stärker, meinen Betrachtungen gemäß im verkehrten Verhältnis zum Mesophyll des Blattes, indem die spreitenartig plattenförmigen Blätter der *Sch. digitata* ein verhältnismäßig dünnes, im ganzen Umfang bloß auf die Epidermis sich beschränkendes Stereom umgibt, welches der Länge des Blattes nach bloß seitens der dorsalen Rippe eine auf ein paar Zellen sich beschränkende hypodermale Verstärkung erhält (Taf. V, Fig. 9*v*—*h*). Die Untersuchung des Längsschnittes der stomatorischen Leisten von *Sch. digitata* führt wesentlich zum Endschluß diesbezüglicher Beobachtungen Prantls über *Sch. pennula*; die von Prantl gegebene Abbildung (l. c. II, Taf. IV, Fig. 57) zeigt

* Hooker-Baker, Syn. Fil. 1874, p. 430.

ebenfalls dasselbe Stadium, wie das von mir gezeichnete Längsschnittbild der stomatorischen Leisten von *Sch. digitata* (Taf. VI, Fig. 12). An trockenem Material können die Mesophyllzellen ihre natürliche Gestalt nicht mehr ganz zurückgewinnen, deren morphologische Verhältnisse zeigen aber kaum wahrnehmbare Abweichungen bei der *Sch. digitata* gegenüber der *Sch. pennula*, sodaß wir als Resultat getrost behaupten können, daß diese ausgesprochen paläo- resp. neotropischen Glieder der Digitatae-Gruppe, auch beziehungsweise der Gestaltung der stomatorischen Leisten in ihrem Verhältnis zum Stereom gleiche Beschaffenheit aufweisen. Dort wo die Blattflügel, also die eigentlich assimilierende Spreite, sich endlich in den Stiel des Blattes verschmälern, zeigt das Blatt der *Sch. digitata* in einem dem Stiel entsprechenden Querschnitte wesentlich dasselbe Bild, wie *Sch. pennula*, selbst hinsichtlich des Aufhörens der stomatorischen Leisten, um dann ringsherum zum Nachteil des bisher assimilierenden Grundparenchyms ein um so stärkeres Stereom zu entwickeln durch das spurlose Verschwinden der stomatorischen Leisten. Diese Partie des *Schizaea*blattes innerhalb der Digitatae-Gruppe betrachte ich als einen solchen „Stiel", welcher durch den sukzessiven Übergang in den assimilierenden Teil (Spreite) des Blattes bloß eine die Biegungsfestigkeit stets begleitende mechanische Rolle im Leben der Pflanze spielt. Das Stereom geht tatsächlich in jenes die Stele umgebende und gleichzeitig reduzierte Grundparenchym über, welches seine assimilierende Rolle schon infolge des dasselbe umgebenden und die Funktion der stomatorischen Leisten dämpfenden und peripherialen Stereoms einbüßen muß; außer der Aufspeicherung der Reservestärkekörnchen hat es kaum eine andere Rolle (Taf. V, Fig. 10).

Das Querschnittbild kann sich zwar den Arten nach innerhalb der triangularen Umrisse ändern, wie dies der Querschnitt eines authentischen Exemplars der *Sch. intermedia* zeigt*; die oben geschilderte Gewebeentwicklung (Taf. V, Fig. 11) ist aber dieselbe, auch hinsichtlich der stark rotbraunen Färbung des peripherischen Stereoms. Das Hautgewebe, wie dessen hypodermale

* New-Caledonia, Kanala Nr. 1670. Pr.! l. c. p. 132.

Zellen verdicken sich hie und da bis zum Verschwinden des Lumens so stark, daß selbst bei relativ kleiner Vergrößerung inmitten stark hervortretender Mittellamellen die feine Schichtung der die sekundäre Wandverdickung bildenden Schicht der Stereomzellen lebhaft bemerkbar wird, innerhalb dieser aber jener innere auf Wirkung der Eau de Javelle bald sich ablösende Wandbelag, der auf die Wirkung von Jodjodkalium den inneren Stärke aufspeichernden und die Stele umgebenden Grundparenchymzellen, kaum eine Zellulosereaktion aufweist.

Daß das peripherische Stereom, im basalen Teil des Blattes bis beinahe zur Stele sich im Maße der Verholzung gegenüber den typisch verholzten Elementen der Stele unterscheidet, davon können wir uns nach Jodjodkalium auf Grund der Einwirkung von stark verdünnter Schwefelsäure überzeugen, da gegenüber den lebhaftes Zitronengelb aufweisenden Gefäßbündeln das peripheriale Stereom eine schmutzig violette Färbung annimmt, ohne daß zwischen den Wandschichten der dasselbe bildenden Zellen eine auffallende Farbenabweichung konstatiert werden könnte. Auf die Wirkung später hinzugegebener konz. Schwefelsäure lösen sich die die Zellen zusammenhaltenden Mittellamellen sofort auf; später desorganisieren sich auch die eine lebhafte gelbe Farbe behaltenden Elemente der Stele, hingegen verbleiben die die Stele umgebenden Stereomzellen, welche alle eine lebhafte blaufarbige Reaktion aufweisen.

Obwohl ich an den Exemplaren von *Sch. intermedia* aus Neukaledonien (Canala, Nr. 1670) diese Beobachtung gemacht habe, meine ich doch, daß wir nach all dem fehl gingen, wenn wir die auf Grund der angegebenen mikrochemischen Reaktion bemerkbare Lignifikation des Stereoms den verholzten Elementen der Stele schroff gegenüberstellen würden.

Auf Einwirkung der WIESNERschen Reaktion nimmt nämlich das Stereom der *Sch. digitata*, sowie das Xylem der Stele samt der äußeren Wandung der Endodermis momentan kirschrote Farbe an. All dies in Betracht genommen gebe ich jener Ansicht Ausdruck, daß zwischen dem Stereom und den verholzten Elementen der Stele bloß hinsichtlich des Maßes der Lignifikation einige Abweichung möglich sei, und zwar in solcher Weise, daß das

steif machende Säulengewebe der *Schizaea* eigentlich die Stele ist; hingegen im Interesse der Biegungselastizität der Pflanze ist das peripheriale Stereom, welches die Stele walzenförmig umgibt, im Verhältnis zu der zugfest gebauten Stele elastischer, obwohl das Hautgewebe sich gewöhnlich ± verkieselt.

Nach den oben besprochenen drei neo- resp. paläotropischen Gliedern der Actinostachys (Digitatae)-Gruppe können uns hinsichtlich der aufgeworfenen Frage jene Arten der Pectinatae-Gruppe interessieren, welche wir nach CHRIST als über den ganzen Erdball zerstreute *Schizaea*arten kennen, insofern, als die *Sch. pusilla* nur in dem kleinen Gebiet von New-Jersey in Nordamerika bekannt ist; sie ist auch zugleich die einzige *Schizaea* der nördlichen Hemisphäre. Im Gegensatze zu dieser beschränkt sich die Verbreitung der *Sch. pectinata* bloß, nebst St. Helena und Martinique, auf das kleine Gebiet des Kaplandes (Mt. Diaboli, Tabulari).* Die dritte, die *Sch. rupestris* ist nur aus jenen Gebieten Australiens bekannt, deren Hauptpunkte Botany Bay-Port Jackson, die Gegend des Paramattaflusses, Blue Mountains, Illawarra und Swan River sind. Wir können aus diesen denkbar größten geographischen Gegensätzen der Vorkommensumstände darauf schließen, selbst aus PRANTLs in den diesbezüglichen Forschungskreis gehörigen Daten geht auch hervor, daß die Pectinatae-Gruppe, gegenüber den oben skizzierten Fällen, bezüglich des peripherialen Stereoms eine größere Verschiedenheit aufweist. Einen mit Hypoderm verstärkten kontinuierlichen Stereomring erwähnt PRANTL (II, p. 30) bei *Sch. fistulosa*, welcher nicht nur bei *Sch. fistulosa*, sondern konsequenter, wie bereits oben angegeben, auch bei anderen Schizaeen bei den stomatorischen Leisten unterbrochen wird.

Hingegen ist aber in den Blättern der zu derselben Gruppe gehörigen *Sch. rupestris*, sowie der *Sch. pusilla* kein stereomatisches Hypoderm vorhanden, sodaß bei diesen das peripheriale Stereom — und in dieser Beziehung ist kein Unterschied zwischen fertilen und sterilen Blättern — sich ausschließlich auf den kontinuier-

* Ihr wohlgelungenes Bild siehe in den Wiss. Erg. der Deutschen Tiefsee-Exped. Valdivia 1898—1899. Bd. II, R. MARLOTH: Das Kapland insonderheit das Reich der Kapflora usw. Jena 1908, p. 159.

lichen Ring des Hautgewebes beschränkt, welcher immer wieder in der Linie der einreihigen stomatorischen Leisten unterbrochen wird (Taf. VI, Fig. 14*e*—*s*—*s*).

Im oberen Teil des Blattes von *Sch. pusilla* ist der Querschnittumriß unten, d. h. der Rückseite entsprechend konvex, der Vorderseite entsprechend ± konkav (Taf. VI, Fig. 14*v*—*d*); diese Konkavität aber kann gegen die Blattbasis zu sowohl am fertilen, wie am sterilen Blatte auch gänzlich verschwinden.

Das Wegbleiben des hypodermalen Stereoms ist in dem vorliegenden Falle charakteristisch, aber seitens der an *Eriocaulon*, *Xyris* oder an einen kleinen *Juncus* erinnernden *Sch. pusilla* keineswegs überraschend, indem das Pflänzchen in seiner fast zwirnartigen Dünne in mechanischer Hinsicht fast übermäßig durch eine wesentlich den anderen Schizaeen entsprechende Stele, dann durch eine im Verhältnis zu den kleinen Dimensionen des Querschnittes fast übermäßig starke und vom Grundgewebe sich scharf absondernde stereomatische Epidermis, wie auch durch ein den Raum zwischen Endodermis und Hautgewebe eigenartig ausfüllendes grundparenchymatisches Mesophyllum verstärkt wird, dessen einfach getüpfelte Zellwände verhältnismäßig dick sind (Taf. VI, Fig. 14*m*).

Diese allgemeinen Strukturverhältnisse der in ihren Dimensionen kleinen Pflanze verraten schon im vornhinein, daß im Kampfe ums Dasein die der Biegungs- und Zugfestigkeit entsprechenden Zellelemente eine Hauptrolle spielen, sodaß dann durch Sicherung des entsprechenden Schutzes die assimilatorische Funktion in jenem Mesophyll, dessen diesbezügliche Rolle allem Anscheine nach schon untergeordnet ist, ungehindert ausgeübt werden könne; dafür sprechen auch die anatomischen Eigenheiten. Die anfangs furchenartige Vertiefung der stomatorischen Leisten der *Sch. pusilla* im Hautgewebe wird durch Britton-Taylor (l. c. Pl. 6, Fig. 92) richtig dargestellt, die das Leben dieser Pflanze — meines Wissens der einzige Fall in der Reihe der Schizaeen — am Standorte selbst beobachtet und ausführlich beschrieben haben. Die Erhöhung der Spaltöffnungen über das Niveau des Hautgewebes wird später mit der gänzlichen Entwicklung des Blattes umso auffallender, was ich mit Hilfe der Taf. VI, Fig. 15 neuer-

dings darstellen möchte, da ich BRITTON und TAYLORS diesbezügliche Figur (l. c. Pl. 6, Fig. 85, 92) hauptsächlich wegen des Fortlassens der opisthialen, im Querschnitt schnabelförmigen (sonst der Aufmerksamkeit leicht entgehenden) kutikularen Fortsätze, als ungenau betrachte. Den Grund der Mangelhaftigkeit der bisher veröffentlichten Abbildungen der *Schizaea*-Spaltöffnungen, hauptsächlich im Querschnitt, finde ich in der oft starken Verkieselung der Schließ- und Hautzellen (Taf. VI, Fig. 15*k*), ferner darin, daß die opisthialen schnabelförmigen Fortsätze nur im ganz gut gelungenen Medianschnitt der Schließzellen sichtbar sind und außerhalb der optischen Mittellinie verschwinden, in welchem Falle dann die Abbildungen BRITTON-TAYLORS (l. c. Pl. 6, Fig. 85, 92) richtig sind. Die fertilen und sterilen Blätter der *Sch. pusilla* z. B. können derart verkieselt sein, daß nach ihrer Ausglühung im Platinaschälchen leicht zu konstatieren ist, daß die ganze peripheriale stereomatische Haut, samt den stomatorischen Leisten und mit ihren, die Schizaeen ausnahmslos charakterisierenden prosenchymatischen Hautzellen gänzlich verkieselt ist; mit den verkieselten und massenhaft vorkommenden Hautwarzen kann all dies auch die Steigerung der mechanischen Festigkeit bedeuten, im Falle des Austrocknens des Standortes zugleich die Fragilität des Pflänzchens.

Eine Art des Schutzes gegen Austrocknen bedeutet aber der Umstand, daß die *Sch. pusilla* ökologisch gewöhnlich mit hydrophilen Pflanzen (*Juncus, Drosera, Utricularia, Sphagnum* usw.) vergesellschaftet ist*, die *Sch. Birói* aber mit dem torfmoosartigen *Exodictyon.*** Es ist nicht ausgeschlossen, eher höchst wahrscheinlich, daß bei Beobachtung der oekologischen Verhältnisse anderer *Schizaea*arten ähnliche Erscheinungen wahrzunehmen wären. Angaben darüber habe ich weder in der mir zur Verfügung stehenden Literatur, noch bei den reichlichen Herbarexemplaren gefunden***, mit Ausnahme von DIELSS *Sch. fistulosa*, deren später noch Erwähnung getan wird (Kap. V, p. 288).

---

* BRITTON and TAYLOR l. c. p. 1. ** Siehe Kapitel I, p. 220.

*** Die Begleitpflanzen der in Exsikkaten ausgegebenen Pflanzen werden neuerdings z. B. in den Faszikeln der „Flora Bavarica" musterhaft und sorgfältig angeführt; ein Beispiel, welches Nachahmung verdient.

Die ± Verkieselung der Schizaeen ist eine allgemeine Erscheinung; die dadurch verursachte Steifheit wird bis zu einem gewissen Grad durch die im peripherialen Stereomring vorhinein gegebene Biegungsfestigkeit paralysiert welcher sogar die im Grundgewebe später dickwandig werdenden Elemente kein Hindernis verursachen, indem deren unterbleibende Lignifikation und das Aufspeichern der Kohlehydrate eine allgemeine Erscheinung ist. Ich übergehe die Einzelheiten meiner diesbezüglichen Forschungen, da diese mit den Ergebnissen PRANTLS (l. c. II, p. 31 unten) auf Grund der Anwendung der RESORCIN- wie der WIESNERschen und der verschiedenen Jodreagentien gänzlich übereinstimmen. Die scherenartige Verbindung der Klammerzellen der stomatorischen Leisten unter den Schließzellen der Spaltöffnungen, d. h. das Versinken der Klammerzellen unter die Schließzellen — eine die Schizaeen allgemein charakterisierende Erscheinung — ist an *Sch. pusilla* auch gut wahrnehmbar, da die stark verdickten und verholzten Seitenwände der Klammerzellen in entsprechender Einstellung in der unmittelbaren Längslinie der Schließzellen scharf sichtbar sind. Die auf Taf. VI, Fig. 16 gegebene Abbildung stellt die stomatorischen Leisten von *Sch. pusilla* in der optischen Ebene der Klammerzellen dar, und wir dürfen nicht übersehen, daß die Schließzellen der Spaltöffnungen sozusagen auf denselben sitzen (Taf. VI, Fig. 12 *k—k*, *z—z*), d. h. sie erheben sich auffallend über das Niveau des stereomatischen Hautgewebes (Taf. V, Fig. 3 *z—z*; Taf. VI, Fig. 15; BRITTON-TAYLOR l. c. Pl. 6, Fig. 81—84 usw.).

Hinsichtlich der Hauptthese dieses Kapitels will ich bemerken, daß die stomatorischen Leisten der fertilen, wie auch der sterilen Blätter der *Sch. pusilla* von der Spitze bis zur Basis des Blattes, d. h. in vollständiger Länge desselben ungestört funktionieren; die Schließzellen der Spaltöffnungen deformieren sich gegen den babasalen Teil des Blattes gar nicht, ihre Zellen ändern sich überhaupt nicht, so daß die durch das Ausbleiben der Sklerosis im basalen Teil des Blattes entstandene „mechanische Entkräftigung" gleichsam durch die allmähliche Verdickung der Grundparenchymzellen ausgeglichen wird (Taf. VI, Fig. 14 *m*).

Die *Sch. pectinata* ist ein südafrikanischer Typus. Der Quer-

schnitt des Blattes ist bei PRANTL l. c. II, Taf. IV, Fig. 45 meiner Ansicht nach unrichtig wiedergegeben (conf. Taf. VI, Fig. 17), wenigstens auf Grund der eingehenderen Untersuchungen jener Exemplare, die von der „Novara Expedition" des Jahres 1857 bis 1860 stammen und deren durch JELINEK gesammelte Exemplare selbst auch durch PRANTL geprüft wurden. Vor allem ist am Blatte der *Sch. pectinata* eine der Blattoberfläche entsprechende tiefe Furche auffallend, wie auch die ihr entsprechende stark hervorspringende Rückrippe und die kipfelartige Abkrümmung der zwei Seitenkanten der Spreite nach den auf beiden Seiten der Rückrippe verlaufenden stomatorischen Leisten (Taf. VI, Fig. 17 *d—v*, *α—a*, *ss—ss*). Anatomisch erinnert das Mesophyll des Blattes an das Mesophyll der *Sch. pusilla*, indem seine auf Einwirkung von Chlorzinkjod eine violette Färbung annehmenden und polygonalen Zellen ein einheitliches Grundgewebe bilden, welches sich gegenüber dem sich zitronengelb färbenden stereomatischen Hautgewebe scharf absondert (Fig. cit. *m*, *e*); dieses letztere erfährt im spreitenartig sich ausbreitenden Teile des ansehnlich langen Blattes bloß an den Seitenkanten und der dorsalen Rippe eine hypodermale Verdickung, ohne daß aber dieses subepidermale Stereom zugleich einen scheinbaren Übergang ins Mesophyll bilden würde (Fig. cit. *h—m*).

Dieser Zustand tritt einigermaßen im „Blattstiel" auf, wodurch das Querschnittbild des Stieles eine auffallende Ähnlichkeit mit der auf Taf. V, Fig. 7 gegebenen Figur der *Sch. pennula* zeigt, nicht bloß in der hypodermalen Verstärkung des peripherialen Stereoms, sondern auch in der plötzlichen Unterbrechung desselben in der Längsachse der stomatorischen Leisten, welches sich auf Kosten des reduzierten Mesophylls verbreitert hat.

Ich halte die Ausbildung der auf beiden Seiten der dorsalen Rippe verlaufenden stomatorischen Leisten für auffallend und für *Sch. pectinata* höchst charakteristisch schon deshalb, weil diese Leisten durch das Hervortreten der Schließzellen der Spaltöffnungen über das Niveau des Hautgewebes eine verdoppelte Reihe dicht auf einander folgender Spaltöffnungen zeigen, mit gewöhnlich in der Flächenansicht runden Spaltöffnungen und mit einem aus kurzen Gliedern bestehenden Hautprosenchym. Die Spaltöffnungen

folgen im oberen Teil des Blattes hie und da so dicht nacheinander, daß die Endpunkte der Schließzellen mit Ausschaltung der Klammerzellen förmlich einander berühren (Taf. VII, Fig. 19).

Die Klammerzellen dieser verdoppelten Reihe der Spaltöffnungen zeigen übrigens hinsichtlich der scherenartigen Zusammenknüpfung unter den Schließzellen den schon bekannten Typus; bei sorgfältiger Untersuchung ergibt sich aber, daß die Doppelreihe der Spaltöffnungen hie und da lückenhaft wird, d. h. daß wir vom Blatte sehr leicht, gegen die Blattbasis zu sogar immer häufiger solche Querschnitte erhalten können, welche uns an die einreihigen stomatorischen Leisten von *Sch. pennula* oder *Sch. digitata* erinnern könnten. Infolge stellenweisen Ausbleibens der Spaltöffnungen oder der Ausdehnung der Zwischenzellen derselben zeigt das stereomatische Grundnetz der stomatorischen Leisten, hauptsächlich in bezug auf die Klammerzellen, gegenüber der sogen. regulären Struktur (Taf. V, Fig. 3 *l*; Taf. VI, Fig. 16 *k*—*k*) einige Komplikationen (Taf. VII, Fig. 20).

In dem dem Blattstiele entsprechenden Teile des Blattes hört nämlich die Doppelreihe von Spaltöffnungen der stomatorischen Leisten gegen die Blattbasis zu auf, in der Linie der sich verschmälernden stomatorischen Leisten treten die Spaltöffnungen sogar seltener auf und zwischen den 2—4-er Gruppen der Spaltöffnungen werden jene prosenchymatischen Zwischenzellen immer größer, welche ihren klammerzellartigen Charakter bereits gänzlich eingebüßt haben.

Diese Spaltöffnungsreihen längs des Blattes können im Verhältnis zu dem im basalen Teil des Blattes stark reduzierten Mesophyll sehr reich genannt werden. Selbst dort, wo das peripheriale Stereom der Blattbasis zu und in der Richtung der stomatorischen Leisten plötzlich in drei- oder sogar vierzähligen Reihen auftritt, können wir noch lebhaft transpirierende Spaltöffnungen finden.

Die *Sch. pectinata* erreicht eine Höhe von durchschnittlich 20 cm, nach Prantl manchmal auch 40 cm, und die Steifheit der einfachen, 1,5 mm Breite kaum überschreitenden langen, schlangenförmigen, sonst nadelartigen Blätter wird durch die starke Verkieselung verursacht; tatsächlich können die Hautzellen der

Blattspitze, auf einer Platinaschale bis zum Rotglühen erhitzt, auf dem Objekttisch des Mikroskops in ihren Umrissen fast unversehrt beobachtet werden.

In ihren Dimensionen, wenigstens nach den von mir gesehenen Exemplaren beurteilt, ist die ausschließlich auf die gemäßigten Gebiete von Australien beschränkte *Sch. rupestris* kleiner und zarter gebaut, deren abgeflachte Blätter (folia plana) schon in vorhinein auf ein dünnes Mesophyll schliesen lassen; daß die Blätter biegsam sind und nicht nadelartig steif, bedeutet dagegen, neben der geringen Verkieselung, die gänzliche Reduktion des peripherialen Stereoms. Diese *Sch. rupestris*, deren spezifische Selbständigkeit niemals in Zweifel gezogen wurde, zeigt sich nach ihren anatomischen Eigenheiten in Wirklichkeit als eine solche, die in der Reihe der Schizaeen eine ombrophile Art wäre. In dieser Pflanze ist tatsächlich nichts vorhanden, was auf Xerophilie schließen läßt; das höchstens 18 cm Höhe erreichende Pflänzchen ist durchschnittlich niedriger, das von FITSCH gezeichnete Bild in HOOKERS Gard. Ferns Taf. 42 stellt es nur mit einer Höhe von 13 cm dar, also in Hinsicht der Dimensionen und der klimatologischen Verhältnisse, unter welchen das Pflänzchen lebt, ist es auf einen besonderen Schutz durch das peripheriale Stereom wirklich nicht angewiesen. Die stumpf gespitzten sterilen wie auch die fertilen Blätter werden bald plattenartig abgeflacht; das Grundparenchym des überaus lockeren breitlumigen Mesophylls wird in ganzer Länge des Blattes ausschließlich durch eine einzige Zellreihe des Hautgewebes verstärkt, wenn wir die recht weitlumige und auffallend dünnwandige Epidermis überhaupt als verstärkend betrachten können, in der nur einige wenige die Blattkanten bildende Zellen sich verdicken.

Bei alledem sondert sich das Hautgewebe der *Sch. rupestris* vom Mesophyll des Blattes, selbst gegen den sich verschmälernden basalen Teil des Blattes ziemlich gut ab (Taf. VII, Fig. 22—24 *e—m*). Bei PRANTL l. c. II, Taf. IV, Fig. 46 ist der schematische Blattquerschnitt von *Sch. rupestris* nicht eben richtig dargestellt, hauptsächlich deshalb, weil er ihn bloß in Bezug auf die stomatorischen Leisten der „Nerven" als hervorspringend betrachtet (costa subtus prominente), obwohl ich nach meinen Beobachtungen eher

das Entgegengesetzte behaupten könnte (Taf. VII, Fig. 22 *v—d*). Obzwar sich die Blattspreite längs der Stele, daher den „Nerven" nach, auf beiden Seiten tatsächlich ± hervorwölben kann, ändert dieser Umstand auf der ebenen Fläche der Ober- und Unterseite des fast membranartig abgeflachten Blattes sozusagen gar nichts; ihre ganze Struktur ist so undifferenziert, daß sie selbst bezüglich der das Hautgewebe bildenden Zellen das gewöhnliche typische Bild der Epidermis bei stärkerer Vergrößerung nicht eben tadellos erkennen läßt (Taf. VII, Fig. 25 *e*).

Die Armzelligkeit des Blattmesophylls ist im Blattstiel am auffallendsten, wo mit der gänzlichen Reduktion des peripherialen „Stereoms" (?) das Grundparenchym im ganzen eine zweizellige Schicht um die auf eine minimale Zellenzahl gesunkene Stele bildet (Taf. VII, Fig. 24 *e—m—st*).

Neben den besprochenen Schizaeen ist die Wirkung des gemäßigten Klimas und des weniger extremen Temperaturwechsels im Bau der *Sch. rupestris* leicht zu bemerken. Bei alledem finden sich solche den physiologischen Faktoren nicht widersprechende morphologische Merkmale vor, die unzweifelhaft den *Schizaea*-Typus der *Sch. rupestris* auch im anatomischen Sinne des Wortes rechtfertigen. Denn an der verflachenden Blattunterseite verläuft je eine Reihe der Spaltöffnungen in zwei Streifen, d. h. die beiden stomatorischen Leisten mit Erhebung der Schließzellen der auffallend dünnwandigen Spaltöffnungen über das Niveau des Hautgewebes (Taf. VI, Fig. 18 *z—z*). Die stomatorischen Leisten der *Sch. rupestris*, mit der gewöhnlichen Verengerung der Hautzellen auf den Rippen der Blätter (Taf. VII, Fig. 26 *b*), sind hauptsächlich im Flächenschnitt anatomisch eine auffallende Erscheinung, d. h. eine solche, welche zwar dem *Schizaea*-Typus nicht widerspricht, aber doch auf den ersten Blick für die Art charakteristisch ist (conf. Taf. V, Fig. 3; Taf. VI, Fig. 16; Taf. VII, Fig. 19—20, ferner Fig. 26—27).

Die nach PRANTL so genannten scherenartigen Fortsätze der unter den Schließzellen der Spaltöffnungen vertieften Klammerzellen kommen im Blatte der *Sch. rupestris* nur einseitig zu morphologisch charakteristischer Ausbildung, d. h. derart, als würden die eiförmigen Spaltöffnungsapparate gleich einem herabgleitenden

Tropfen an den Enden je einer Klammerzelle schweben (Taf. VII, Fig. 26—27 *z—z*).

Wenn wir BRITTON-TAYLOR l. c. Pl. 6, Fig. 84 u. 86 bezüglich der Entwicklungsgeschichte der Spaltöffnungen von *Sch. pusilla* betrachten, zeigt der Spaltöffnungsapparat der *Sch. rupestris* entwicklungsgeschichtlich anfangs wahrscheinlich ähnliche Verhältnisse als die ebenfalls im gemäßigten Klima wachsende *Sch. pusilla*. Die Reihe der in allen Teilen subtilen und gegen die Spaltöffnungen kelchförmig sich verschmälernden Klammerzellen bildet inmitten der gleichfalls prosenchymatisch gestreckten und dünnwandigen Hautzellen keine in der Längslinie so scharf sich absondernden stomatorischen Leisten, wie wir sie bei jenen Schizaeen zu sehen gewöhnt sind (vgl. Taf. V, Fig. 3; Taf. VI, Fig. 16; Taf. VII, Fig. 19), bei welchen die stomatorischen Leisten als plötzliche Unterbrechungen des mit hypodermale Stereom verstärkten peripherialen Stereomas figurieren (Taf. V, Fig. 6—8 *s—s* usw.).

Nach dem Vorangegangenen ist es selbstverständlich, daß die Verholzung sich außer dem auf das Hautsystem reduzierten peripherialen Stereom auf die Endodermis, bzw. auf einige Hadromelemente der Stele beschränkt und daß dieselbe auch im Hautgewebe gering ist. Ob wir aus dem eher zweckmäßigen basalen Teile der sterilen oder fertilen Blätter Stückchen entnehmen, so bleibt doch nach deren Ausglühen kaum irgendwelche Asche zurück; die Untersuchung derselben unter starker Vergrößerung ergab den Schluß, daß die Verkieselung der *Sch. rupestris* eine höchst minimale ist; sie beschränkt sich lokalisiert auf einige kaum Kieselwarzen aufweisende Hautzellen. Das Vorhandensein der epidermalen Kieselwarzen kann ich jedoch infolge des mir zur Verfügung stehenden geringen Materials nicht mit Bestimmtheit behaupten.

Zwischen den zu PRANTLS Bifidae-Gruppe gehörigen und bisher anerkannten zwei Arten, nämlich zwischen der australischen und neu-seeländischen *Sch. bifida* und der im tropischen Südamerika gedeihenden *Sch. incurvata* ist die Übereinstimmung im Habitus groß, so daß die Verfasser der Synopsis der Farnwelt der ganzen Erde HOOKER und BAKER (l. c. p. 429) bloß die Schlankheit der *Sch. incurvata* gegenüber der robusteren *Sch. bifida* betonen, deren Blätter durchschnittlich länger, deren Blattzweige aber

breiter sind. In pflanzengeographischer Beziehung sind dies einander vertretende, sogen. vikariierende Arten, wie z. B. die paläotropische *Sch. dichotoma* s. str. und die neotropische *Sch. Poeppigiana*, welch letztere nach den genannten englischen Autoren einfach die „Sch. dichotoma" s. ampl. Südamerikas (= *Sch. occidentalis* GRISB.) wäre.

Dieser Auffassung gemäß wäre die *Sch. incurvata* auch nichts anderes als ein weit losgelöstes Glied der „Sch. bifida" s. ampl. aus Australien, welches unter geographischem Einfluß einen einigermaßen abweichenden Formenkreis bildet (*Sch. bifida* var. *incurvata* PRESL. Suppl. p. 75 = Sch. bifida MEYER Fl. Essequ. p. 292 — non SCHKUHR). Die erwähnten Glieder der Bifidae- und Dichotomae-Gruppe sind auch hinsichtlich der Morphologie der Gabelzweige der Blätter innig verwandt.

Im Interesse der unbedingten Vermeidung eines leicht möglichen Irrtums habe ich jenes Exemplar der *Sch. incurvata* aus British Guyana (SCHOMBURGK nr. 274) untersucht, welches auch PRANTL zu Händen hatte (l. c. II, p. 137). In dieser amerikanischen Unterart der „Sch. bifida" (PRESL l.c.), die in all ihren Dimensionen kleiner und schlanker ist, zeigen die Gabelzweige der gewöhnlich zweifach (selten fünffach) gegabelten Blätter schon am Gipfelteil des Blattes im Umriß des Querschnittes solch ein dreieckiges Bild (Taf. VIII, Fig. 29), welches unter den bisher besprochenen Schizaeen beispielsweise die *Sch. pennula* in der sich in den Blattstiel verschmälernden Zone des Blattes aufweist (Taf. V, Fig. 6—7).

In der oberen Zone des Gesamtumrisses des Blattes erinnert uns das Querschnittbild an *Sch. pectinata* mit dem spezifisch charakteristischen, also tiefgreifenden Unterschiede, daß die beiden Kanten des kaum in der Spreite verflachenden Blattes sich nicht ab- (Taf. VI, Fig. 17 *a*—*a*), sondern aufwärts krümmen. Das peripheriale Stereom entwickelt sich mit dem ziemlich stark hervortretenden Hypoderm zeitig und dermaßen, daß dieses Stereom auf der Rückrippe mit drei-, auf der Unterseite durchschnittlich mit zweifachen Zellreihen eine solch starke Hülle des Blattes bildet, daß sie bei den Schizaeen gewöhnlich bloß den stomatorischen Leisten entlang plötzlich unterbrochen wird; vom Mesophyll bildenden Grundparenchym aus grenzt sie sich scharf ab, so daß von

einem sukzessiven Übergang der Stereomzellen ins Grundparenchym keine Rede sein kann (Taf. VIII, Fig. 29 *e—h—m*).

In den in ihrer natürlichen Farbe behandelten Querschnitten ist dieses peripheriale Stereom mit seiner lichtgelben Farbe in scharfem Kontrast zu dem rotbraunen, infolge dessen Gerbstoff enthaltenden Mesophyll, dessen verhältnismäßig bräunlichste Zone um die Schutzscheide (Endodermis) zu beobachten ist, gegen die Oberseite des Blattes etwas verbreitert; durch diese Farbenabweichung wird die Stele um so auffallender, welche bezüglich der Gewebedifferenzierung im allgemeinen den von PRANTL bereits beschriebenen Typus zeigt. Das Verhältnis des peripherialen Stereoms zum Mesophyll ändert sich in der Bifurkation des Blattes selbst auch in der Stärke nicht, mit der zugleich die Teilung der Stele gegen die Gabelzweige des Blattes verknüpft ist (Taf. VIII, Fig. 30).

Ich erachte es für bemerkenswert, daß, bevor sich die Stele entsprechend der Bifurkation des Blattes gänzlich teilt, in ihrem der Teilung vorangehenden Stadium die im übrigen gänzlich entwickelte, sonst schon verdoppelte Stele vorübergehend mit gemeinsamer Schutz- bzw. Parenchymscheide umgeben ist. Das Verhältnis des durchschnittlich dreizellreihigen peripherialen Stereoms ist gegenüber den anderen Geweben des Blattes unverändert (Taf. VIII, Fig. 31).

Es ist vorauszusehen, daß in anatomischer Beziehung zwischen der *Sch. bifida* s. str. aus Australien und der südamerikanischen „Sch. bifida“ (= *Sch. incurvata*) kein nennenswerter Unterschied ist; wenigstens konnte ich in dem mir zur Verfügung stehenden Material keinen wesentlichen entdecken. Denn der Umstand, daß mit der Teilung der Stelen, also mit dem Beginn der Bifurkation das Blatt sich schon gegen die Oberseite zu abflacht (Taf. VIII, Fig. 31 *d*) und die Bauchfurche nicht so tief ist wie bei der *Sch. incurvata*, kann zwar morphologisch gewissermaßen charakteristisch sein; welches Merkmal aber, samt dem Einrollen der Blattränder (marginibus reflexis) zugleich nicht eben eine anatomische Abweichung bedeutet. Der Unterschied zwischen den zwei Arten ist eher morphologisch quantitativ als anatomisch qualitativ da z. B. das Hypoderm beider Arten von PRANTL in seiner von beiden Arten gegebenen Beschreibung mit denselben termini

technici bezeichnet ist (hypoderma undique e duobus ad quatuor stratis compositum" l. c. II, p. 137). Daraus folgt, daß wir auch solche Exemplare von *Sch. incurvata* finden können, welche in den Blattzweigen mit einfacher (Taf. VIII, Fig. 29) oder schon geteilter Stele ein stark ausgebildetes Stereoma aufweisen (Taf. VIII, Fig. 30); hingegen finden wir auch solche Individuen von *Sch. bifida* vor, wo der die Teilung der Stele aufweisende Gabelzweig an der Stelle der Bifurkation, wo die mechanische Verstärkung recht am Ort wäre, das peripheriale Stereom doch bloß aus zwei Zellreihen besteht (Taf. VIII, Fig. 31 *e—h*).

Nach meinen bisherigen Beobachtungen finden sich verkieselte Hautwarzen nur vereinzelt vor und die Verkieselung der australischen wie der amerikanischen „Sch. bifida" beschränkt sich bloß auf die Hautzellen. Betrachten wir ihre Epidermisabzüge von oben, so sehen wir das schon bekannte Gewebebild der prosenchymartig ineinander gekeilten, ± verholzten und ziemlich lang gestreckten Zellen auf der Blattunterseite mit an beiden Seiten der Rippe herablaufenden und von einfachen Reihen der Spaltöffnungen gebildeten stomatorischen Leisten. Die Ausbildung dieser stomatorischen Leisten unterscheidet sich keineswegs wesentlich von den stomatorischen Leisten der *Sch. pennula*, *pectinata* oder aber der *pusilla*, wenn nicht in dem, daß die diesseitigen stomatorischen Leisten nach den Gabelzweigen des Blattes naturgemäß in ∨-Form zusammenlaufen (Taf. VIII, Fig. 32 *b—b*); folglich können wir an jener Stelle des Blattes, wo die mit dichotomischer Verzweigung begleitete Steleteilung beginnt, auf kurzer Strecke vier parallele Reihen der stomatorischen Leisten beobachten (Fig. cit. *x—x*), um nach der ∨-förmigen Verschmelzung der zwei diesseitigen Leisten wieder nur diejenigen stomatorischen Leisten zu sehen, die als äußere stomatorische Leisten der sekundären Gabelzweige regelrecht in einfachen Reihen funktionieren (Taf. VIII, Fig. 32 *i—i*).

Diese Erscheinung ist von der Bifidae-Gruppe angefangen durch die Dichotomae- und Elegantes-Gruppe der Schizaeen mit der Dichotomie des Blattes bzw. der Blattnervatur innig verknüpft, ohne daß das Verhältnis der stomatorischen Leisten zum peripherialen Stereom gegenüber den bisher bekannt gemachten Beispielen eine wesentliche Abweichung vorweisen könnte.

Im Anschlusse an das Vorangegangene und vom Gesichtspunkte der aufgeworfenen Frage kann ich mich mit jenen Gliedern der Schizaeen kurz befassen, welche die Hauptarten der Dichotomae-Gruppe bilden, da ich die Abstammungs- und morphologischen Verhältnisse dieser Gruppe im II.—III. Kapitel schon dargelegt habe. Bloß wegen des Zusammenhanges weise ich einfach auf Taf. III, Fig. 31 u. 32 der paläotropischen *Sch. dichotoma* und der neotropischen „Sch. dichotoma" (= *Sch. Poeppigiana* = *occidentalis*)*, damit wir uns aus den Querschnittfiguren der Blätter dieser Schizaeen davon überzeugen können, daß zwischen der paläo- und neotropischen „Sch. dichotoma" die im morphologischen Unterschied sich offenbarende spezifische Verschiedenheit des peripherialen Stereoms wohl auch anatomisch tiefgreifender ist, als zwischen der australischen und südamerikanischen „Sch. bifida". Tatsache ist, daß das peripheriale Stereom im Spreitenteile des Blattes gegenüber dem ebenfalls mit Gerbstoffen gefüllten Mesophyll sich scharf abgrenzt und gewöhnlich bloß seitens der Stelen dorso-ventral auf eine einzelne Zellen sich beschränkende hypodermale Verstärkung erfährt; so ist dies auch bei der paläotropischen *Sch. dichotoma*.

Auf beiden Seiten der Rippen der Blattunterseite laufen die stomatorischen Leisten als einfache Reihe in der bei der Erörterung der Bifidae-Gruppe erwähnten Weise hinab und so, daß die Schließzellen der Spaltöffnungen hauptsächlich durch die Emporhebung der die eisodiale Öffnung bildenden kutikularen Fortsätze sich einigermaßen über das Niveau der Epidermis erheben.

---

* Die Vervielfältigung meiner sonst genau durchgeführten Zeichnungen erachte ich in den Tafeln I—IV im allgemeinen nicht für ganz gut gelungen, indem durch Anwendung des sogen. Rastels die Figuren in Punkte aufgelöst und dadurch in ihren Umrissen verwischt werden. Die so verursachte Unsicherheit der Grenzlinien der Zellen erfolgt auf Kosten der bei anatomischen Abbildungen gewohnten und erforderlichen Genauigkeit. In dieser Beziehung könnten seitens der deutschen Fachliteratur z. B. die Laue-Funke schen, seitens der französischen die Faguet schen lithographierten Tafeln auch in Ungarn womöglich als nachahmenswertes Beispiel dienen. Die Tafeln V—IX sind relativ besser gelungen, die Buchstaben *v* und *d* aber irrtümlich vertauscht.

Es folgt selbstverständlich aus der mechanischen Rolle des Blattstieles und aus der geringen assimilatorischen Tätigkeit des gegenüber dem diese Rolle ausfüllenden Stereom wesentlich in den Hintergrund tretenden Grundparenchyms daß das peripheriale Stereom von der Blattspreite der Dichotomae-Gruppe beginnend gegen die Blattbasis zu immer stärker wird; — obwohl gegenüber dem mechanischen Übermaße der hypodermalen Gewebe die transpiratorische Tätigkeit der stomatorischen Leisten in beträchtlicher Länge des von PRANTL schon bestimmt unterschiedenen Blattstieles noch immer ungestört vorsichgehen kann (Taf. IV, Fig. 35 *o—o*). Die bisher bekannten Glieder der Dichotomae-Gruppe (*Sch. Birói, Copelandi, dichotoma, cristata, Forsteri* u. *Poeppigiana*) haben im allgemeinen ausnahmslos lang gestielte Blätter; die Gabelzweige der gewöhnlich mehrfach dichotomisch geteilten Spreiten sind abgeflacht und sie erreichen im einen oder anderen Glied der *Sch. cristata* und *Sch. Forsteri* eine derartig reiche Ausbildung der Gabelzweige, welche nebst der lebhaften Transpiration auch an lebhafte Assimilation denken läßt und im Zusammenhang mit diesen physiologischen Erscheinungen ein solch morphologisches Merkmal bieten, daß es — besonders auf Grund der *Sch. Forsteri* — einen unzweifelhaften Beweis für den phylogenetischen Zusammenhang der Dichotomae- mit der Elegantes-Gruppe liefert.

Die mechanische Einrichtung der Blätter entspricht dem schon bekannten Typus, und es ist als eine selbstverständliche Erscheinung zu betrachten, daß am Grunde des Blattstieles der kleinsten „Sch. dichotoma" die stomatorischen Leisten auf zwei Punkten des peripherischen Stereoms ein Ende nehmen, wo wir sonst die Schließzellen der Spaltöffnungen zu sehen pflegen; statt deren zeigt sich je eine Stereomzelle von „funktionslosen Schließzellen" als Klammerzellen des peripherialen Stereoms (Taf. IX, Fig. 39 *t—t*).

Die mächtigere Ausbildung des peripherialen Stereoms ist immerhin mit dem fortschreitenden Umfangsverhältnisse der vegetativen Teile der Pflanze verknüpft und ist als eine natürliche Korrelation zu erachten; als Beispiel mag *Sch. Forsteri* dienen (Taf. IV, Fig. 45—49).

Daß das Durchlüftungssystem als eine Unterbrechung des

„Sklerenchymzylinders“ (= peripherischen Stereoms) und diese Erscheinung in den Blattstielen der Farne überhaupt als allgemein zu betrachten ist, ferner, daß die Ausbildung des Durchlüftungssystems von mechanischen Gesetzen abhängt, wurde bereits von THOMAE (l. c. p. 107—8) und auch von POTONIÉ (l. c.) wiederholt betont. Es hätte auch keinen besonderen Zweck, daß jene Glieder der Schizaeen, welche in den stomatorischen Leisten dicht nebeneinander folgende Spaltöffnungen aufweisen und demgemäß auch lebhaft transpirieren sowie überhaupt ausgesprochen mit „Spreiten“ versehen sind, auch in der Blattbasis transpirieren sollten, obwohl die Funktion dieses Blatteiles, bezüglich der assimilatorischen Tätigkeit mit seinem gänzlich reduzierten Grundparenchym, — ausschließlich eine mechanische ist; die Bestimmung des gewöhnlich stark entwickelten peripherialen Stereoms besteht nur darin, mit Hilfe der verkieselten Hautzellen und der Stele die entsprechende Säulenfestigkeit zum Tragen der relativ ansehnlich entwickelten Spreite zu sichern (*Sch. elegans-Flabellum, pacificans*). Die Verminderung der Biegungsfestigkeit des peripherialen Stereomzylinders in der Achse, bzw. im Blattstiele der Schizaeen rechne ich von jenen Stellen an, wo im peripherialen Stereom die stomatorischen Leisten aufhören und an Stelle der Spaltöffnungen der Form nach an die Schließzellen erinnernde Stereomzellen auftreten (Taf. IX, Fig. 39 *t—t*).

Von den Gliedern der Dichotomae-Gruppe angefangen aufwärts gewinnen die Blattspreiten morphologisch, folglich auch physiologisch eine größere Bedeutung; demgemäß möchte ich das bisher in den Blättern als grundparenchymartiges Mesophyll benannte Gewebe, bezüglich der Dichotomae- und Elegantes-Gruppe im engeren Sinne des Wortes Chlorenchyma nennen, welches in seinem Übergange in den Blattstiel nichts anderes ist als das, was THOMAE (l. c. p. 109) als Grundparenchym bezeichnet. Was THOMAE l. c. von dem Grundparenchym des Blattstieles der Farne bezüglich der „RUSSOWschen Dendritis-Zeichnungen“ bemerkt, habe ich in der Zellwandung des Chlorenchyms auch selbst beobachtet, die im natürlichen Zustande farblos ist und auf Einwirkung von Chlorzinkjod die Substanz von Zellulose verrät. Die Blaufärbung der Wandung tritt nur auf längere Einwirkung von

Chlorzinkjod auf, worauf das anfangs lebhaft auffallende dendritische Geäder späterhin langsam verschwimmt; all dies habe ich z. B. bei *Sch. Poeppigiana* beobachtet, wofür ich aber, wie THOMAE selbst, keine Erklärung geben kann (Taf. IX, Fig. 40 *d*).

In der Elegantes-Gruppe sind unzweifelhaft neben der unzugänglichen *Sch. pacificans* (= Unicum nach PRANTL II, p. 141) die *Sch. elegans-Flabellum* und die bisher bloß von zwei Standorten* bekannte *Sch. Sprucei* die ansehnlichsten Formen in der Reihe der bisher beschriebenen Schizaeen. Aus den mir bekannten Standorten ersehe ich, daß alle beide vor der unmittelbaren Einwirkung der Ozeanluft nach schattigen Orten des Tropenwaldes flüchteten. Man kann auch das gänzliche Fehlen der xerophytischen Merkmale an beiden Schizaeen beobachten, sodaß bloß jene anatomischen Merkmale übrig bleiben, welche vom Gesichtspunkte der systematischen Anatomie für die Schizaeen als generisch gelten.

Die Wirkung der Ombrophilie ist an dem durchschnittlich dreireihigen, also gegenüber dem Umfange des Blattes überaus dünnen, homogenen und auch selbst nicht im geringsten Maße differenzierten Chlorenchyms der Blattspreite von *Sch. elegans-Flabellum* wahrnehmbar, deren Stele (wohl in bezug auf den Blattstiel, was keinen wesentlichen Unterschied macht) PRANTL auch durch Abbildung ausführlich darstellt (l. c. II, Taf. IV, Fig. 40). Die Dichotomie der Stelen (Nerven) wird in den wenig gegabelten Zweigen der fächerförmig sich ausbreitenden Spreite fortgesetzt, und demgemäß passen sich auch die aus einer einfachen Spaltöffnungsreihe gebildeten stomatorischen Leisten an, deren Grundstruktur, die *Sch. rupestris* ausgenommen, mit den anderen übereinstimmt. Die prosenchymatisch ineinander gekeilten Hautzellen sind beiderseits überaus dünnwandig; das Querschnittbild derselben (Taf. VIII, Fig. 33 *e*—*e*) berechtigt uns nicht, selbst auf das Hautgewebe beschränkt, im Blatte der *Sch. elegans-Flabellum* von peripherialem Stereom zu reden, wenn wir die im Umfang gegebene lange Linie des Hautgewebes in Betracht nehmen.

* Brasilia: Bank of Rio Negro above the mouth of the Casiquiare: SPRUCE no 3752 (Herb. Wien, Kew u. Prof. A. RICHT.); Venezuela: In silvis humilioribus humidis, secus fl. Guianiam 1854. SPRUCE 3753 (Herb. Princ. Rol. de Bonaparte, Paris).

Wahrscheinlich infolge des dünnen Blattfleisches ist es möglich, daß die Nerven der Blattspreiten (nach PRANTL l. c. II. p. 141 „Costae subtus prominentes!“) auch gegen die Oberfläche des Blattes zu hervortreten können (Taf. VIII, Fig. 33 *o—o*); ein Irrtum ist dadurch ausgeschlossen, daß die Spaltöffnungsreihen, deren Leisten nicht so auffallend sind, wie bei den xerophilen Schizaeen, bloß auf der Blattunterseite vorkommen.

Ich muß betonen, daß die unauffälligen stomatorischen Leisten der *Sch. elegans-Flabellum*, — besonders bei der Vergabelung der Nerven, und da die über den Nerven liegenden Hautzellen sich von den benachbarten fast in nichts unterscheiden, — schwer zu verfolgen sind.

Bei alldem ist leicht festzustellen, daß die Verhältnisse der Vergabelung und der Zahl der stomatorischen Leisten sonst dieselben sind, wie ich dies im Falle der *Sch. bifida* ausführlich dargelegt habe (Taf. VIII, Fig. 32).

Die *Sch. Sprucei* ist unzweifelhaft als ein ausgeprägter Typus der Elegantes-Gruppe zu betrachten; nach HOOKER-BAKER (Syn. Filic. p. 430) „A very distinct new species“. Die Stärke der kaum gegabelten Blattspreite, sowie die Sprödigkeit der ganzen Pflanze verrät es im vorhinein, daß neben der massigen Verkieselung auch durch das Chlorenchym, infolgedessen auch in ihrer assimilatorischen Energie die *Sch. Sprucei* unter allen Schizaeen den Vorrang behauptet (Taf. VIII, Fig. 35 *c*). Bei Betrachtung der Hautober- und -unterseite zeigt sich, außer den von uns schon besprochenen und zahlreichen Kieselwarzen (Taf. V, Fig. 5), hinsichtlich der Struktur der Hautzellen und gegenüber der *Sch. elegans-Flabellum* kein nennenswerter Unterschied; bezüglich der stomatorischen Leisten und ihrer Disposition könnte ich nur das oben Gesagte wiederholen.

Wenn wir neben der Breite von 1—4 cm der lederartigen Blätter von *Sch. Sprucei* deren bedeutende Länge von 44 cm betrachten (so sieht das vor mir liegende Originalexemplar aus), könnten wir darauf schließen, daß die mikroskopische Untersuchung zur Konstatierung eines starken peripherialen Stereoms führen könnte. Ganz entgegengesetzt. In dem von den Endzweigen des durchwegs starren Blattes genommenen Querschnittbilde, wo

auch die (mit *Sch. elegans* sonst übeinstimmende) Stele infolge der Dichotomie der Nervatur sich teilt, umgibt das auffallend dicke und in seiner Struktur gleichmäßige Chlorenchym ein an die *Sch. elegans* erinnerndes einreihiges Hautgewebe, von welchem wir schon wegen der Dünnwandigkeit der Zellen nicht behaupten können, daß es im Blattkörper von stereomartiger mechanischer Bedeutung wäre (Taf. VIII, Fig. 33, 35 *e*—*e*).

Und wenn doch etwas vorhanden ist, gleichsam als Ersatz des wegbleibenden Stereoms, was dem Größenverhältnisse der Pflanze entsprechend Säulen-, besonders aber Biegungsfestigkeit bietet, so ist das nur darin zu finden, daß die kaum verholzten, längs der organischen Achse zwar gestreckten, doch relativ kurzen Hautzellen dicht ineinander gekeilt und überaus schmal sind; nach Ausglühen bleiben auch die Schließzellen der Spaltöffnungen deutlich sichtbar, deren Typus sowie ihr Emportreten über das Niveau der Epidermis uns an die xerophile *Sch. Poeppigiana* erinnern können (Taf. IX, Fig. 40, 41).

Neben dem mir zur Verfügung stehenden Exemplar befindet sich ein 24 cm langes und 4 cm breites Blatt, also ein als Seltenheit zu betrachtender vegetativer Teil der *Sch. Sprucei*; das Querschnittbild des basalen Teiles der Spreite derselben zeigt jedoch im ganzen die auf Taf. VIII, Fig. 35 *x*—*x* dargestellte Gewebedifferenzierung, bloß mit der relativen Abweichung, daß die peri- und antiklinale Wandung der Hautzellen der Blattober- und -unterseite stärker verdickt ist; hinsichtlich der Details der Wandung, auf Einwirkung mit Chlorzinkjod, zeigt sie die Haut- und Schließzellendifferenzierung der *Sch. Poeppigiana* (Taf. IX, Fig. 40).

Hauptsächlich längs der Stelen gesellen sich zum Hautsystem einige weitlumige, subepidermale Zellen, denen ich schon wegen ihrer Dünnwandigkeit keine mechanische Bedeutung zuerkennen kann; ich meine, daß dies eher wasserspeichernde Zellen sind, auf welche die tropischen Pflanzen oft angewiesen sind. Das partiell entwickelte Hypoderm hat als wasserhaltiges System um so eher seine Bedeutung, da das dicke, stark ausgebildete Chlorenchym des gewöhnlich vertikalen, also beiderseits annähernd gleichbelichteten Blattes ein typisches Schwammparenchym ist, dessen homogene Beschaffenheit auch im basalen Teile des Blattes

durch nichts gestört wird; selbst seine assimilatorische Tätigkeit nicht, indem die gerbstoffartigen Stoffe viel mehr die Zellen der Endodermis anfüllen. Tatsächlich ist bei den selbst von trockenen Exemplaren gewonnenen Querschnitten das Chlorenchym noch ziemlich lebhaft grün, in welchem der die Stele umgebende rotbraune Ring der Endodermis beinahe abstechend wirkt.

Ich berufe mich gewöhnlich ungern auf sich auf einzelne Individuen beziehende Zahlenverhältnisse; es gibt aber doch Fälle, wo wir aus den betreffenden Maßangaben der einzelnen Exemplare eine charakteristische Schlußfolgerung auf die Rolle der mechanischen Elemente im Leben der Pflanze ziehen können. So z. B. halte ich es nicht für überflüssig zu erwähnen, daß sich in meinem Herbar ein Exemplar der *Sch. elegans* aus Guatemala befindet*, dessen im allgemeinen an einen *Helleborus* erinnernde 12 × 22 cm große Spreite an der Spitze eines dünnen und 43 cm langen Blattstiels sitzt. Das gleichfalls in meinem Herbar befindliche Originalexemplar von *Sch. Sprucei* ist 43 cm hoch; davon entfallen bei durchschnittlich 1 cm Breite 26 cm auf die Spreite und 17 cm auf den Blattstiel.

Aus den obigen Erörterungen ist zu ersehen, daß die Spreiten dieser den tropischen Urwald bewohnenden und neotropischen Schizaeen bezüglich des peripherialen Stereoms gegenüber den der unmittelbaren Wirkung des Ozeans ausgesetzten xerophytischen Schizaeen eine starke Reduktion zeigen; ihr mesophyllartiges Grundparenchym bzw. das Chlorenchym ist aber um so entwickelter. Dies und die gegebenen Dimensionsverhältnisse in Betracht genommen ist es schließlich nur natürlich, daß der Blattstiel mit entsprechend entwickeltem peripherialen Stereom zum Tragen des in der Spreite gegebenen Gewichts und Umfangs berufen ist.

In der Ausbildung des Stereoms des Blattstieles und seinem Verhältnisse zu den stomatorischen Leisten zeigen die genannten beiden Glieder der Elegantes-Gruppe übereinstimmende Beschaffenheit. Das mit verkieselten Warzen dicht übersäete Hautgewebe des Blattstieles, dessen Zellen gleichfalls stark verdickt

* Dept. alta Verapaz, Wald bei Cubilquitz, 350 met. — 1906, XI. Coll. H. von Tuerckheim Nr. 1122.

und dadurch englumig sind, wird dorso-ventral durch ein starkes hypodermales Stereom verstärkt, und in ihrer Tätigkeit noch immer ungestörte und über das Niveau des Hautgewebes dreist sich emporhebende Spaltöffnungen sind wahrnehmbar als Ausgangspunkte der den Blattrippen entlang sich hinziehenden stomatorischen Leisten (Taf. VIII, Fig. 37).

Im Querschnitt der tieferen Regionen des Blattstieles bezeichnen bloß die plötzlichen Unterbrechungen des peripherialen Stereoms zwei Punkte, wo die transpiratorische Tätigkeit der stomatorischen Leisten gänzlich aufhört (Taf. VIII, Fig. 36 *s*—*s*), und in dieser Hinsicht ist zwischen den in Rede stehenden Gliedern und der mit ihnen phylogenetisch eng verbundenen *Sch. Forsteri* sozusagen kein Unterschied (Taf. IV, Fig. 47).

Gegen den basalen Teil des Stieles zu vermindert sich die Assimilationstätigkeit des Grundparenchyms immer mehr; dies zeigt auch das Braunwerden der Blattstiele. Dort, wo die funktionslosen Schließzellen dieses peripherische Stereom stereomzellenartig verbinden, geht das peripherische Stereom in ein die Stele umgebendes Grundparenchym sukzessive über, dessen ± dickwandige Zellen ich verholzt gefunden habe. Dieses Grundparenchym zeigt nur gegen die Richtung der „funktionslosen Schließzellen" eine solche anatomische Abweichung, nach welcher wir dort auf die Verschleimung der Grundparenchymzellen und einigermaßen auf deren Rolle schließen könnten, daß sie nämlich das Wasser auf jenen Punkten des Blattstieles am zähesten zurückhalten, wo es schon infolge der plötzlichen Verengerung des peripherischen Stereomringes auch leichter verdunsten könnte (Taf. IX, Fig. 39 *v*). Im basalen Teil des Blattstieles bleibt auch dies fort und im peripherischen Stereom bezeichnet nichts mehr die Stelle der stomatorischen Leisten, indem dieselben in das Netzwerk der stark verdickten Hautzellen sukzessive übergehen; das peripherische Stereom umgibt nunmehr als ein kontinuierlicher und ± gleichmäßig dicker Zylinder die in betreff der Zugfestigkeit zu größerer Bedeutung gelangter Stele.

In der Elegantes-Gruppe ist außer den erwähnten noch die *Sch. pacificans* MART. (Syn. *Sch. spectabilis* MART.) und die *Sch. fluminensis* STURM bekannt. Die erstere ist Unikum und bloß in

zwei Exemplaren bekannt (PRANTL II, p. 141 unten), von deren einem MARTIUS folgendes bemerkt: „tulit anthropophagos TUXANA MIGUEL, princeps Indorum Miranhas, quum servos bello captos e fluvio Pueros adduceret"; die »Sch. spectabilis MART.«, nur durch Fehlen des Einschnittes in der Mitte von *Sch. pacificans* MART. abweichend, ist auch nur in einem einzigen (sterilen) Blatt bekannt (PRANTL l. c.). Folglich ist die *Sch. pacificans* s. a. zur Zeit anatomisch nicht zu untersuchen und bloß aus der Anmerkung PRANTLs, daß diese *Schizaea* der *Sch. Flabellum* ähnlich wäre, resp. aus den ähnlichen Standortverhältnissen (. . . . in ditione fluv. Japura in Brasilia!) all' dieser Schizaeen können wir folgern, daß in den stomatorischen Leisten, wie auch im peripherischen Stereom kaum ein wesentlicher Unterschied vorhanden ist.

Nach dem Vorgetragenen kann ich die *Sch. fluminensis* MIERS nicht verschweigen, von welcher HOOKER und BAKER* folgendes sagen „Perhaps this should be considered a reduced variety of *elegans*.« Diese *Schizaea* wurde früher (PRANTL l. c., p. 140) bloß auf Grund einiger Exemplare SPRUCEs und HOOKER-BAKERs aus Brasilien und Guyana bekannt, — neuerdings aus Grenada in West-Indien (Herb. Princ. ROL. de BONAPARTE in Paris!), ferner aus d. Prov. São Paulo durch die ausgezeichnet durchgeführte botan. Expedition Prof. v. WETTSTEINs nach Süd-Brasilien a. 1901; doch ihre gründliche Untersuchung konnte in Ermangelung entsprechenden Materials jetzt nicht ganz durchgeführt werden. Dessen ungeachtet will ich sie an dieser Stelle kurz in Betracht nehmen, da ich die Einordnung der *Sch. fluminensis* in die Elegantesgruppe entwicklungsgeschichtlich, demzufolge auch systematisch für gezwungen halte.

Das Ergebnis der nach Möglichkeit durchgeführten anatomischen Untersuchung widerspricht nämlich der zitierten Meinung HOOKERS und BAKERS.*

Vergleicht man das Querschnittbild vom obersten Teile des Blattes eines Exemplars der *Sch. fluminensis* von SPRUCE (Taf. VII, Fig. 28) mit dem der *Sch. elegans-Flabellum* (Taf. VIII, Fig. 33), so ist schon durch das auch von PRANTL betonte und im Körper

* Syn. Fil. p. 430.

der *Sch. fluminensis* tatsächlich eine führende Rolle spielende peripherische Stereom („hypodermate angulos costamque subtus occupante" PRANTL l. c. p. 140) die gänzliche Abgesondertheit der *Sch. fluminensis* offenbar. Beiderseits der sich stark hervorwölbenden dorsalen Rippe finden wir zwar die etwas über das Niveau des Hautgewebes sich erhebenden Spaltöffnungen, deren Anordnung in stomatorischen Leisten ich aber wegen des spärlichen SPRUCEschen Untersuchungsmaterials bloß an den Exemplaren der „Mount Roraima Expedition (Mazaruni)" aus British Guyana beobachten konnte; nämlich, daß die Reihe der Spaltöffnungen von *Sch. fluminensis* selbst in Bezug auf die mit verkieselten Warzen bedeckten und stark verdickten Hautzellen wesentlich ein der *Sch. pennula* ähnliches Bild zeigt (Taf. V, Fig. 3*l*); und wenn wir es mit den stomatorischen Leisten der *Sch. elegans-Flabellum* vergleichen (Taf. VIII, Fig. 34*st*), läßt sich leicht konstatieren, daß obwohl der Grundtypus derselbe ist, wir mit der Reduktion des ganzen Organismus der *Sch. fluminensis* ein solches Bild der stomatorischen Leisten vor uns haben, welches im allgemeinen viel mehr an die übrigen, sonst reduzierten und xerophytisch organisierten Schizaeen erinnert, als an die offenbar ombrophile *Sch. elegans-Flabellum.*

An dem Exemplare von SPRUCE konnte ich ferner feststellen, daß am Gipfelteile des kaum spreitenförmigen Blattes, dessen Ränder in an *Sch. Bivói* erinnernder Weise (Taf. III, Fig. 32) auch eingerollt sein können („Petiolus . . . . supra planiusculus . . . . margine inflexo . . . . sensim in laminam dilatatus" PRANTL II, p. 140), die Entwicklung des peripherischen Stereoms frühzeitig anfängt und das stereomatische Hautgewebe zugleich in den Blattkanten und seitens der dorsalen Rippe durch ein hypodermales Stereom verstärkt wird (Taf. VII, Fig. 28*e*, *a—a—h*, *v—h*). Diese verdoppelte Zellenreihe des peripherischen Stereoms bleibt auch in dem die Spreite verlierenden Teil des Blattes, also auch im Blattstiele erhalten dem mechanischen Prinzip des sogen. schlangenartig gekrümmten Blattstiels entsprechend (petiolus tortuosus); infolgedessen und infolge der gleichdicken Ausbildung des peripherischen Stereoms hören in der unteren Zone des Blattstieles die stomatorischen Leisten an beiden Seiten auf und zugleich

auch die stomatorische Transpiration dieses Blatteiles (Taf. IX, Fig. 38).

Im Verhältnis zur Ausbildung der Spreiten vermindert sich naturgemäß die transpiratorische Bedeutung der Blattstiele, und demgegenüber gewinnt das mechanische System mehr an Bedeutung.

In physiologischer Hinsicht, sowie bezüglich des morphologischen Typus sind die stomatorischen Leisten noch am beständigsten im Organismus der Schizaeen, seien sie paläo- oder neotropisch, oder solche, welche von ihren Schwesterarten am weitesten in arktische und antarktische Gegenden entrückt sind, wie z. B. die *Sch. pusilla* in Nordamerika, die *Sch. fistulosa* in Tasmanien und die *Sch. australis* auf den Falklands-Inseln.

Demgemäß paßt sich das im peripherischen Stereom gegebene mechanische System an und insofern dies unnötig erscheint, kann es teilweise oder gänzlich in den Hintergrund treten, besonders im Körper der lebhaft assimilierenden und ± spreitenförmigen Blätter (*Sch. rupestris, Sch. elegans* usw.).

Im Kampfe ums Dasein wird die *Sch. pusilla* größeren Lebensschwierigkeiten ausgesetzt, und wir müssen das peripherische Stereom im Verhältnis zu den Dimensionen dieser kleinen Pflanze als stärker betrachten (Taf. VI, Fig. 14), wie die ganze mechanische Einrichtung der entwickeltsten und der in günstigsten Verhältnissen lebenden tropischen Typen der Schizaeen (*Sch. Sprucei, Sch. elegans-Flabellum* etc.), obwohl diese gegenüber der *Sch. pusilla* gigantische und demgemäß zugleich lebhaft transpirierende Organismen sind.

Die Existenzschwierigkeiten der *Sch. pusilla* können durch die lebhafte Transpiration mit den immer über das Niveau des (eventuell stereomatischen) Hautgewebes sich erhebenden Spaltöffnungen gesteigert werden, wie bei der kapländischen *Sch. pectinata* oder der paläotropischen »Sch. dichotoma« s. a. Demgegenüber dient ihr zur Hilfe die oft den überwiegenden Teil des Pflanzenkörpers bildende mechanische Einrichtung, hauptsächlich seitens des peripherischen Stereoms, mit entsprechender Reduktion des assimilatorischen Systems.

Das mechanische und das physiologisch vom assimilatorischen untrennbare Durchlüftungssystem der Schizaeen nach obigen all-

gemeinen Gesichtspunkten betrachtet, ist eine Korrelation dieser physiologisch-anatomischen Systeme im Laufe der dargestellten Erörterungen wahrzunehmen, d. h. ihr gegenseitiges Verhältnis auf ein und derselben taxonomischen Grundlage, welches sowohl in morphologischer, wie auch in anatomischer Beziehung einen gerechtfertigten Satz der modernen Systematik bildet.

V. Pflanzengeographische Betrachtung der Schizaeen auf phylogenetischer und physiologischer Grundlage.

Aus dem Material der vorangegangenen Kapitel geht hervor, daß ich die Haupttypen der *Schizaea*-Gruppen mit besonderer Sorgfalt zusammengestellt habe, nicht bloß nach den besonders zu beachtenden Gesichtspunkten der geographischen Verbreitung, sondern auch in klimatologischer Beziehung.

Christ, neben Luerssen und Rosenstock zweifellos der beste Kenner der Farnwelt der ganzen Erdrunde, bezeichnet die geographische Verbreitung der Schizaeen als überaus „exzentrisch" und betont nicht ohne Grund die außergewöhnlichen Eigenschaften dieser Farnsippe gegenüber allen übrigen.

Daß Klima und Standort in der Ausbildung der Pflanzenorgane entscheidende Faktoren sind, bestätigen ohne Ausnahme die zahlreichen Beispiele der physiologisch-anatomischen Untersuchungen.

Holtermann* schreibt in seinem die tropische Pflanzenwelt schön schildernden Werke, wie ihn in der Hochgebirgsvegetation von Ceylon und Java, deren Bild den Botaniker auf Schritt und Tritt an unsere Gebirgsflora erinnert, eine *Primula*, *Ranunculus*, *Viola*, *Fragaria* usw. überraschte. Ähnliche Erfahrungen machte auch der unermüdliche Naturforscher H. Morin aus München auf Java.**

Jedenfalls ist diese Erscheinung insofern überraschend, als der aus Humboldts Zeiten berühmte und auf Grund des ausführ-

* Holtermann C., In der Tropenwelt, Leipzig. 1912. p. 137.

** Morin, H., Unter der Tropensonne. — Streifzüge auf Java, Sumatra und Ceylon. — München, Isaria-Verlag. p. 50.

lichen Werkes von PITARD und PROUSTs* hinsichtlich der Flora gut bekannte und die Gebirge Javas und Ceylons in Höhe übersteigende Pik von Teneriffa z. B. — sagt HOLTERMANN — keine ähnlichen Erscheinungen aufweist, obwohl die Insel auch näher an Europa liegt.

Nach WALLACE ist auch HOLTERMANN der Meinung, daß die allgemeinen Typen der Pflanzenwelt der Erde einst überall verbreitet waren und nur später — nach der Trennung gewisser Erdteile und Inseln, die früher mit dem Kontinent in Zusammenhang waren und auch hinsichtlich der Flora zu gewisser Unabhängigkeit gelangten — immer mehr in den Hintergrund traten; in der Folge werden sie immer seltener, die Entfernung zwischen ihnen ist oft sogar die Phantasie übersteigend groß (bezüglich der *Schizaea* z. B. New-Jersey, Tasmania, Falklands Inseln, America tropica!).

Nach der Auffassung von WALLACE ist das Los der auf den kleinen Kreis von New-Jersey beschränkten nordamerikanischen *Sch. pusilla* in der Pflanzenwelt der Erde leicht zu begreifen und demgegenüber auch, daß in der Reihe der allgemein als Raritäten geltenden *Schizaea*arten bloß die »Sch. dichotoma« und die *digitata* die verbreitetsten sind und zwar, daß sich die *Sch. digitata* auf der paläotropischen Zone bis Polynesien, die »Sch. dichotoma« außerdem in ihrer *Sch. Poeppigiana*-Form selbst auf die neotropischen Gegenden verbreitet.

Dagegen trennte sich die australische *Sch. bifida* s. str. von der aus ihr entstandenen südamerikanischen *Sch. incurvata*; die paläotropische *Sch. Birói*, *Copelandi*, *dichotoma* s. str. und die neukaledonische *Sch. Forsteri* von der ausschließlich neotropischen *Sch. Poeppigiana*; aus der Sippe der in geographischer Beziehung gleichfalls große Sprünge (Tasmania, Neu-Seeland, America antarctica, Madagaskar, Borneo) aufweisenden *Sch. fistulosa* nimmt die malaiische *Sch. malaccana* BAK.** und die als Varietät geltende antarktische *Sch. australis* GAUD. ihren Ursprung.***

---

* PITARD, J. et PROUST, L., Les Iles Canaries, Paris 1908.

** TANSLEY and CHICK, On the structure of *Schizaea malaccana*. Ann. of Botany, Vol. XVII. 1903.

*** PRANTL II, p. 136. METTENIUS mscr. in Herb. Berol. bezeichnet sie charakteristisch als *Sch. fistulosa* var. *minor*.

Im Lose fast aller Arten von *Schizaea* ist diese sie auf einen immer kleineren Kreis einschränkende Wirkung auch hinsichtlich des Unterganges dieser Sippe wahrzunehmen.

In der Tropenwelt spielen eigentlich die epiphytischen Farne eine führende Rolle; im Gegensatz dazu sind die Schizaeen alle „Erdfarne"; infolgedessen können nur jene Glieder derselben den Schutz des Urwaldes genießen, die sich ± der ombrophilen Lebensweise anpassend mit der Zeit auch ein entsprechendes Assimilationssystem entwickeln konnten (*Sch. Sprucei, elegans-Flabellum, pacificans*). Dem durch den tropischen Urwald gewährten Schutz und den verschwenderisch reich gebotenen Lebensbedingungen ist zuzuschreiben, daß in der Organisation derselben, ferner in der vollkommen ausgebildeten homogenen Blattspreite, mit gänzlicher Aufrechterhaltung der Funktion der transpiratorischen Leisten, das mechanische System sich auffallend reduziert.

Dagegen waren jene Schizaeen, welche im Kampfe ums Dasein weder auf die Entwicklungsstufe einer *Sch. elegans* gelangen, noch den Erfordernissen des Epiphytismus entsprechen konnten, in der endlosen Zeit ausnahmslos und sind auch noch heute einem schweren Kampfe um ihre Existenz ausgesetzt, welchen sie bloß durch die geringe Entwicklung resp. Unentwickeltheit des assimilatorischen Systems, folglich durch jene Eigenschaften bestehen konnten, welche stets die sogenannte Xerophilie begleiten.

Gegenüber den gigantischen Organismen der Tropenwelt unterliegen diese, sonst in allen Dimensionen verschwindend kleinen Schizaeen und wo sie heute noch leben, sichert ihre Existenz eher die klimatologische Xerophilie als die edaphische.* Die edaphische Xerophilie hängt nämlich von dem Einfluß des Bodens ab; und da diese auf verschiedenen Punkten der Erdoberfläche voneinander weithin getrennten und von mir besprochenen Schizaeen der Actinostachys-, Pectinatae-, Bifidae- und Dichotomae-Gruppen (zu denen wir wahrscheinlich auch die *Sch. fluminensis* der Elegantes-Gruppe(?) nehmen können) auf sehr verschiedenen Bodenverhältnissen leben, wurde ihre xero-

* Schimper A. F. W., Pflanzengeographie auf physiologischer Grundlage. Jena 1898, pp. 5 et sequ.

phile Struktur* in erster Reihe durch klimatologische Faktoren verursacht. Das bezeichnen wir als klimatologische Xerophilie.

Die Wirkung der Bodenverhältnisse, daher der sogenannten edaphischen Faktoren offenbart sich außerdem in ziemlich origineller Weise im Organismus der durch BRITTON und TAYLOR l. c. ausführlich geschilderten *Sch. pusilla* und nicht minder in dem der *Sch. fistulosa*, deren Vorkommen in der Alpenvegetation von Tasmanien DIELS in seinem ausgezeichneten Werke über die Pflanzenwelt Westaustraliens andeutet.**

Unter den oekologischen Begleitpflanzen der ersteren erwähnt man *Juncus*, *Drosera*, *Utricularia*, der letzteren auch *Carex* und, was sehr beachtenswert ist, das mit beiden vorkommende *Sphagnum*; von zweien solcher Schizaeen, welche wirklich auf verschiedenen Polen der Erde vorkommen, ist an deren einer, nämlich der *Sch. pusilla*, unmöglich die kühlende Wirkung der von arktischen Regionen gegen New-Foundland sich herabziehenden Eisberge zu verkennen, welche in klimatologischer Beziehung von gleicher Bedeutung mit den klimatologischen Faktoren der Alpenregionen Tasmaniens ist, also dort, wo DIELS die *Sch. fistulosa* zwischen *Sphagnum* als moorbildend bezeichnet und deren blutsverwandtschaftlich unmittelbarer Abkömmling die antarktische *Sch. australis* ist. Unter diesen bekundet in ökologischer Beziehung einen interessanten Zusammenhang die in ihrem assimilatorischen System stark reduzierte, aber im mechanischen System in gleichem Maße verstärkte *Sch. Biróí*. Diese kleine *Schizaea* hat nämlich LAJOS v. BIRÓ gleichfalls unter *sphagnum*artigem *Exodictyon*-Polster in der Nähe von Neu-Guinea auf einer Koralleninsel namens Seleo entdeckt.***

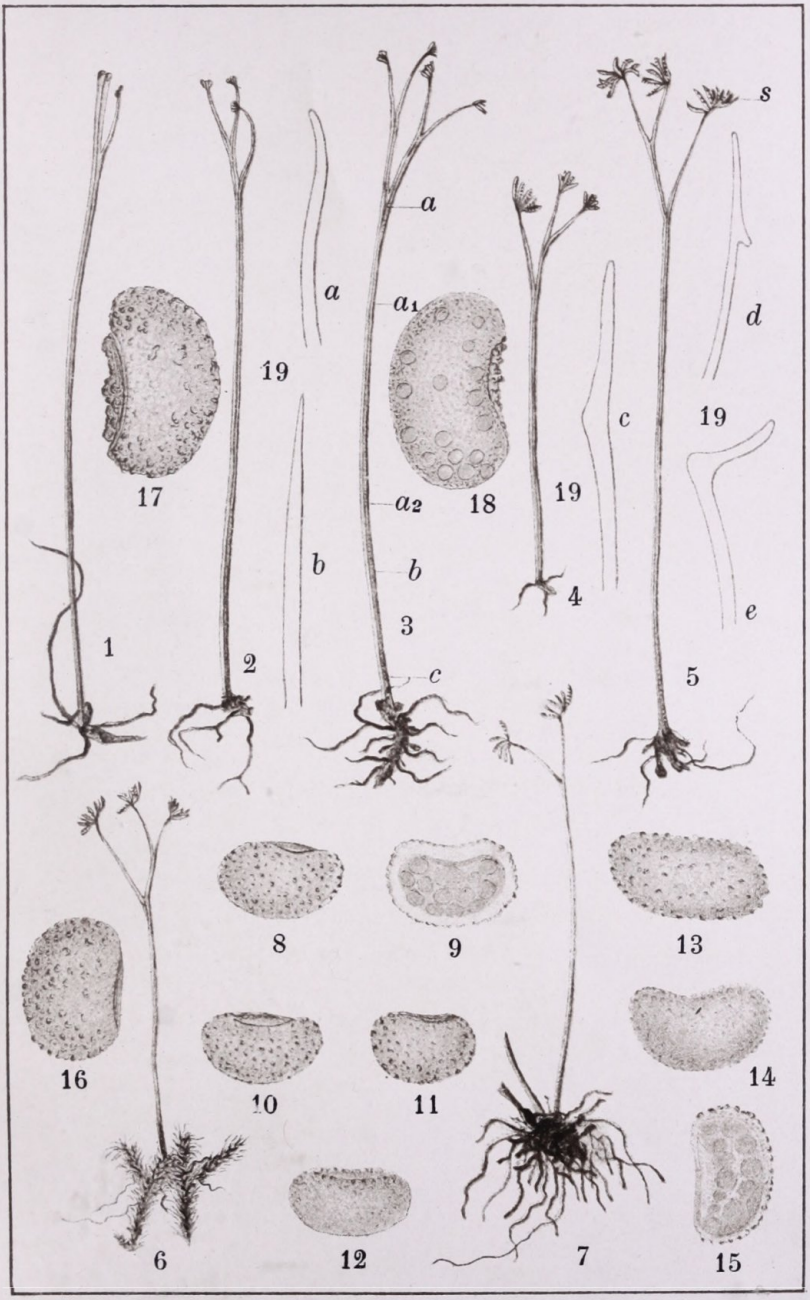
Der Organismus der Schizaeen gestaltet sich der Regen- und Trockenperiode, demgemäß der Kälte und Wärme entsprechend,

---

* Ich verstehe darunter, mit entsprechender Reduktion des assimilatorischen Systems, die ± starke Entwicklung des gegenüber dem assimilatorischen Gewebe gewöhnlich übermäßigen mechanischen Systems.

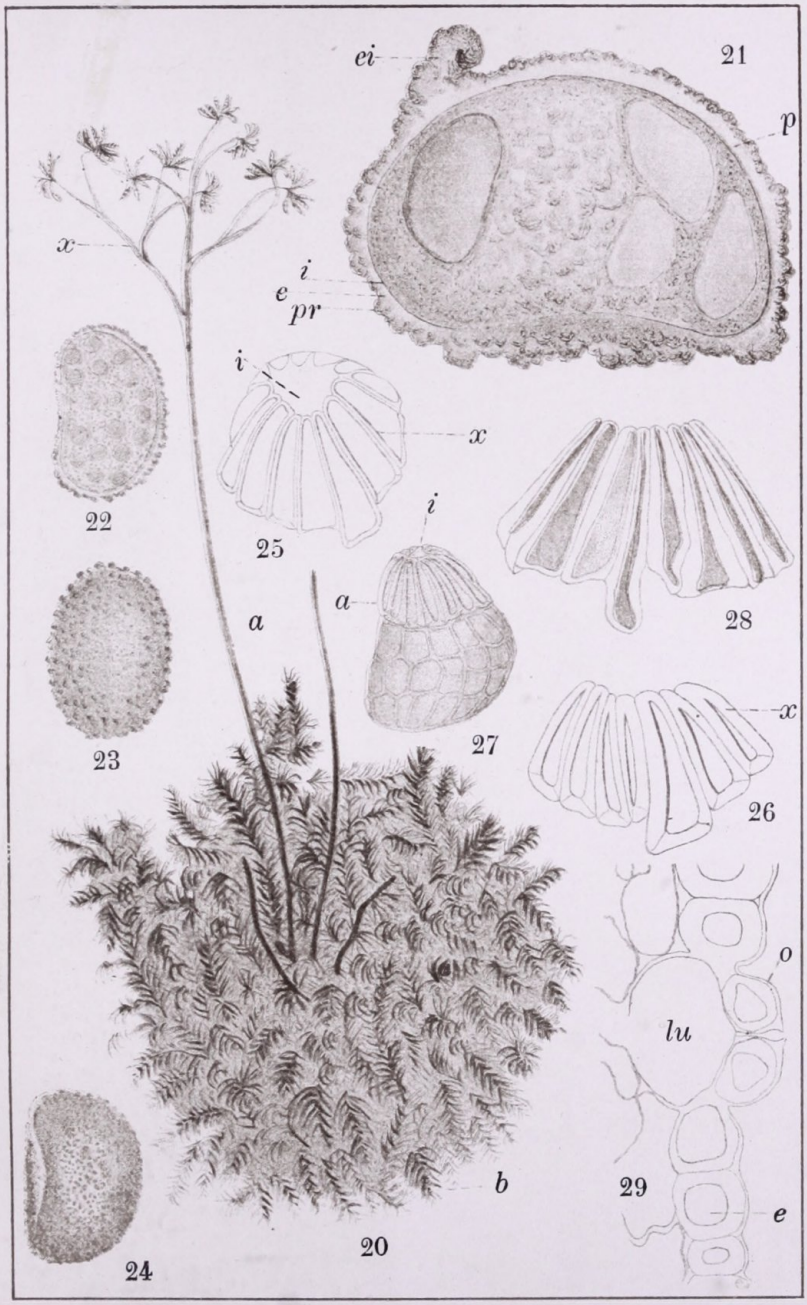
** DIELS L., Die Pflanzenwelt von West-Australien südlich des Wendekreises. In Engler-Drude: Die Vegetation der Erde, Bd. VII. Leipzig, 1906, p. 30. — TANSLEY and CHICK l. c.

*** Siehe II. Kapitel, p. 224.

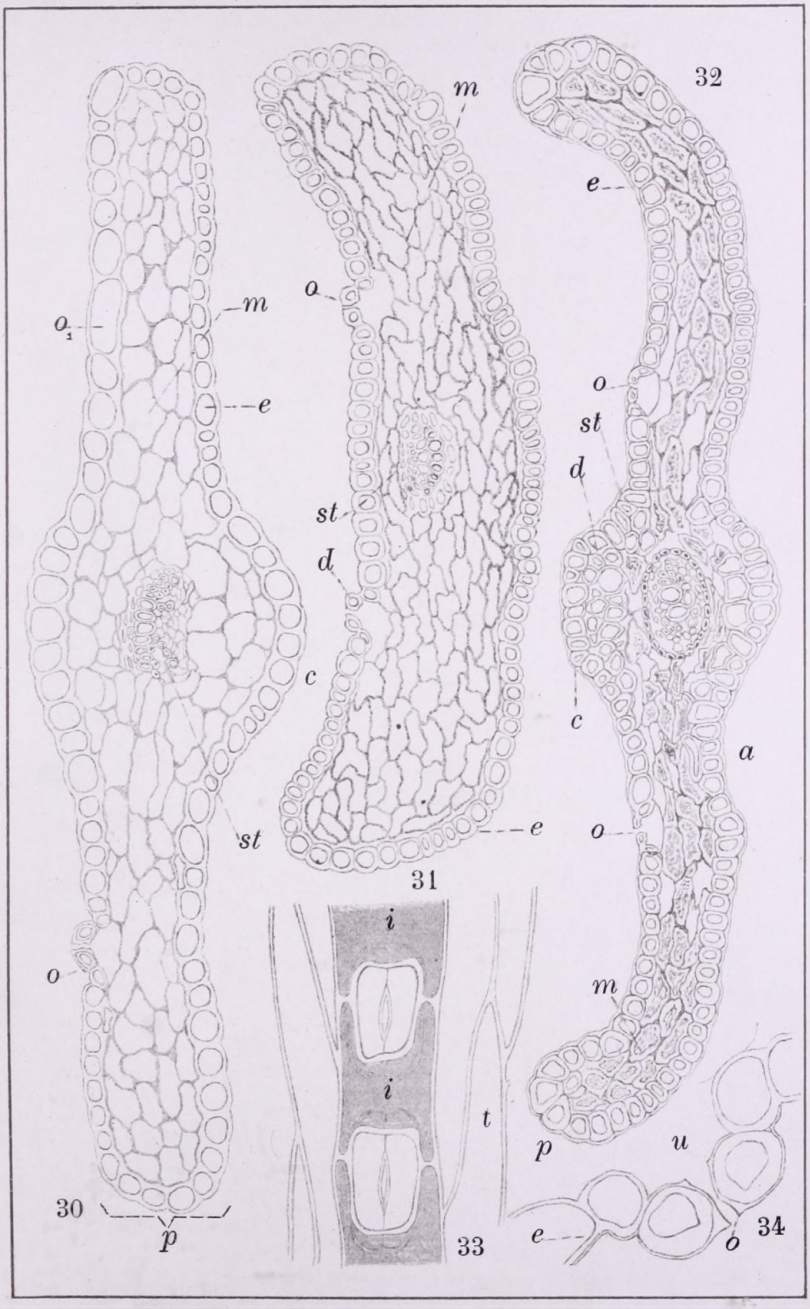


Ad. nat. del. A. Richter.

BIBLIOTHECA ACADEMIAE SCIENTIARUM HUNGARICAE
MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA KÖNYVTÁRA
BUDAPEST

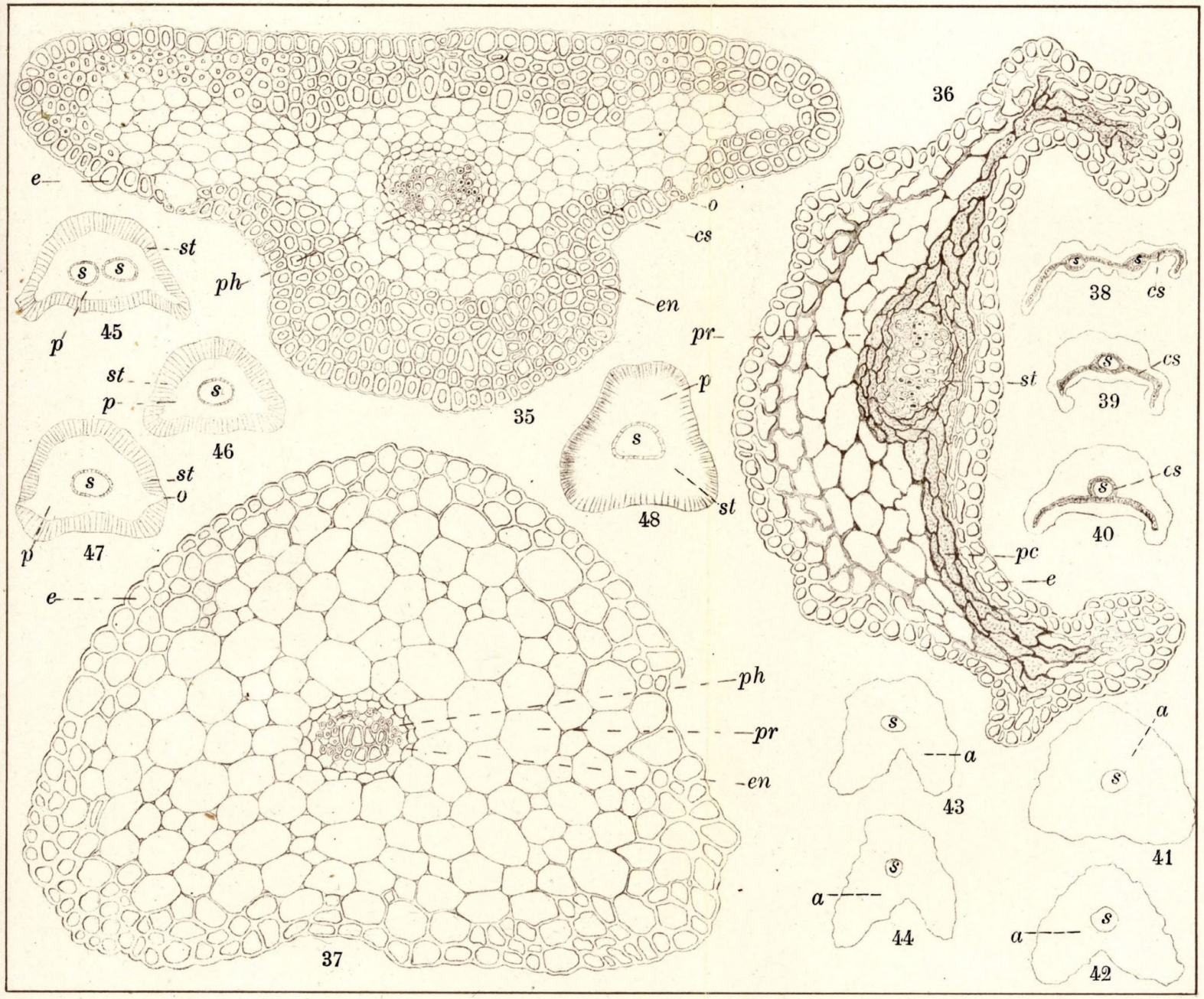


Ad. nat. del. A. Richter.



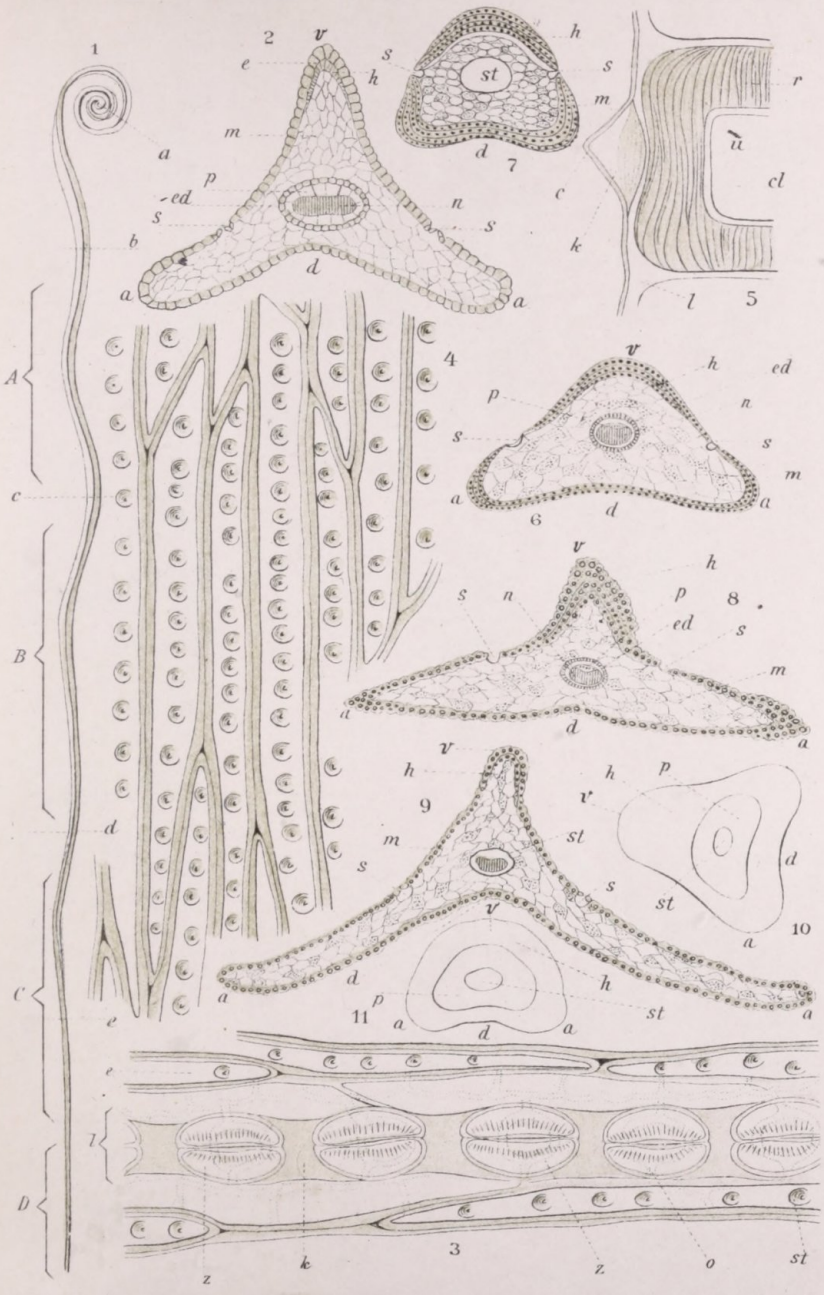
Ad. nat. del. A. Richter.

BIBLIOTHECA ACADEMIAE SCIENTIARUM HUNGARICAE
MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA KÖNYVTÁRA
BUDAPEST

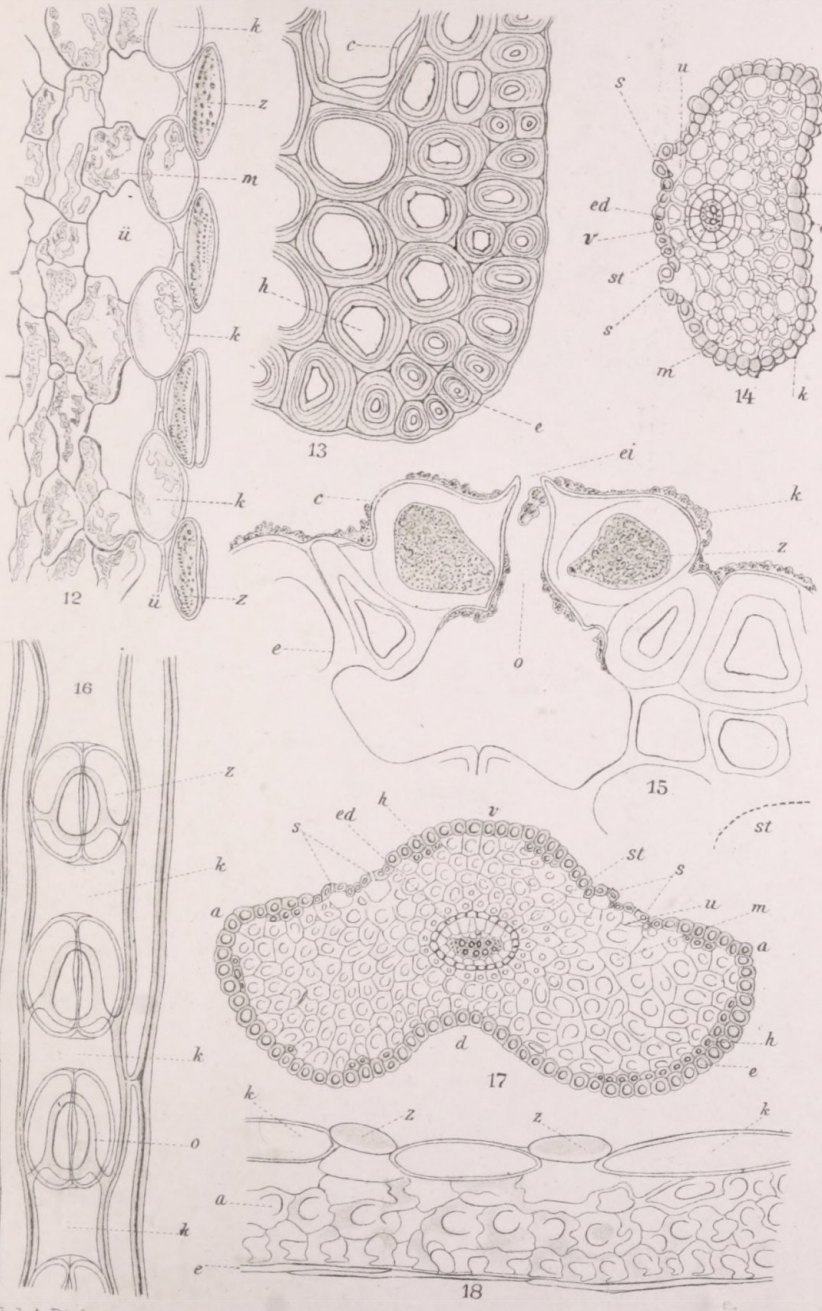


Ad. nat. del. A. Richter.

BIBLIOTHECA ACADEMIAE SCIENTIARUM HUNGARICAE
MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA KÖNYVTÁRA
BUDAPEST

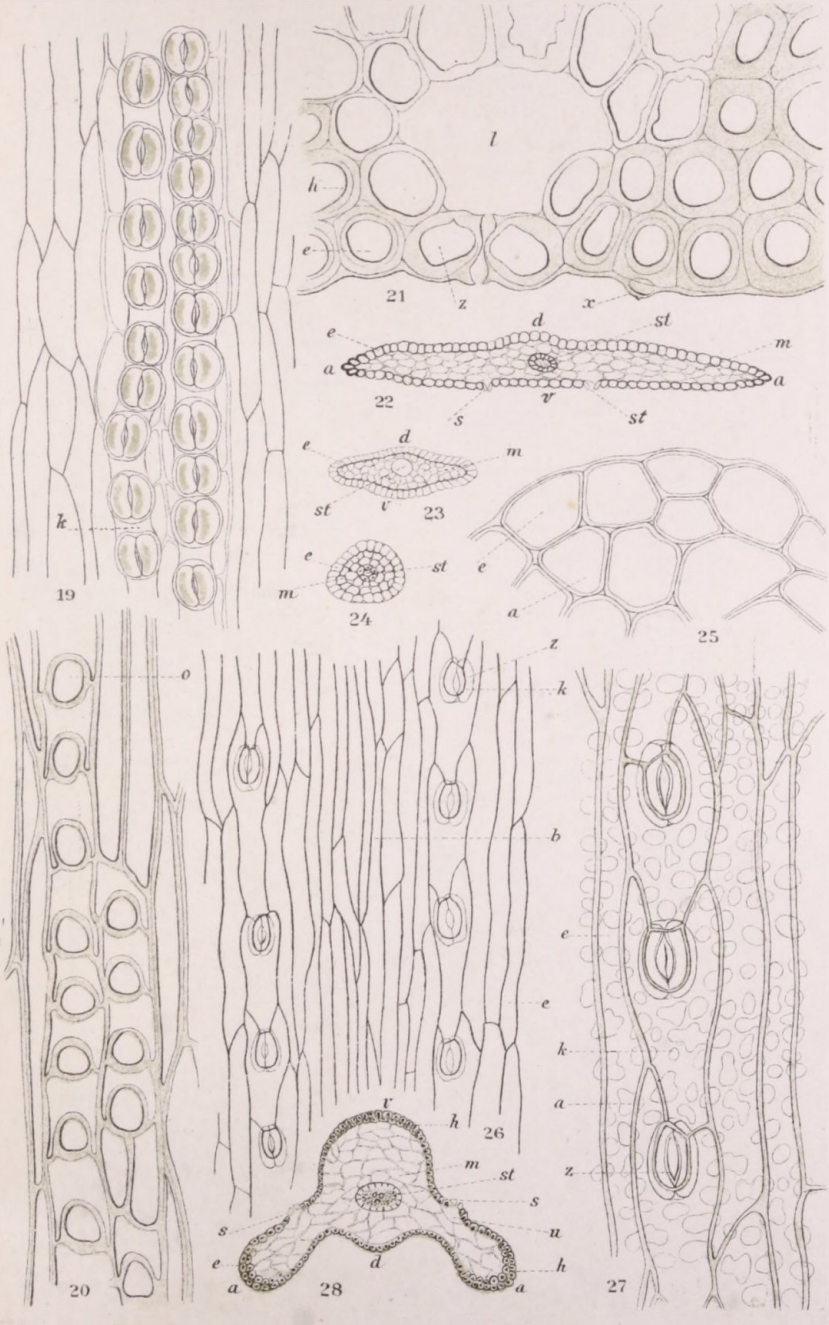


Ad. nat. del. A. Richter



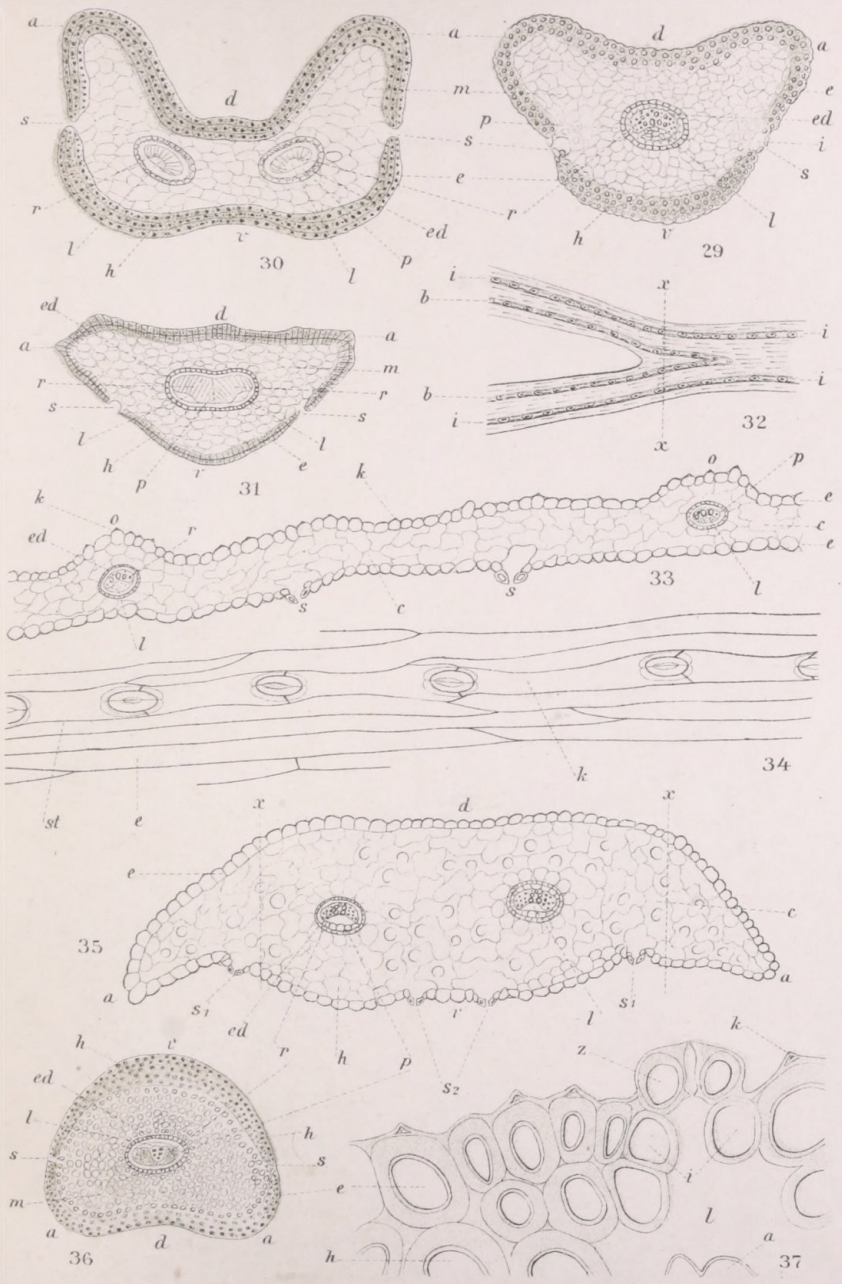
Del. A. Richter

Lith. Grund v. Wódl. Budapest

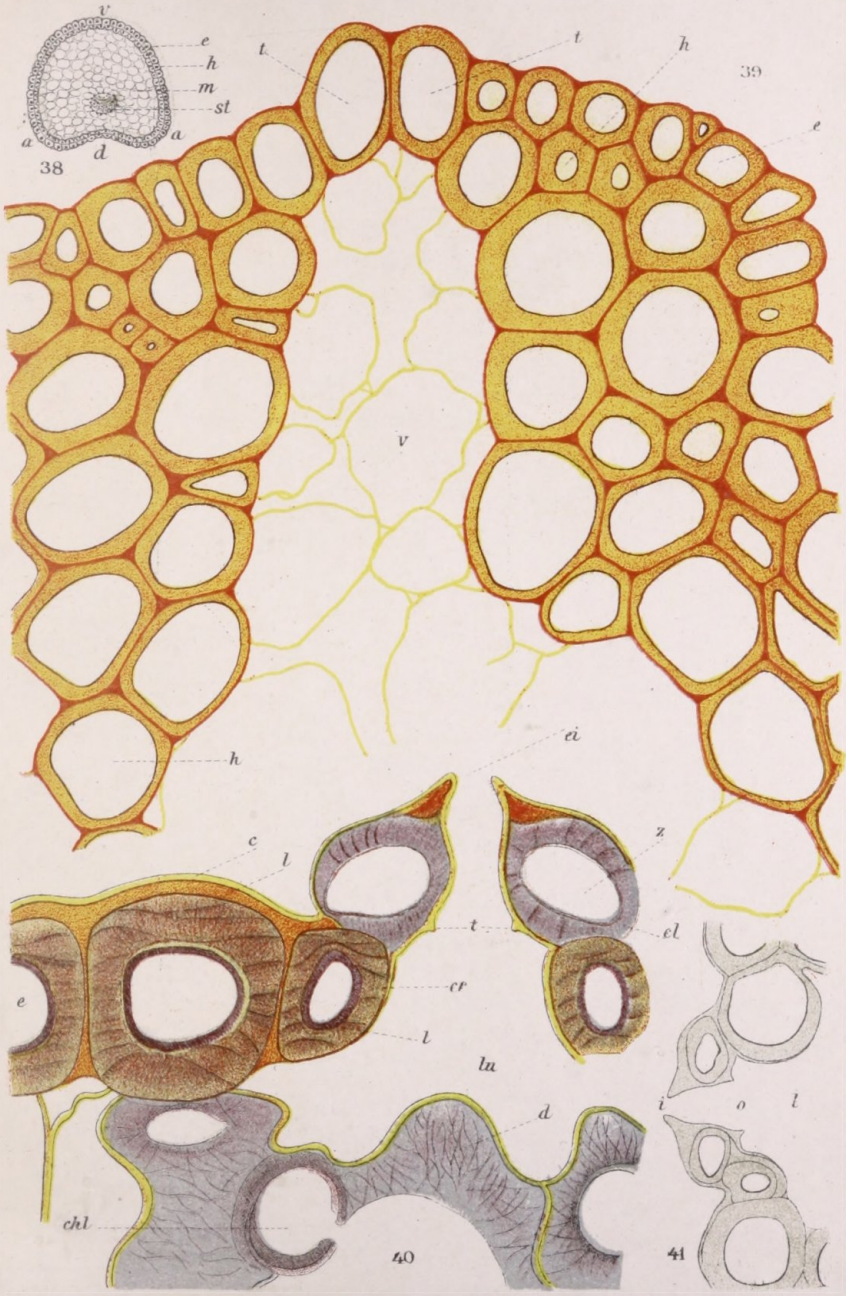


del. A. Richter

Lith. Grund V. utódai Budapest



del. A. Richter



del. A. Richter

BIBLIOTHECA ACADEMIAE SCIENTIARUM HUNGARICAE
MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA KÖNYVTÁRA
BUDAPEST

hauptsächlich dadurch, daß obwohl alle ausnahmslos auf Grund der markant entwickelten stomatorischen Leisten eine lebhafte Transpiration entwickeln, oft mit der gänzlichen Reduktion des mit der Transpiration engverknüpften Assimilationssystems ihr mechanisches System in den Vordergrund tritt, mit den auf ein Minimum reduzierten Ernährungsansprüchen die Existenz der Individuen durch den gänzlichen Ausbau der sogen. toten Zellen des Pflanzenorganismus sichernd.

VI. Als Schlußwort: Botanische Forschungsrichtungen einst und jetzt, inbezug auf die ungarischen Verhältnisse.

Mit Rücksicht auf die botanischen Verhältnisse in Ungarn sei es mir erlaubt, mich zur Rechtfertigung meiner in diesen Kapiteln offenbarten Auffassungen mit einigen Bemerkungen an unsere jüngeren Botaniker zu wenden, die vielfach noch immer der Ansicht sind, daß die großen Fragen der Pflanzengeographie, noch nach GRIESEBACHS Vorbild auf rein floristischer Grundlage und mit der ausschließlich angewandten Hilfswissenschaft der Morphologie zu lösen wären, was wir schon als einen längst überwundenen Standpunkt betrachten können.

Wir wissen wohl, daß zu Zeiten LINNÉS die Forschung mit dem Mikroskop im primitivsten Zustande war; und auch das gehört nicht zu den verborgenen Kenntnissen, daß die Wissenschaft der Pflanzenanatomie in den auf LINNÉS Species Plantarum folgenden 100 Jahren aufgebaut wurde, aber bloß mit der reinen Deskription der Massenbeobachtungen. So bekamen wir 1877 den dritten und wegen seines wertvollen Inhaltes selbst bis heute unentbehrlichen Band der berühmten physiologischen Botanik HOFMEISTERS: DE BARYS topographische Pflanzenanatomie.* Vielleicht irre ich nicht, wenn ich behaupte, daß zu jener Zeit die augenscheinlich unüberbrückbaren, im Resultat der weiteren Forschungen einander fast geringschätzenden Gegensätze zwischen Systematikern und Physiologen entstanden, von deren offenbar

* DE BARY, Vergl. Anatomie d. Veget.-Org. der Phanerogamen u. Farne, Leipzig, 1877.

schädlicher Wirkung die ungarische Fachliteratur sich bis heute nicht befreien konnte.

In der Entwicklungsgeschichte der Botanik ist aber auch dies eine Tatsache, daß es eine Zeit gab, wo der sogenannte Physiologe in dem im Stile DE BARYS arbeitenden Naturforscher nichts anderes sah, als einen mit dem Mikroskop arbeitenden deskriptiven Botaniker, dessen Tätigkeit im besten Falle einen weiteren Schritt auf der Leiter der Kenntniserweiterung und wissenschaftlichen Entwicklung bedeutete.

Eine glückliche Verknüpfung von Physiologie und Anatomie, weiterhin von Anatomie und Systematik bedeuten SCHWENDENERS und HABERLANDTS klassische Werke*, ferner auf Grund der durch RADLKOFER zuerst angeregten „Systematisch-anatomischen Methode“** auch jene von SOLEREDER***, — welche wir als »Standard Works« ohne Ausnahme hoch schätzen.

Im Gedankenkreise dieser Forschungsmethoden wurde die botanische Wissenschaft in der französischen Schule mit einem JULIEN VESQUE und VAN TIEGHEM an der Spitze weiter entwickelt, — und unterlag anderseits ein BAILLON mit seinem zwar staunenerregenden großen Fleiß†, da seine konservative Auffassung schon veraltet war.

Seitens der Engländer knüpft sich die große Umwälzung der Auffassung an das kleine „Jodrell-Laboratory“ der Kew Gardens und die englisch-amerikanische aufgeklärtere Richtung beeilte sich, jenes große Werk SOLEREDERS ins Englische zu übersetzen††, das sich im Werte z. B. mit GOEBELS „Organographie“ messen kann.

---

* SCHWENDENER, S., Das mechanische Prinzip im anatomischen Bau der Monokotylen mit vergleichenden Ausblicken auf die übrigen Pflanzenklassen. Leipzig, 1874. — HABERLANDT, G., Physiologische Pflanzen-Anatomie. Leipzig, Ed. I. 1884. Ed. IV. 1909.

** RADLKOFER, Über die Methoden in der botan. Systematik. Festrede, gehalten in der Akademie zu München, 1884.

*** SOLEREDER, H., Systematische Anatomie der Dicotyledonen, Stuttgart. 1899 und 1908.

† BAILLON, H., Histoire des plantes, Paris. 1866—1895. — JACKSON, Guide to the Literature of Botany, London 1881. p. 120.

†† Systematic Anatomy of the Dicotyledons. A Handbook for Laboratories of pure and applied Botany by H. SOLEREDER. — Translated by

Als ein trauriges Opfer der Engherzigkeit lernte ich einst JULIEN VESQUE kennen, den ich in meiner Jugend als einen der genialsten, leider aber ohne entsprechenden Wirkungskreis lebenden Botaniker in einem bescheidenen Obdach zu St. Vincennes bei Paris begrüßen konnte (1892). Im bitteren Kampfe der Möglichkeit die Wissenschaft pflegen zu können, erscheint auch A. F. W. SCHIMPER, dessen phänomenales Genie ich als unmittelbarer Zeuge in seinem Tuskulum zu Bonn (und später in dem schönen botanischen Institute zu Basel bewundern konnte), wo er als Professor leider nur kurze Zeit tätig war. Die die Anatomie von der Physiologie meiner Ansicht nach konservativ absondernde Auffassung STRASBURGERS* konnte auf SCHIMPER keinen entscheidenden Einfluß ausüben, obwohl der früh dahingeschiedene SCHIMPER eine Hauptstütze der allerdings berühmten „Bonner Schule" war. Der Beweis hierfür ist SCHIMPERS „Pflanzengeographie auf physiologischer Grundlage", ein mit Recht Bewunderung erregendes Werk, in welchem die auf Grund erbitterter Kämpfe entstandenen und einander entgegengesetzten Forschungsrichtungen einen glücklichen Ausgleich finden sollten. So gelange ich nunmehr im Laufe dieser in großen Zügen geschilderten Entwicklung der botanischen Wissenschaft zu jenem Punkte, auf welchen ich auf Grund der ziemlich traurigen Erfahrungen aus jüngster Zeit und unter deren Einwirkung mit Nachdruck hinzuweisen wünsche.

Durch die einseitige Anwendung schon veralteter Forschungsmethoden gelangten wir in der Reihe unserer Floraforschungen unglücklicherweise schon dorthin, daß die Bestimmung einer Art von *Salix, Hieracium, Rubus* und *Rosa* einen sogenannten „Spezialisten" beansprucht; aber es gibt keine zwei Spezialisten, welche die *Hieracium-* oder *Rubus*art mit einem und demselben Namen auf der Leiter der Phylogenie bezeichnen würden. So verschwinden eine *Rosa canina, Thymus Serpyllum, Rubus fruticosus, Hiera-*

L. A. BOODLE and F. E. FRITSCH, revised by D. H. SCOTT. Vol. I., II. Oxford, Clarendon Press, 1908.

GOEBEL, K., Organographie der Pflanzen, Jena, 1898—1901.

* Siehe die sonst ausgezeichneten Lehrbücher der Botanik für die Hochschulen von STRASBURGER und seinen Mitarbeitern.

cium murorum und zahlreiche andere Pflanzenarten, die floristisch „gestern“ noch existierten, um „heute“ zu verschwinden, ohne daß die durch diese morphologische „Haarspalterei“ entstandene und angebliche Kenntniserweiterung auch zugleich die Kenntnis der einheimischen Flora bedeuten würde. Im Gegenteil!

In diesen anspruchslosen Abhandlungen wollte ich bloß einen Fingerzeig durch Erörterung einer These geben, welche sowohl die Lehren der Physiologie und Anatomie, wie diejenige der modernen Systematik womöglich gleichmäßig berücksichtigt.

In der Entwicklungsgeschichte der Pflanzendecke des Erdenrundes kommt hinsichtlich der wissenschaftlichen Bedeutung der These der Farnsippe der Schizaeen eine führende Rolle zu, da ihr Los an so verschiedenen Punkten der Erdoberfläche uns die phylogenetische Bewertung der Glieder dieser Farngattung lehrt und von solchen Gesichtspunkten aus, deren Anwendung ich — namentlich die Geltendmachung des Gesamtmaterials der physiologischen Anatomie in der Systematik — auch in bezug auf die Erforschung der einheimischen Flora überaus wünschenswert erachten würde; aber immer vom Gesichtspunkte solcher gleichmäßig auf die ganze Pflanzendecke des Erdenrundes aufgebauter Lehren und auf Grund der von SCHIMPER gegebenen jener physiologischen Pflanzengeographie, der gegenüber wir uns derzeit eine besser angelegte kaum vorstellen könnten.

Erklärung der Tafeln.

Die Tafeln wurden unverändert zwei in ungarischer Sprache erschienenen Schizaea-Arbeiten entnommen (Math. és Természettud. Ért. Bd. XXIX, 1911 und XXX, 1912), und von einer konsequenten Durchführung der Numerierung und Bezeichnung der Figuren, wie auch von einiger Korrektur (siehe die Bemerkung sub* p. 274) mußte schon wegen der Kostspieligkeit Abstand genommen werden.

Tafel I.

Figg. 1—3. Junge Individuen von *Schizaea Biróí* in nat. Größe.

Fig. 4—7. Reife Exemplare von *Sch. Biróí* in nat. Größe. — *s* Sorophorie der Pflanze.

Figg. 8, 10, 11. Reife Sporen von *Sch. Biróí*; Fig. 9. Spore derselben mit Glyc. ven. behandelt und im opt. L.-schn. (= Längsschnitt); Fig. 12 Spore derselben trocken. CO (= ZEISS Comp.-Okular) 12. Ap. Obj. (= ZEISS Apochrom. Objektiv) 8.

Fig. 13—16. Sporen von *Sch. dichotoma* aus Madagaskar (leg. M. Humblot; Journ. of Botany, Vol. XXII. 1884, p. 144; fortan kurz mit M bezeichnet) mit Glyc. ven. behandelt. — 13. Rückseite, 14. von der Seite, 15. opt. L.-sch. 16. Trocken. CO 12. Ap. Obj. 8. Vergr. 500.

Fig. 17—18. Reife Sporen von *Sch. Forsteri* (sub. nom. *Sch. dichotomae*, Fougères de la Nouv. Calédonie, Mont Koghi, leg. Franc, à Nouméa. X. 1906). Fig. 17 mit Jodjodkalium behandelt; Fig. 18 trocken. CO 12. Ap. Obj. 8.

Fig. 19*a—e*. Trichomen des Sporangiophylls von *Sch. Birói*. CO. 6. Ap. Obj. 16.

Tafel II.

Fig. 20. Ein kräftigeres Individuum von *Sch. Birói* in *Exodictyon*-polster, die Sporen größtenteils verstreut. Natürl. Größe.

Fig. 21. Spore von *Sch. Birói* nach Behandlung mit Chlorzinkjod im opt. L.-schn. CO 12. Im. Ap. Obj. 2 mm. — *pr* Perinium (Episporium), *e* Exine (Exosporium), *ei* eine Protuberanz der Exine, *i* Intine (Endosporium), *p* Proteinkörnchen (die Richtungslinie soll weiter geführt werden).

Fig. 22—23. Reife Spore von *Sch. Poeppigiana* (Venezuela: Escuque, Merida: Karsten. Pr.! — ferner: Los Palmares, I. 1897. leg. H. Pittier, Nr. 10,580 ex Herb. Inst. phys.-geogr. nat. Costar.). Fig. 22 nach Behandlung mit Chlorzinkjod. Fig. 23. Trocken und von der Rückseite. CO 12. Ap. Obj. 8.

Fig. 24 Spore von *Sch. Sprucei* (ex loco classico: Ad flumin. Gubinia v. Rio Negro supra ostium fluminis Casiquiare, coll. A. Spruce. 1854, Nr. 3752) von der Seite gesehen. CO 12. Obj. 8.

Fig. 25. Sporangiumring (annulus) von *Sch. Birói*. *i* Plattenzelle. CO 4. Ap. Obj. 8.

Fig. 26. Sporangiumring von *Sch. dichotoma*. CO 4. Ap. Obj. 8.

Fig. 27. Reifes Sporangium von *Sch. Birói*. *i* Plattenzelle. CO 4. Ap. Obj. 16.

Fig. 28. Ein Teil des Sporangiumringes von *Sch. Forsteri* trocken beobachtet. CO 4. Ap. Obj. 8.

Fig. 29. Querschnitt (= Quschn.) der Blattunterseite von *Sch. Poeppigiana*. *e* Epidermis, *o* Schließzellen, *lu* Atemhöhle.

Tafel III.

Fig. 30. Querschnitt des Blattes von *Sch. Birói*. *e* Epidermis, *o* Schließzellen, o_1 Atemhöhle, *m* Mesophyll (= Chlorenchyma), *st* Stele. CO 8. Ap, Obj. 16.

Fig. 31. Quschn. durch ein Blattsegment 4. Ordnung von *Sch. Poeppigiana*. *e* Epidermis, *o* Schließzellen, *m* und *st* wie in Fig. 30.

Fig. 32. Quschn. durch ein Blattsegment, aus der Basis eines Sporangiophylls (entsprechend der Fig. 20*x* auf Taf. II) von *Sch. dichotoma* M. *e*, *o*, *m*, *st*, wie in Fig. 30. *d* stereomatisches Hypoderm.

Fig. 33. Fertige Spaltöffnungen von *Sch. Birói* in der Flächenansicht von außen und bei tieferer Einstellung. *i—i* Klammer (nach PRANTL Zwischen)zellen der Spaltöffnungen, *t* prosenchymatische Zellen der Blattunterseite. CO 12. Ap. Obj. 16.

Fig. 34. Fertige Spaltöffnung (*o*) aus der Blattunterseite von *Sch. Birói* im Querschn. *e* Epidermis, *u* Atemhöhle. CO 12. Ap. Obj. 8.

Doppeltafel IV.

Fig. 35. Querschnitt des Blattstieles von *Sch. dichotoma*. — *e* Epidermis, *o* Spaltöffnung, *cs* hypodermatisches Stereom, *en* Endodermis, *ph* Parenchymscheide. CO 4. Ap. Obj. 16.

Fig. 36. Querschn. des Blattstieles von *Sch. Birói* gegen die Blattspreite zu. *e* Epidermis, *pr* Grundparenchym (nach PRANTL = Grundgewebe), *pc* mit Gerbstoffen gefüllte Schicht des Grundgewebes, *st* Stele. CO 8. Ap. Obj. 16.

Fig. 37. Querschn. des Blattstieles von *Sch. Birói* gegen die Blattbasis zu (der Fig. 41 entsprechend). Bezeichnung wie oben. CO 6. Ap. Obj. 16.

Fig. 38—44. Schematische Querschnitte des Blattstieles von *Sch. Birói*, von der Spreite (resp. dem Ausgangspunkte der Dichotomie = Fig. 38) gegen die Blattstielbasis zu und zwar entspricht Fig. 38 = Taf. I, Fig. 3*a*, Fig. 39—40 = Fig. 3 a_1 — a_2 = Fig. 36, Fig. 41 = Fig. 37 = Fig. 3*b* und Fig. 42 bis 44 = Fig. 3 *c*.—*s* Stele, *cs* gerbstoffhaltige Schicht des Grundgewebes, *a* Grundparenchym.

Fig. 45—48. Schemata aus den Blattstielquerschnitten von *Sch. Forsteri*, von oben bis unten. — *s* Stele, *p* Grundparenchym, *st* (die Richtungslinie in Fig. 48 unrichtiger Weise zu tief in das Grundparenchym eindringend) Stereomring, *o* funktionslose Zellen der Spaltöffnung (Taf. IX, Fig. 39*t*—*t*).

Tafel V.

Fig. 1 (49). Junges Blatt von *Sch. pennula*, einigermaßen verkleinert.

Fig. 2 (50). Querschnitt desselben Blattes, der Fig. 1*a* entsprechend und schematisch. — *d* Unter-, *v* Oberseite, *e* Epidermis, *s* Spaltöffnung, *h* stereom. Hypoderm, *m* Mesophyll (= chlorenchymatisches Grundgewebe), *ed* Endodermis, *p* Parenchymscheide, *n* Gefäßbündel.

Fig. 3 (51). Flächenansicht einer stomatorischen Leiste (= *l*) der *Sch. pennula*, der Fig. 2*s* entsprechend und von außen (vgl. PRANTLS Fig. 58 l. c.) — *e* Hautprosenchym mit *st* Kieselwarzen, *z* Schließzellen, *k* Klammer (Zwischen)-zellen der Spaltöffnungen, *o* scherenartige Fortsätze der Klammerzellen unter dem Niveau der Spaltöffnungen. CO 4. Ap. Obj. 8.

Fig. 4 (52). Flächenansicht der Blattoberfläche mit verkieselten Warzen von *Sch. pennula*.

Fig. 5 (53). Stück einer Epidermiszelle vom Blatte der *Sch. Poeppigiana*, im Querschnitt. — *c* Cuticula, *k* verkieselte Warze, *l* Mittellamelle, *r* kutikularisierte Schichten, *cl* innere Zelluloseschicht, *ü* Lumen der Zelle.

Fig. 6—7 (54—55). Schemat. Quschn. der Blattbasis von *Sch. pennula* Fig. 6 der Fig. 1 (49) *C*, Fig. 7 der Fig. 1 (49) *D* entsprechend. — *d*, *v*, *s*, *h*, *m*, *n* wie oben, *st* Stele. CO 2. Obj. *aa*.

Fig. 8 (56). Schemat. Quschn. durch den mittleren Teil des Blattes von *Sch. intermedia*. — Bezeichnung wie oben. CO 2. Obj. *aa*.

Fig. 9 (57). Schemat. Quschn. durch den mittl. Teil des Blattes von *Sch. digitata*. — Bezeichnung wie oben. CO 2. Obj. *aa*.

Fig. 10 (58). Schema des Blattstielquerschnittes der Basis zu. — Bezeichnung wie oben.

Fig. 11 (59). Schema aus der Basis des Blattstieles von *Sch. intermedia* (Kanala!). — Bezeichnung wie oben.

Tafel VI.

Fig. 12 (60). Fertige Spaltöffnungen, respektive stomatorische Leiste von *Sch. digitata* im Längsdurchschnitt. — *k*—*k* Klammer(Zwischen)-zellen der *z*—*z* Schließzellen; *ü*—*ü* Atemhöhlen, *m* Mesophyll, mit Cytoplasma-Überbleibseln in den zusammengeschrumpften Zellen. — CO 4. Ap. Obj. 8.

Fig. 13 (61). Stück eines Blattquerschnittes von *Sch. intermedia* (Kanala!), der Fig. 11 (59) *a* entsprechend. — *e* stark verdickte Epidermiszellen, *h* stereom. Hypoderm, *c* innere, nach Behandlung mit Chlorzinkjod abgelöste Zelluloseschicht. CO. 4. Ap. Obj. 8.

Fig. 14 (62). Querschnitt aus dem oberen Teil eines sterilen Blattes von *Sch. pusilla*. — *e* stereomatisches Hautgewebe, *k* Kieselwarzen, sonstige Bezeichnung wie oben. CO. 4. Ap. Obj. 16.

Fig. 15 (63). Querschnitt durch eine Spaltöffnung der *Sch. pusilla*. — *c* Cuticula, *k* Kieselablagerungen, *e* stereomat. verdickte Epidermiszellen, *ei* eisodiale — *o* opisthiale Öffnung der Schließzellen, *z* mit Stärke gefüllte Schließzelle, *st* orientierungshalber die Stele. OC. 12. Obj. 4.

Fig 16 (64). Stomatorische Leiste eines steril. Blattes von *Sch. pusilla* in der Flächenansicht von außen, bei etwas tieferer Einstellung. — *k*-*k* Klammerzellen, deren scherenartige Fortsätze unter dem Niveau der Spaltöffnungen (*z*-*z*) eigentümlicherweise 0-artig sich verbinden. OC. 6. Ap. Obj. 8.

Fig. 17 (65). Querschn. durch den oberen Teil eines sterilen Blattes von *Sch. pectinata*. Bezeichnung wie oben. OC. 4. Obj. *aa*.

Fig. 18 (66). Fertige stomatorische Leiste von *Sch. rupestris* im Längsdurchschnitt. — *k*-*k* Klammerzellen der *z*-*z* Schließzellen. *a* chlorenchymatisches Mesophyll, *e* Epidermis, CO. 4. Ap. Obj. 8.

Tafel VII.

Fig. 19 (67). Blattunterseite eines sterilen Blattes von *Sch. pectinata* mit verdoppelten stomatorischen Leisten. — *k* Klammerzelle. CO. 4. Ap. Obj. 16.

Fig. 20 (68). Das stereomatische Grundnetz der stellenweise unterbrochenen stomatorischen Leisten von *Sch. pectinata*, infolge der tieferen Ein-

stellung mit Fortlassen der Schließzellen der Spaltöffnungen. *o-o* die O-artige eigentümliche Verbindung der scherenartigen Fortsätze der Klammer (Zwischen)-zellen unter dem Niveau der Schließzellen [Cfr. Fig. 3 (51) *o-o*]. CO. 4. Ap. Obj. 16.

Fig. 21 (69). Stück des Blattstielquerschnittes der Basis zu von *Sch. pectinata*. — *e* stereomat. Epidermis, *h* stark verdickte Hypodermzellen, *l* Atemhöhle, *z* Schließzelle, *x* verkieselte Hautwarze. CO. 8. Ap. Obj. 8.

Fig. 22 (70) Schemat. Querschnitt aus dem mittleren Teil eines sterilen Blattes von *Sch. rupestris*. — *e* Epidermis, *s* Spaltöffnung, *m* Mesophyll, *st* Stele, *d* Ober-, *v* Unterseite. CO. 2. Obj. *aa*.

Fig. 23 (71). Schemat. Querschn. aus der „Spreiten"-Basis der *Sch. rupestris*. Bezeichnung wie in Fig. 22 (70). CO. 2. Obj. *aa*.

Fig. 24 (72). Schemat. Querschn. der Basis des Blattstieles von *Sch. rupestris*. Bezeichnung wie oben. CO. 2. Obj. *aa*.

Fig. 25 (73). Einige peripherische Zellen der obigen (24 = 72) Figur stärker vergrößert. — *e* Epidermis, *a* Grundparenchym. CO. 2. Ap. Obj. 8.

Fig. 26 (74). Flächenansicht der Blattunterseite von *Sch. rupestris* bei tieferer Einstellung. — *b* Epidermiszellen über den Nerven, *e* gewöhnliche Epidermiszellen, *z* Schließzellen der Spaltöffnung, *k* eigenartige Verknüpfung der Klammerzellen unter dem Niveau der Spaltöffnungen. CO. 2. Ap. Obj. 16.

Fig. 27 (75). Dasselbe stärker vergrößert. — *a* = Fig. 26 (74) *k*, *e* prosenchymatisch gestreckte Epidermiszellen, *k* Grundparenchym (Mesophyll) in der Flächenansicht. CO. 4. Ap. Obj. 16.

Fig. 28 (76). Schemat. Querschn. aus dem oberen Teil des fertilen Blattes von *Sch. fluminensis*. — *v* Unter-, *d* Oberseite, *e* Epidermis, *s-s* Spaltöffnungen, *u* Atemhöhle, *h* stereomat. Hypoderm, *m* Mesophyll, *st*-Stele. CO. 6. Obj. *aa*.

Tafel VIII.

Fig. 29 (77). Schemat. Querschn. aus dem oberen Teil des sterilen Blattes von *Sch. incurvata*. — *d* ventrale Furche, *v* dorsale Rippe, *e* Epidermis, *h* stereomat. Hypoderm, *s-s* Spaltöffnungen, *i* Atemhöhle, *m* Mesophyll, *ed* Endodermis, *p* Parenchymscheide, *l* Leptom (= Plastoma), *v* Hadrom (Hydroma). CO. 4. Obj. *aa*.

Fig. 30 (78). Schemat. Querschn. eines Blattsegmentes, wo die Dichotomie beginnt. Bezeichnung und Vergr. wie oben.

Fig. 31 (79). Schemat. Querschn. aus dem Bifurkationspunkte eines sterilen Blattsegmentes von *Sch. bifida*. Bezeichnung wie oben. CO. 2. Obj. *aa*.

Fig. 32 (80). Stück des Gabelzweiges von *Sch. bifida*, schematisiert. — *b-b* innere stomatorische Leisten, *i—i* äußere stomatorische Leisten, *x—x* Richtungslinie, in deren Querschn. sich die verdoppelten Spaltöffnungsreihen zeigen, mit doppelter Stele, also dort, wo die Dichotomie des Blattes beginnt. Cfr. Fig. 30 (74).

Fig. 33 (81). Schemat. Querschn. aus der Blattspreite von *Sch. elegans-Flabellum*. — *c* Chlorenchym (Mesophyll = Grundparenchym), *k* Hautzelle mit verkieselten Warzen. Bezeichnung sonst wie oben. CO. 4. Obj. *aa*.

Fig. 34 (82). Hautgewebe der Blattunterseite von *Sch. elegans-Flabellum* in der Flächenansicht. — *st* stomatorische Leiste, *k* Klammerzellen der Spaltöffnungen, *e* prosenchymatisch gestreckte und ziemlich dünnwandige Epidermiszellen.

Fig. 35 (83). Querschnitt eines Endsegmentes von *Sch. Sprucei*. — *d* Ober-, *v* Unterseite, s_1—s_1 die äußeren Spaltöffnungsreihen (resp. stomat. Leisten), s_2—s_2 die inneren Spaltöffnungen, sonstige Bezeichnung wie oben. CO. 2. Obj. *aa*.

Fig. 36 (84). Schemat. Querschn. des Blattstieles von *Sch. Sprucei*. — *s*—*s* funktionslose Schließzellen, der Fig. 39 (87) *t*—*t* entsprechend. Bezeichnung sonst wie oben.

Fig. 37 (85). Querschn. durch den oberen Teil des Blattstieles von *Sch. Sprucei* mit funktionierenden Spaltöffnungen *z*—*z*; *e* Epidermis, mit *k* Kieselwarzen, *i*—*i* Gelenkzellen der Schließzellen, *l* Atemhöhle, *h* stereom. Hypoderm, *a* dünnwandiges Chlorenchym. CO. 8. Ap. Obj. 8.

Tafel IX.

Fig. 38 (86). Schemat. Querschn. aus der unteren Blattstielzone. — *v* Unter-, *d* Oberseite, *e* Hautgewebe, *h* hypodermat. Stereom, *m* Mesophyll (Grundgewebe), *st* Stele.

Fig. 39 (87). Ein Teil aus dem Querschn. des Blattstieles von *Sch. elegans* nach längerer Behandlung mit Jodjodkalium. — *e* Epidermis, *t*—*t* funktionslose Schließzellen, *h* stereomat. Hypoderm, *v* wasserspeichernde (verschleimte?) Zellen des Grundgewebes. CO. 8. Ap. Obj. 8.

Fig. 40 (88). Teil des Querschnittes aus der Spreite der *Sch. Poeppigiana* nach Behandlung mit Chlorzinkjod. — *e* Epidermis, *c* Cuticula, *l* Mittellamelle der Hautzellen, *cr* kutikularisierte Schichten, *cl* Zelluloseschicht, *z* Schließzellen, *t*—*t* opisthiale kutikularisierte Aufsätze der Schließzellen, *ei* eisodiale Öffnung der Spaltöffnung, *lu* Atemhöhle, *chl* Chorenchym, *d* Dendritis-Geäder der Chlorenchymwandung (Pringsheim, Jahrb. Vol. XVII, 1886, p. 109). CO. 8. Ap. Obj. 3.

Fig. 41 (89). Querschn. der Spaltöffnung aus der Blattunterseite von *Sch. Sprucei*. — *i* eisodiale, *o* opisthiale Öffnung, *l* Atemhöhle. CO. 8. Ap. Obj. 8.

10.

ÜBER DIE EXPERIMENTELLE BESTIMMUNG DER ABSOLUTEN PHASENÄNDERUNGEN DES TOTAL REFLEKTIERTEN LICHTES.

Vorgelegt der Ungar. Akad. d. Wissensch. am 19. Mai 1913.

Von STEPHAN RYBÁR.

(Hierzu Taf. I—III.)

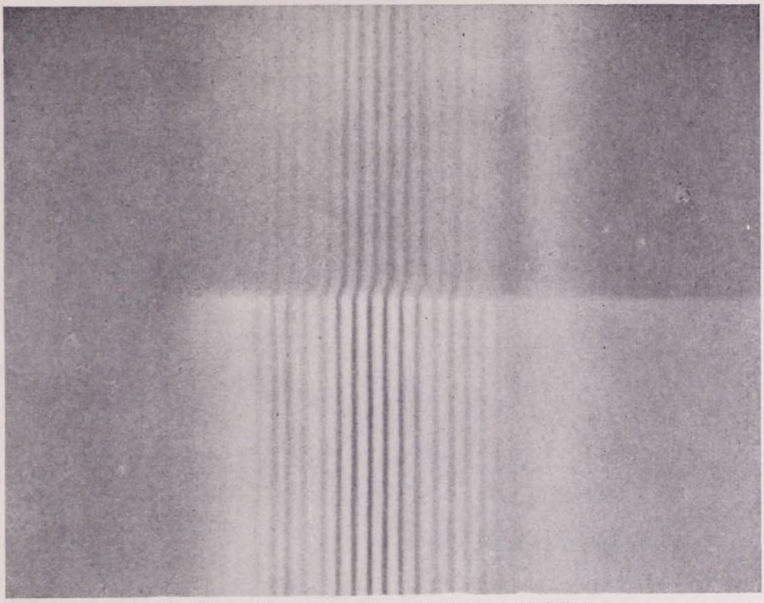
Inhalt: § 1. Die bisherigen Resultate und der Zweck der vorliegenden Untersuchung. — § 2. Der Grundgedanke der experimentellen Methode. — § 3. Die Besprechung der Vorversuche. — § 4. Die Versuchsmethode. a) Die Versuchsanordnung. b) Das Versuchsmaterial. c) Bemerkungen über die photographischen Aufnahmen. § 5. Die elementare Theorie der Versuchsanordnung. a) Die Flüssigkeit ist optisch dünner als das Glas. b) Die Flüssigkeit ist optisch dichter als das Glas. § 6. Die Vergleichung der Theorie mit den Versuchsresultaten. § 7. Resultate.

§ 1. Die bisherigen Resultate und der Zweck der vorliegenden Untersuchung.

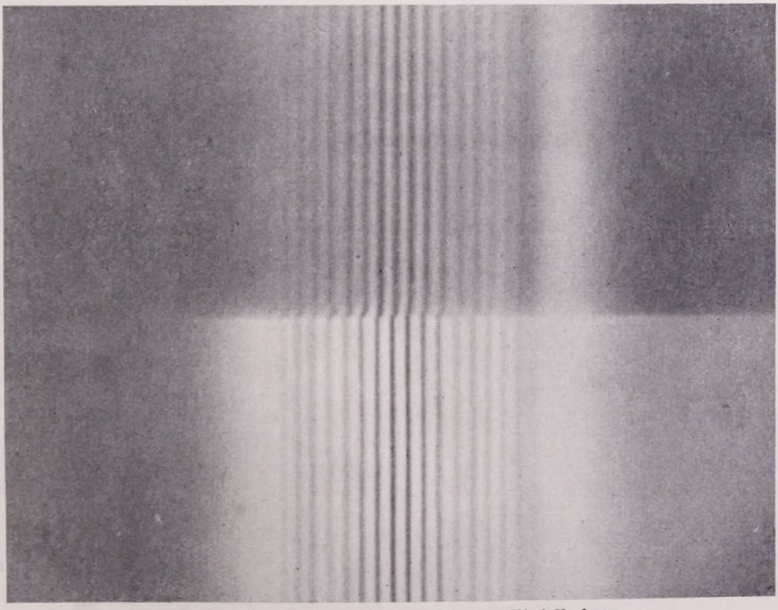
Vor ungefähr 100 Jahren wies FRESNEL* nach, daß die Phase des polarisierten Lichtes einer Änderung unterliegt, wenn es an der Grenze von homogenen und isotropen Körpern total reflektiert wird. Die Existenz einer solchen Phasenänderung ist eine direkte Folge der FRESNELschen Theorie. FRESNEL definierte auf Grund seiner Hypothese die absoluten Phasenänderungen, sowohl die der Einfallsebene parallelen, als auch die der senkrechten Vektorkomponenten des Lichtes, als Funktionen des relativen Brechungsexponenten der Medien und des Einfallswinkels. Er gelangte zu dem Resultate, daß die Phase ebenso bei der parallelen, wie auch bei der senkrechten Komponente eine Änderung erleidet, und zwar unter denselben Umständen Veränderungen verschiedenen Grades. Die Differenz der absoluten Phasenänderungen der beiden Kom-

* A. FRESNEL, Annales de chimie et de physique (2) 29, p. 175. 1818. Œuvres complètes 1, p. 782—796, 1866.

Der Einfallswinkel = 55°.



Die Polarisationsebene steht senkrecht zur Einfallsebene.



Die Polarisationsebene liegt parallel zur Einfallsebene.

BIBLIOTHECA ACADEMIAE SCIENTIARUM HUNGARICAE
MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA KÖNYVTÁRA
BUDAPEST

ponenten ist an der Grenze der Totalreflexion gleich Null, bei wachsendem Einfallswinkel nimmt sie stetig zu, erreicht ein Maximum, dann nimmt sie wieder bis Null stetig ab.

FRESNEL benutzte für die Herstellung einer solchen Phasendifferenz schiefe Glasparallelepipeden; diese waren so geschliffen, daß das auf die eine Endfläche senkrecht fallende Licht im Innern der Glasparallelepipeden an den Seitenflächen unter dem Winkel total reflektiert wurde, bei welchem, im Sinne der FRESNELschen Theorie, die relative Phasenveränderung der Hauptkomponenten 45^0 betragen müßte.

FRESNEL fand, daß, wenn das einfallende Licht zu der Einfallsebene in 45^0 polarisiert war, aus den Parallelepipeden nach zweimaligen Totalreflexionen zirkular-polarisiertes, nach viermaligen Totalreflexionen aber in Ebene polarisiertes Licht austrat usw.

Durch diese Experimente wurde seine Theorie bestätigt.

Auf die FRESNELschen Versuche und Forschungen folgten die ausführlichen quantitativen Untersuchungen JAMINS* und später jene QUINCKES.**

Sie setzten mit Hilfe des BABINETschen Kompensators unter verschiedenen Einfallswinkeln die relativen Phasenverzögerungen des an den Grenzen von Glas und Luft, oder Glas und Flüssigkeit total reflektierten Lichtes fest; das heißt, sie bestimmten den Unterschied der Phasendifferenzen der Hauptkomponenten zwischen dem total reflektierten und dem einfallenden Licht.

Aus obigem ergibt sich, daß sowohl die FRESNELschen, als auch die JAMINschen und QUINCKEschen Versuche sich nur auf diejenigen relativen Phasenänderungen beziehen, welche zwischen den Phasen der Hauptkomponenten (der zu der Einfallsebene parallelen und senkrechten) des einfallenden Lichtes bei der Totalreflexion entstehen. Alle sich mit diesen Fragen befassenden Untersuchungen bezogen sich daher nur auf die Differenzen der Phasenänderungen und nicht auf die absolute Phasenänderung der einzelnen (namentlich der parallelen und der senkrechten) Komponenten.

---

* M. J. JAMIN, Annales de chimie et de physique (3) 30, p. 257—267. 1850.

** G. QUINCKE, Poggendorffs Annalen der Physik und der Chemie 127 p. 1—29, 199—237. 1866.

Nur eine einzige Beobachtung von BABINET* berührt die Frage, die er nur durch einige wenige Zeilen bekannt machte Diese BABINETsche Arbeit wurde mir nach Beendigung meiner Untersuchung erst dann bekannt, nachdem ich bei der schriftlichen Zusammenstellung meiner Arbeit die Literatur gründlich durchgesehen hatte.

Bei diesen Versuchen wurde das durch einen Spalt kommende Licht mittels einer schwach prismatischen Platte in zwei interferenzfähige Lichtbündel geteilt und dann im Innern eines Glasprismas an der Hypotenusenfläche total reflektiert. Ein Teil dieser Fläche war mit einer hinreichend brechenden Flüssigkeit befeuchtet, sodaß die Reflexion an dieser Stelle der Fläche eine partielle war.

Es sind hier drei Fälle möglich: 1. Beide Lichtbündel werden an dem nicht befeuchteten Flächenteil reflektiert; 2. ein Lichtbündel wird an dem nicht befeuchteten, das andere aber an dem befeuchteten Teil reflektiert; und 3. beide Lichtbündel werden an dem befeuchteten Teil Reflexionen erleiden.

BABINET fand, daß die Interferenzstreifen der zwei Lichtbündel im 2. Fall im Verhältnis zu den Interferenzstreifen des 1. und 3. Falles verschoben waren, und zwar in solcher Richtung, als ob das Licht bei der Totalreflexion einen kürzeren Weg durchlaufen hätte.

Das ist das ganze BABINETsche Resultat. In dieser Arbeit ist kein einziges Wort enthalten, welches uns darüber aufklärt, in welcher Weise die Hauptkomponenten ihre Phasen bei der Totalreflexion ändern.

Anscheinend legten auch die französischen Physiker diesen Versuchen keine größere Bedeutung bei, da auch in den erstklassigen französischen Lehrbüchern, wie z. B. in MASCARTS „Traité d'optique" sich keine einzige diesbezügliche Erwähnung vorfindet. Nur in WINKELMANNS „Handbuch der Physik"** wird erörtert, daß der BABINETsche Versuch zur Untersuchung der absoluten Phasenänderungen des total reflektierten Lichtes verwertet werden kann. Wir werden in § 3 sehen, daß diese ein-

* J. BABINET, Compt. rend. 8 I, p. 709. 1839.

** A. WINKELMANN, Handb. d. Phys. 2. Aufl. 6, p. 1274. 1906.

MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA

fache Anordnung ohne Vervollkommnung für diese Untersuchung nicht geeignet ist.

Ich will hier noch bemerken, daß in WINKELMANNS Handbuch bei der Zitierung des BABINETschen Versuches ein kleiner Fehler unterlaufen ist. Die Interferenzerscheinung war bei dem BABINETschen Experiment mit dem total und partiell reflektierten und nicht, wie es an der zitierten Stelle heißt, mit dem total reflektierten und dem direkten Lichte ausgeführt.

Das sind die bisher in dieser Frage erzielten Resultate. Die absoluten Phasenänderungen des total reflektierten Lichtes wurden bisher weder beobachtet, noch überhaupt aber experimentell untersucht. Es war daher sehr wünschenswert, diese Untersuchungen vorzunehmen, und zwar zuerst eine Methode auszuarbeiten, welche es uns ermöglicht, die absoluten Phasenänderungen bei verschiedenen Einfallswinkeln zu bestimmen.

Ich erhielt seiner Zeit von Herrn Hofrat Prof. I. FRÖHLICH die Anregung zu dieser Arbeit, als ich mich an ihn betreffs Überlassung von Apparaten, die ich zu einer ähnlichen Untersuchung benötigte, wandte. Außerdem unterstützte er mich in meinen Untersuchungen durch wertvolle Ratschläge.

Ich beabsichtigte demnach, eine experimentelle Methode zu konstruieren, mittels welcher die absoluten Phasenänderungen leicht und genau bestimmbar sind.

Nachstehend stelle ich die in dieser Frage erlangten Resultate wie folgt zusammen:

Von der Beschreibung meiner Vorversuche, welche durchwegs gut beobachtete Erscheinungen behandelten, die jedoch infolge störender Einflüsse die quantitative Messung nicht zuließen, ausgehend, gehe ich auf meine endgültige und einwandfreie experimentelle Anordnung über, mittels welcher es mir gelungen ist, die Erscheinung, das heißt die absoluten Phasenänderungen, welche sowohl die parallelen, als auch die senkrechten Vektorkomponenten bei totaler Reflexion erleiden, in ihrer vollen Klarheit darzustellen. Hierauf lasse ich die elementare Theorie der experimentellen Methode, die Zusammenstellung der quantitativen Resultate und endlich den Vergleich der FRESNELschen Theorie mit den Experimenten folgen.

Bevor ich aber auf diese Fragen näher eingehe, halte ich es für meine angenehme Pflicht, dem Herrn Wirklichen Geheimrat BARON ROLAND VON EÖTVÖS und dem Herrn Hofrat ISIDOR FRÖHLICH für die wertvollen Unterstützungen, durch die sie meine Arbeit gefördert haben, meinen ergebensten und besten Dank auszusprechen.

§ 2. Der Grundgedanke der experimentellen Methode.

Es ist wohl bekannt, daß zwischen dem einfallenden und dem reflektierten Strahle bei der partiellen Reflexion am optisch dünneren Mittel keine Phasendifferenz, bei der Reflexion am optisch dichteren Mittel aber bei jedem Einfallswinkel eine Phasenveränderung von einer halben Wellenlänge stattfindet. — Soll deshalb die Reflexion in einer der beiden Arten erfolgen, und zwar entweder am dünneren, oder am dichteren Mittel, so bestimmt bei partieller Reflexion die Kenntnis der Phase der reflektierten Strahlen sofort die Phase der einfallenden Strahlen.

Diese wohl anerkannte Tatsache diente mir zum Ausgangspunkt meiner experimentellen Untersuchungen.

In der Tat, wenn in der Einfallsebene oder senkrecht dazu polarisiertes Licht z. B. an der Grenze von Glas und Luft total reflektiert wird, so erleidet die Phase — wie wir in § 1 gesehen haben — durch die totale Reflexion eine bestimmte Änderung. Nehmen wir jetzt an, daß wir in unserer experimentellen Anordnung alles unverändert beibehalten, und nur statt Luft ein optisch dichteres Mittel (z. B. Flüssigkeit) verwenden, sodaß die Reflexion an dieser Grenze schon keine totale, sondern eine partielle wird, so ergibt sich, daß sich die Phase durch die Reflexion entweder gar nicht, oder, wenn die Flüssigkeit dichter als das Glas ist, um eine halbe Wellenlänge ändert.

Es ist jetzt einleuchtend, daß, wenn es möglich wäre, die Phasendifferenz dieser beiden (total und partiell) reflektierten Strahlen durch eine experimentelle Methode zu bestimmen, sich mittels dieses Verfahrens auch die Differenz der Phasen der total reflektierten und der einfallenden Strahlen, das heißt die absolute Phasenänderung der Totalreflexion als bekannte Größe ergeben würde.

§ 3. Die Besprechung der Vorversuche.

Das gesuchte Problem ist jetzt auf die Bestimmung der Differenz der Phasen des total und des partiell reflektierten Lichtes zurückgeführt.

Wir hatten bei der Ausarbeitung der experimentellen Methode für die Bestimmung dieser Phasendifferenz zwei Ziele vor Augen. — Das erste bestand darin, die zwei Lichtbündel, nämlich das partiell und das total reflektierte Licht gleichzeitig nebeneinander herzustellen, das zweite jedoch darin, einerseits die total reflektierten Strahlen miteinander, andererseits aber die total reflektierten mit den partiell reflektierten zur Interferenz zu bringen, da zu erwarten war, daß die gesuchte Phasendifferenz sich durch die Verschiebung der beiden Interferenzsysteme zeigen wird.

1. Die Erfüllung des ersten Zieles erreichten wir auf folgende Weise:

Ein aus kleinen Deckgläsern angefertigtes und würfelförmiges Gefäßchen war mit einer Flüssigkeit ganz gefüllt, durch einen

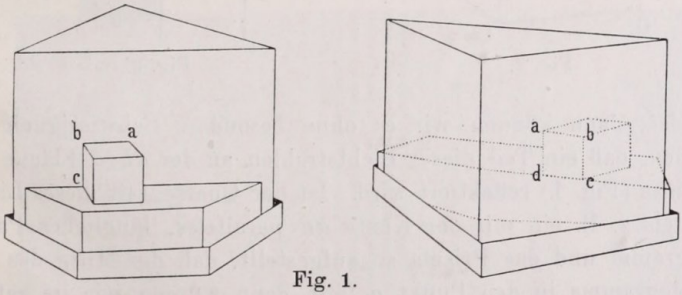


Fig. 1.

Teil der Hypotenusenfläche eines 90° Glasprismas verschlossen, und auf ein kleines Schüsselchen so gelegt, daß die Hypotenusenfläche des Prismas vertikal stand. Das so zusammengestellte Prisma ist in Fig. 1 in Vorder- und Rückansicht dargestellt.

In das auf solche Weise geschlossene Gefäßchen kamen leicht Luftbläschen hinein. Zur Verhütung dieser störenden Einflüsse wählten wir eine bessere Form für das Gefäßchen, die in Fig. 2 abgebildet ist. Die Öffnung des Gefäßchens ist die mit *abcd* bezeichnete Fläche. Die obere Fläche ist nicht horizontal wie im

früheren Fall, sondern dieselbe steht ziemlich steil aufwärts. Die in das Gefäßchen hineinkommenden Bläschen bleiben jetzt nicht an dem Prisma haften, sondern sie steigen sofort in den oberen Teil des Gefäßchens empor, wo sie keine störenden Einflüsse ausüben können. — Diese Form erwies sich für unseren Zweck sehr geeignet, da wir die gleiche Anordnung 3—5 Tage lang benützen konnten, ohne die kleinsten Spuren der Luftbläschen auf der *abcd*-Fläche wahrnehmen zu können.

Wenn wir jetzt annehmen, daß ein paralleles und breites Lichtbündel auf das Prisma fällt und dort eine innere Reflexion

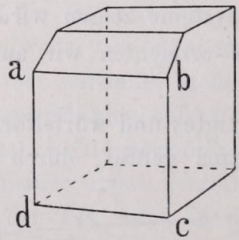


Fig. 2.

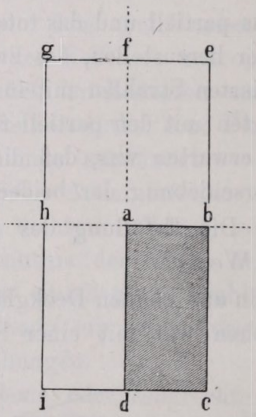


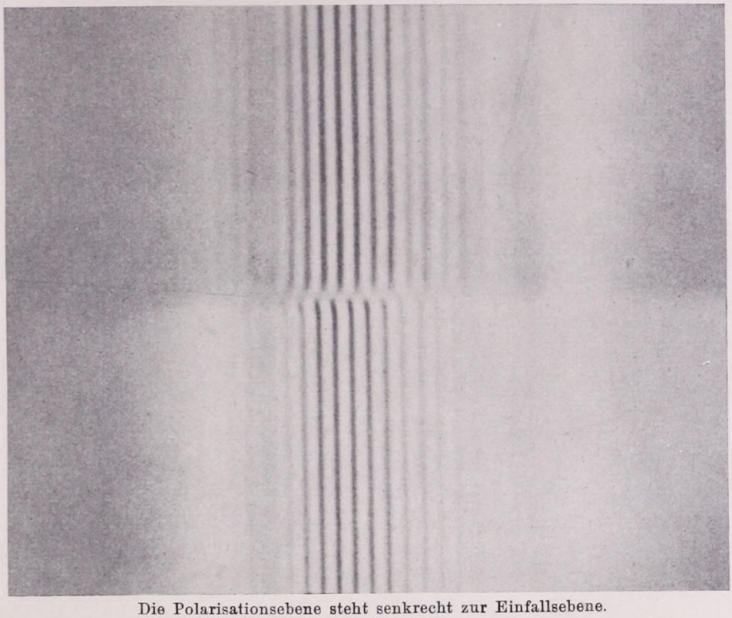
Fig. 3.

erleidet, dann können wir es ohne besondere Schwierigkeit erreichen, daß ein Teil dieser Lichtstrahlen an der *abcd*-Fläche des Prismas (Fig. 1) reflektiert wird. Ist der Querschnitt dieses Lichtbündels z. B. ein mit der Kante *ad* paralleles, längliches Parallelogramm und das Prisma so aufgestellt, daß die Mitte des Parallelogramms in den Punkt *a* fällt, dann würden wir im reflektierten Lichte eine solche Intensitätsverteilung finden, wie in Fig. 3 dargestellt wird.

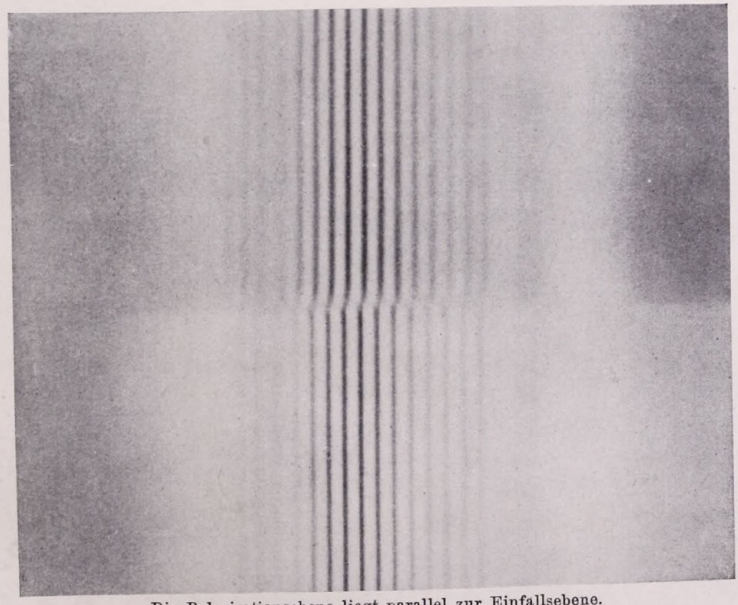
In der *ab'c'd'*-Quadrante des reflektierten Lichtbündels breiten sich die partiell reflektierten Strahlen, dagegen aber in den Quadranten *ab'ef*, *fgha* und *hid'a* (bei genügend großem Einfallswinkel) die total reflektierten Strahlen aus.

Mit dieser Anordnung haben wir das erste Ziel erreicht, nämlich die gleichzeitige Herstellung des total und partiell reflektierten Lichtes nebeneinander.

Der Einfallswinkel = 60°.



Die Polarisationsebene steht senkrecht zur Einfallsebene.



Die Polarisationsebene liegt parallel zur Einfallsebene.

2. Die Erreichung des zweiten Zieles, nämlich die Herstellung der Interferenzerscheinungen, einerseits zwischen den total reflektierten und total reflektierten, andererseits aber zwischen den total und den partiell reflektierten Strahlen bereitete mir schon größere Schwierigkeiten.

Zu diesem Zweck mußten wir zuerst für die Kohärenz der sich in ein und derselben Ebene ausbreitenden Lichtstrahlen Sorge tragen, welches Ziel durch einen sehr feinen, vertikalen mit *ad* (Fig. 1) parallelen Spalt leicht erreicht wurde. Derselbe wurde von dem Prisma ungefähr in Entfernung von 30 cm aufgestellt und von außen z. B. mit parallelem Sonnenlicht beleuchtet. Die sich in ein und derselben Horizontalebene ausbreitenden Strahlen sind kohärent.

Dieses Lichtbündel wurde dann an den erwähnten Flächenteilen des Glasprismas reflektiert. Die Intensitätsverteilung ist der in Fig. 3 abgebildeten ähnlich. Das Gesichtsfeld wird durch die durch die Linie *ab* gelegte horizontale und durch die Linie *ad* gelegte vertikale Ebene (Fig. 1) in vier Quadranten geteilt. In den Quadranten *ab'ef*, *fgah* und *hid'a* (Fig. 3) verbreiten sich die total reflektierten, dagegen aber in der Quadrante *ab'c'd'* die partiell reflektierten Strahlen. Außerdem ist die Kohärenz zwischen jenen Strahlen der Quadranten *ab'ef* und *fgha* erreicht, die sich in der gleichen horizontalen Ebene fortpflanzen, ebenso wie bei den Strahlen der Quadranten *ab'c'd'* und *hid'a*.

Somit bleibt jetzt nur noch die wirkliche Herstellung der Interferenzerscheinungen zwischen den kohärenten Lichtstrahlen übrig.

Zu diesen Versuchen verwendete ich verschiedene Interferenzapparate.

Die allerersten Versuche geschahen mit dem FRESNELschen Doppelprisma, welches in dem reflektierten Lichte in Entfernung von 20—30 cm vom Glasprisma so aufgestellt wurde, daß die *ad'* Grenzlinie (Fig. 3) genau auf die untere Hälfte der Kante des Doppelprismas fiel.

Zwar erschienen die auf diese Weise hergestellten Interferenzstreifen prächtig und sehr scharf, jedoch konnte auch das mit einer gewöhnlichen Lupe bewaffnete Auge keine Spur der Verschiebung der Interferenzsysteme wahrnehmen.

Es findet nämlich in Wirklichkeit zwischen den zwei Inter-

ferenzsystemen ein stetiger Übergang statt. Dieser Übergang macht es unmöglich, die Verschiebung der sehr schmalen Streifen, auch wenn man sie mit einem Okular beobachtet, welches die Erscheinung nach jeder Richtung hin in gleichem Maße vergrößert, wahrzunehmen. Aber die Verschiebung muß sofort erscheinen, wenn man statt des einfachen Okulars sich eines solchen bedient, welches die Erscheinung in der horizontalen Richtung stark vergrößert, dagegen aber in der vertikalen Richtung dieselbe entweder gar nicht, oder (noch vorteilhafter) verkleinert.

In der Tat, sobald ich meine Augen statt des gewöhnlichen Okulars, mit einer stark vergrößernden Zylinderlinse, mit vertikal aufgestellter Achse bewaffnet hatte, war die erwartete Erscheinung sofort zu sehen: die zwei Interferenzsysteme waren in der horizontalen Richtung gegeneinander verschoben.

Die Erscheinung wurde noch viel klarer und schärfer, als ich zum Zweck der Verkleinerung in vertikaler Richtung vor meine Augen ein spaltförmiges Diaphragma, oder die noch vorteilhaftere konkave Zylinderlinse mit horizontaler Achse hielt. Die zwei gegeneinander verschobenen Interferenzsysteme erschienen jetzt durch eine sehr scharfe horizontale Linie getrennt.

Dies war die erste Anordnung, mit Hilfe deren es mir gelang, die gesuchte Erscheinung wahrzunehmen.

Aber schon der bloße Anblick dieser Erscheinung überzeugte mich sofort davon, daß diese Verschiebung nicht nur allein von der Phasendifferenz zwischen dem total und partiell reflektierten Lichte verursacht werden kann. Die Verschiebung der verschiedenen Streifen war nicht gleich groß, sondern sie waren verschieden. Die Ursache dieser Verschiedenheit lag darin, daß die interferierenden Strahlen sehr nahe der Grenzlinie ad reflektiert wurden, wo infolge störender Einflüsse weder eine totale, noch eine partielle Reflexion rein zustande kommen konnte.

Als ich jene Strahlen, welche nahe der Grenzlinie reflektiert wurden, mit einem vor der Kante des Doppelprismas angebrachten Draht, im Durchmesser von 0,7 mm aufhielt, zeigte sich die Erscheinung etwas besser. Die Versuche mit dem Draht allein, nach Entfernung des Doppelprismas ermöglichten es ebenfalls nicht, die reine Verschiebung der Streifen herzustellen.

Durch diese Versuche gelangte ich zur Überzeugung, daß die reine Verschiebung der zwei Interferenzsysteme, lediglich durch die zwischen den total und partiell reflektierten Strahlen befindliche Phasendifferenz verursacht, nur in dem Falle zustande kommen kann, wo die interferierenden Strahlen ziemlich weit von der Grenzlinie, also frei von diesen störenden Einflüssen reflektiert werden.

Für die Vervollkommnung meiner experimentellen Methode in dieser Hinsicht erwies sich die von Herrn Prof. I. FRÖHLICH* bei anderen Experimentem mit gutem Erfolg angewandte Anordnung als äußerst geeignet Auf seinen Rat hin machte ich auch mit dieser Methode Versuche.

Die größte Rolle spielt eine große achromatische Linse bei der FRÖHLICHschen Anordnung. Dieselbe erzeugt von den virtuellen Bildern, die zu der durch das Doppelprisma verursachten Refraktion oder zu der durch den FRESNELschen Spiegel verursachten Reflexion gehören, zwei reelle Lichtlinien. Der große Vorteil dieser Methode liegt jetzt darin, daß sich die kohärenten Strahlen in der Nähe der reellen Lichtlinien ganz abgesondert fortpflanzen.

Mein in § 4 ausführlich behandeltes Verfahren bestand darin, die zwei reellen Lichtlinien auf der Prismenfläche, auf der ich die Untersuchung der Totalreflexion vornehmen wollte, zu erzeugen. Diese beiden Lichtlinien waren vertikal und waren somit mit der Grenzlinie ad (Fig. 1 rechts) parallel. Alle beiden waren von der Linie ad in gleicher Entfernung und durch die durch die Linie ab gelegte horizontale Ebene, welche wir der Kürze halber E-Ebene nennen, halbiert.

Alle Strahlen der einen Linie, und jene der anderen Linie, welche oberhalb der E-Ebene zur Prismenfläche gelangten, wurden an der Grenzfläche des Glases und der Luft reflektiert, hingegen erlitten die Strahlen der zweiten Linie, welche bei der Reflexion unterhalb der E-Ebene waren, eine Reflexion an der Grenzfläche des Glases und der Flüssigkeit.

* Mathematische und Naturwissenschaftliche Berichte aus Ungarn XXI S. 200, 1903. In ungarischer Sprache im Mathematikai és Physikai Lapok 12, 100, 1903 erschienen.

Die Erscheinung war jetzt in ihrem Aussehen der früheren ganz ähnlich, aber die Verschiebung der Interferenzstreifen war bei allen Streifen, in Bruchteilen der Lichtwellenlänge ausgedrückt, ganz gleich.

Mit dieser Anordnung begann ich meine quantitativen Untersuchungen, aber die Resultate der verschiedenen Messungsreihen zeigten sehr große Abweichungen. Während die Resultate der bei ungeänderter Anordnung vorgenommenen Messungen sehr schön zusammenkamen, zeigten die Resultate, zu welchen ich durch Messungen bei den verschiedenen, aber in gleicher Weise wiederholten Anordnungen gelangt war, große Abweichungen untereinander.

Ich konnte die Ursache dieser Verschiedenheit nur durch langwierige Versuche und nachdem ich mehrere Tausende quantitative Messungen vorgenommen hatte, aufklären.

In der Tat, in dem sehr feinen, horizontalen Streifen, durch welchen die zwei Interferenzsysteme abgesondert sind, befinden sich auch Interferenzstreifen, die im Vergleich zu den oberhalb und unterhalb liegenden Interferenzsystemen ebenfalls verschoben sind. Dazu kommt noch, daß die sich von der Lichtlinie ausbreitenden Strahlen divergent sind, so daß die Breite des horizontal liegenden Streifens bei wachsender Entfernung von dem Prisma immer größer und größer wird. Wenn deshalb die als Okular benützte Zylinderlinse nur ein wenig weiter vom Prisma aufgestellt wird, können die zwei eigentlichen Interferenzsysteme nicht mehr gesehen werden, sondern nur das eine System und die Interferenzstreifen des horizontalen Streifens. Die beobachtete Verschiebung ist deshalb nicht jene, welche wir suchen.

Nachdem es mir gelungen war, auch diesen störenden Einfluß aufzuklären, wußte ich bereits, in welche Richtung ich meine weiteren Schritte zu lenken hatte.

Ich beabsichtigte durch Erzeugung eines reellen Bildes der Prismenfläche jene optische Erscheinung sichtbar zu machen, welche ganz an der Oberfläche des Prismas erzeugt wird. Wir müssen aber dieses reelle Bild in solcher Weise herstellen, daß die Interferenzstreifen an der Stelle dieses Bildes ungestört zustande kommen.

Durch eine konvexe Zylinderlinse mit horizontal liegender Achse, welche das sehr feine Bild der horizontalen Grenzlinie *ab* (Fig. 1) entwirft, konnte ich es leicht erreichen. Und tatsächlich, sobald ich an der Stelle dieses Bildes einen Schirm aus Milchglas aufstellte, war die Verschiebung der Streifen auch mit bloßem Auge, noch viel besser aber, mit einem ganz gewöhnlichen (keiner Zylinderlinse) Okular (ohne Schirm) betrachtet, so prachtvoll und vollständig, wie man es nicht besser und vollständiger wünschen konnte.

§ 4. **Die Versuchsmethode.**

a) Die Versuchsanordnung.

Meine endgültige Versuchsanordnung ist in Fig. 4 in einer Horizontalprojektion dargestellt.

Eine achromatische Linse L, ungefähr mit 45 cm Brennweite, entwirft das Bild des vertikalen Nernststiftes S auf einem von der Linse in 448 cm Entfernung aufgestellten Spalte R.

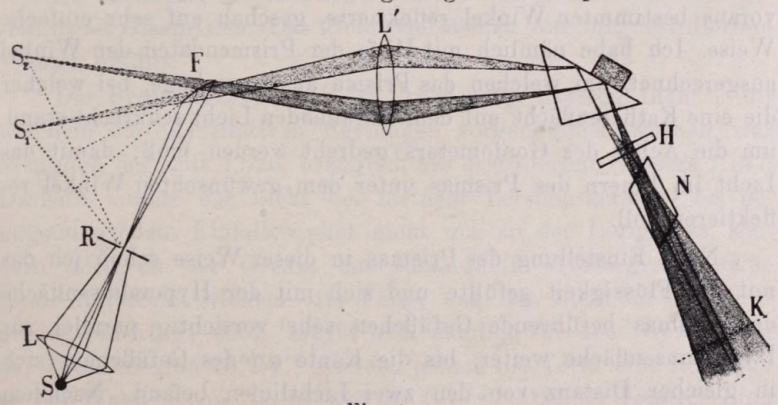


Fig. 4.

Dieser Spalt dient als Lichtquelle und läßt auf den von dem Spalt in Entfernung von 34 cm aufgestellten FRESNELschen Doppelspiegel F Strahlen fallen. Eine große, gute achromatische Linse L' von 70 cm Brennweite und 10 cm Durchmesser erzeugt dann aus den zwei zur Reflexion am FRESNELschen Spiegel gehörenden virtuellen Bildern S_1 und S_2 zwei reelle Lichtlinien.* Die reellen

* Dies ist die FRÖHLICHsche Anordnung l. c.

Bilder befinden sich von dem FRESNELschen Spiegel in 247 cm. entfernt. Die zwei Linien waren sehr scharf; die Breite der einzelnen Linien betrug 0,088 mm, die Länge 20,0 mm und die Entfernung voneinander 2,137 mm.

Ich stellte dann ein großes Goniometer mit horizontalem Kreise unter die zwei Lichtlinien in der Weise auf, daß die Drehungsachse dieses Goniometers zwischen die zwei Linien fiel.

Die bisher behandelten Teile der Versuchsanordnung, welche lediglich dazu diente, die zwei kohärenten Lichtquellen ganz isoliert voneinander entstehen zu lassen, blieben bei allen meinen quantitativen Untersuchungen ungeändert.

Das in § 3 geschilderte Prisma wurde jetzt auf das drehbare Tischchen des Goniometers so gestellt, daß seine Flächen vertikal standen. Dies konnte ich mit Hilfe der Fußschrauben des Tischchens leicht erreichen.

Die Einstellung des Prismas, bei welcher das Licht in einem voraus bestimmten Winkel reflektierte, geschah auf sehr einfache Weise. Ich habe nämlich mit Hilfe der Prismendaten den Winkel ausgerechnet, um welchen das Prisma aus jener Lage, bei welcher die eine Kathetenfläche auf dem einfallenden Licht senkrecht stand, um die Achse des Goniometers gedreht werden muß, damit das Licht im Innern des Prismas unter dem gewünschten Winkel reflektieren soll.

Nach Einstellung des Prismas in dieser Weise schob ich das mit der Flüssigkeit gefüllte und sich mit der Hypotenusenfläche des Prismas berührende Gefäßchen sehr vorsichtig parallel zur Hypotenusenfläche weiter, bis die Kante ad des Gefäßchens sich in gleicher Distanz von den zwei Lichtlinien befand. Nachdem nun nach der wiederholten Winkeleinstellung sich die Kante ad von den zwei Lichtlinien in gleicher Entfernung befand, berührte ich das Prisma nicht mehr.

Eine sehr große Rolle spielte bei meiner Anordnung eine konvexe Zylinderlinse H von 20 cm Brennweite, mit welcher ich das sehr scharfe umgekehrte Bild der Grenzlinie ab (Fig. 1) in Entfernung von 200—250 cm vom Prisma erzeugte. Ich habe diese Zylinderlinse um das einfallende Licht solange gedreht, bis

sehr scharfe Interferenzstreifen entstanden. Die Achse der Zylinderlinse lag in diesem Falle immer ungefähr horizontal.

Hinter der Zylinderlinse stellte ich ein großes NICOLsches Prisma N auf. Ich konnte mit Hilfe dieses NICOLschen Prismas in beliebiger Weise nur die eine der Hauptkomponenten des reflektierten Lichtes, und zwar entweder die parallele oder die senkrechte interferieren lassen.

An der Stelle des scharfen Bildes der Grenzlinie ab war bei meinen quantitativen Messungen ein Okularmikrometer, bei den photographischen Aufnahmen eine lichtempfindliche Platte aufgestellt.

b) Das Versuchsmaterial.

Da nun meine Versuchsanordnung bekannt ist, werde ich noch ganz in Kürze meine tatsächlichen, quantitativen Messungen besprechen.

Zu meinen Untersuchungen diente ein großes sehr gut geschliffenes Glasprisma. Das kleine Gefäßchen war mit destilliertem Wasser gefüllt.

Der Brechungsexponent des Prismas für das rote Licht*, mit welchem die quantitativen Messungen vorgenommen wurden, war bezüglich der Luft 1,526, bezüglich des destillierten Wassers 1,147. Deshalb konnte das Licht bei meinem Versuchsmaterial bei genügend großem Einfallswinkel nicht nur an der Luftgrenze, sondern auch an der Grenze der Flüssigkeit (Wassergrenze) eine totale Reflexion erleiden. Im Falle, daß das Licht an der Luftgrenze reflektiert wird, ergibt sich nämlich für den Grenzwinkel der Totalreflexion $40^0\,57'$; erleidet jedoch das Licht eine Reflexion an der Wassergrenze, so beträgt der Grenzwinkel der Totalreflexion $60^0\,43'$.

Dieser Fall ist deshalb nicht jener einfache, mit dem wir uns vorhin beschäftigten. Jetzt bleibt nämlich die Phase des Lichtes durch die an der Wassergrenze erfolgte Reflexion nicht mehr bei jedem Einfallswinkel ungeändert. Sobald wir die Grenze $60^0\,43'$ überschritten haben, wird die Phase dieses reflektierten Lichtes

* Vor dem Spalt war ein rubinrotes Glas aufgestellt.

eine ähnliche Änderung erleiden, wie die Phase des an der Luftgrenze reflektierten Lichtes. Die Phasenänderungen der beiden reflektierten Strahlen sind bei gleichem Reflexionswinkel nicht gleich. Zwischen den Phasen dieser zwei reflektierten Lichte ist eine Differenz, welche mit unserer Methode experimentell bestimmbar ist, und die wir mit Hilfe der FRESNELschen Formeln berechnen können. Es ist deshalb auch in diesem Falle möglich, die Theorie mit den Erfahrungen zu vergleichen.

Wir kommen zu dem einfacheren Falle, wenn wir statt des Wassers ein optisch dichteres Mittel als das Glas z. B. Schwefelkohlenstoff verwenden. Ich habe auch in diesem Falle eine ausführliche aber leider nur qualitative Untersuchung gemacht. Alle meine quantitativen Messungen geschahen an den 7 mittleren Interferenzstreifen mit rotem Lichte. Eine einzige Ausnahme bildete die parallele Komponente des unter 45° einfallenden Lichtes; in diesem Falle wurden die Messungen infolge der schwachen Intensität des Lichtes (die Streifen waren nicht scharf) nur bei 3 Interferenzstreifen vorgenommen, und zwar mit weißem Lichte.

Die zu ein und demselben Einfallswinkel gehörende Anordnung wurde sehr oft und stets aufs neue wiederholt, es wurde sogar an der Grenze des Glases und der Flüssigkeit bald die eine bald die andere Lichtlinie reflektiert. Jeder in dem nächsten Paragraphen befindliche Zahlenwert ist der Mittelwert, welcher sich aus den Messungen von 330 bis 780 ergibt.

c) Bemerkungen über die photographischen Aufnahmen.

Um das wirkliche Aussehen der Erscheinung zu veranschaulichen, sind nebenstehend einige Photogramme in etwa vierfacher Vergrößerung reproduziert.

Die Photogramme der Tabelle I wurden bei einem Einfallswinkel von 55°, der Tabelle II bei einem von 60°, der Tabelle III bei einem solchen von 65° aufgenommen. In ein und derselben Tabelle sind die Verschiebungen der beiden Hauptkomponenten des reflektierten Lichtes dargestellt. Das erste Photogramm gehört zur parallelen, das zweite zur senkrechten Komponente.

Bei den Aufnahmen der Tabelle I wurde das Licht partiell an der Wasserfläche reflektiert, bei den Aufnahmen der Tabelle II

ist die Reflexion an der Wasserfläche noch immer eine partielle, während die Tabelle III schon eine totale Reflexion aufweist.

Die Verschiedenheit der Intensitäten und der Verschiebungen ist sehr auffallend.

§ 5. Die elementare Theorie der Versuchsanordnung.

Nunmehr ist es wünschenswert, die Theorie mit den bei quantitativen Messungen erzielten Resultaten zu vergleichen.

Zu diesem Zweck teile ich zuerst die FRESNELschen Formeln der absoluten Phasenänderungen des total reflektierten Lichtes mit, sodann stelle ich jene Beziehung dar, welche zwischen der auf experimentellem Wege bestimmten Verschiebung der Interferenzstreifen und der absoluten Phasenänderungen des total reflektierten Lichtes besteht.

Bezeichnen wir die absolute Phasenänderung des total reflektierten Lichtes der mit der Einfallsebene parallelen Komponente mit ϑ_p, die der senkrechten Komponente mit ϑ_s, so ergibt sich laut der FRESNELschen Theorie die Beziehung dieser Werte zu dem Brechungsexponenten der Medien n und zum Einfallswinkel i auf folgende Weise:

$$\sin \vartheta_p = \frac{2n \cos i \sqrt{n^2 \sin^2 i - 1}}{\cos^2 i + n^2 (n^2 \sin^2 i - 1)}$$
$$\sin \vartheta_s = \frac{2n \cos i \sqrt{n^2 \sin^2 i - 1}}{n^2 - 1}. \qquad (1)$$

Die Werte ϑ_p und ϑ_s innerhalb des senkrechten Einfalls- und Grenzwinkels der Totalreflexion, das heißt bei partieller Reflexion des Lichtes sind bei jedem Einfallswinkel gleich Null.

Nach Erwähnung der FRESNELschen Formeln kann ich zur Besprechung der elementaren Theorie meiner Versuchsanordnung übergehen. Aber hier möchte ich gleich imAnfang vorausschicken, daß ich jetzt nur jene einfachen Fälle behandeln werde, auf welche sich unsere Arbeit bezieht, nämlich nur die Bestimmung der Phasenänderungen der Hauptkomponenten. Die allgemeine Theorie dieser Methode, welche für alle Fälle gültig ist, falls das Licht in einem willkürlichen Azimut polarisiert oder gar nicht polarisiert ist, worüber bereits experimentelle Beobachtungen vorliegen, wird den Gegenstand meiner weiteren Mitteilungen bilden.

Wir bestimmen mit unserer Methode jene Phasenverzögerung, welche der Verschiebung der Interferenzstreifen entspricht. Es drängt sich jetzt die Frage auf, auf welche Weise wir mit Hilfe der bestimmten Verschiebung eine Folgerung über die Phasenänderungen des total reflektierten Lichtes ziehen können.

Wie es einleuchtend ist, sind zwei Fälle möglich. In dem einen Fall ist die Flüssigkeit (z. B. Wasser), welche im Gefäßchen enthalten ist, optisch dünner, als das Glas, im anderen Falle ist die Flüssigkeit (z. B. Schwefelkohlenstoff) optisch dichter.

Wir werden diese beiden Fälle im Anfang zusammen behandeln und erst am Ende der Behandlung dieselben voneinander trennen.

Die erste Aufgabe ist die Bestimmung der Vektorkomponenten der interferierenden Strahlen.

Für diesen Zweck müssen wir uns erst in unserer Anordnung über die Ursachen Rechenschaft geben, welche die Phasenänderungen des Lichtes hervorrufen.

Die Lichtstrahlen treten von den zwei virtuellen Lichtquellen S_1 und S_2 (Fig. 4) in gleicher Phase aus. Die Phasen der Strahlen werden durch die Brechung an der Linse L' nicht geändert, da das Licht auf sie beinahe senkrecht fällt. Wir bezeichnen die Phasenänderungen, welche die Hauptkomponenten des Lichtes bei Eintritt in das Prisma durch eine etwa vorhandene Oberflächenschicht erleiden, mit δ_p bzw. δ_s. Alle Strahlen, welche aus der Lichtquelle S_1 an die Hypotenusenfläche des Prismas gelangen, werden an der Grenzfläche des Glases und der Luft reflektiert und deshalb wachsen die Phasen der Hauptkomponenten um die Werte ϑ_p bzw. ϑ_s. Die Phasen jener Strahlen der Lichtquelle S_2, die an der Luftgrenze reflektieren, ändern sich mit denselben Werten ϑ_p und ϑ_s, dagegen aber ändern sich die Phasen der anderen Strahlen, welche an der Grenze der Flüssigkeit reflektiert werden, mit anderen Werten, nämlich mit ϑ_p' bzw. ϑ_s'. Infolge des Austrittes des Lichtes aus dem Prisma kann wieder aus den vorhin angedeuteten Ursachen Phasenänderung stattfinden, welche wir mit δ_p' bzw. δ_s' bezeichnen.

Die Strahlen fallen beinahe senkrecht auf die Zylinderlinse H, so daß hier keine Phasenverschiebung stattfinden kann.

Endlich kann die Phase sowohl beim Eintritt in das NICOL-sche Prisma, als auch beim Austritt aus demselben infolge des erwähnten Grundes Änderungen erleiden, welche wir gemeinsam mit ν_p bzw. ν_s bezeichnen.

Dies sind die Änderungen, welche die Phasen der Komponenten infolge der Refraktionen und Reflexionen erleiden können. Hierzu gesellen sich noch jene Veränderungen, welche der optischen Länge d. h. dem von den Strahlen durchlaufenen Wege entsprechen.

1. Wenn die kurze Diagonale des NICOLS horizontal liegt, dann läßt dasselbe nur die parallele Vektorkomponente durch. In diesem Falle ist es leicht, die Formeln der Vektoren der Strahlen zu konstruieren.

Wir unterscheiden zwischen den Strahlen vier Gruppen je nach der Größe ihrer Vektoren:

Die Vektoren jener Strahlen der Lichtquelle S_1, die an der Prismenfläche oberhalb der durch die Linie ab (Fig. 1) gelegten horizontalen Ebene reflektiert werden, bezeichnen wir mit $(\mathfrak{A}_p)_1'$; die der anderen Strahlen jedoch, welche unterhalb dieser Ebene reflektieren, bezeichnen wir $(\mathfrak{A}_p)_1''$. Ebenso teilen wir die zur Lichtquelle S_2 gehörenden Strahlen in zwei Gruppen, je nachdem sie oberhalb oder unterhalb der vorhin erwähnten horizontalen Ebene reflektieren und bezeichnen ihre Vektoren mit $(\mathfrak{A}_p)_2'$ und $(\mathfrak{A}_p)_2''$.

Nach dem vorhin Gesagten können wir diese Vektoren folgendermaßen ausdrücken:

$$(\mathfrak{A}_p)_1' = A_p \cos\left(2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{s_1}{\lambda} + \delta_p + \vartheta_p + \delta_p' + \nu_p\right);$$

$$(\mathfrak{A}_p)_2' = A_p \cos\left(2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{s_2}{\lambda} + \delta_p + \vartheta_p + \delta_p' + \nu_p\right);$$

$$(\mathfrak{A}_p)_1'' = A_p \cos\left(2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{s_1}{\lambda} + \delta_p + \vartheta_p + \delta_p' + \nu_p\right);$$

$$(\mathfrak{A}_p)_2'' = A_p' \cos\left(2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{s_2}{\lambda} + \delta_p + \vartheta_p' + \delta_p' + \nu_p\right).$$

Jene Strahlen, deren Vektoren mit ′ bezeichnet sind, werden miteinander und ebenso die mit ″ bezeichneten miteinander interferieren. Da die Zylinderlinse die Lage der Strahlen umkehrt, er-

scheinen die Interferenzstreifen der mit ′ bezeichneten Vektoren unterhalb, die Interferenzstreifen der mit ″ bezeichneten Vektoren oberhalb des Gesichtsfeldes (vgl. die beigefügten photographischen Aufnahmen).

Die Intensitäten der interferierten Strahlen sind:

$$J' = C\left[2A_p^2\left(1 + \cos 2\pi \frac{s_1 - s_2}{\lambda}\right)\right]$$

$$J'' = C\left[A_p^2 + A_p'^2 + 2A_pA_p' \cos\left(2\pi \frac{s_1 - s_2}{\lambda} + \vartheta_p' - \vartheta_p\right)\right].$$

In dem ersten Ausdruck ist das Produkt $A_p \cdot A_p = A_p^2$ immer positiv, hingegen kann das Produkt $A_p \cdot A_p'$ in dem zweiten Ausdruck entweder ein positives oder ein negatives Vorzeichen haben.

Die Amplitude der parallelen Komponente ändert nämlich beim Durchtritt durch den Polarisationswinkel ihr Vorzeichen, deshalb hat A_p' außerhalb des durch die zwei zur Reflexion an der Luft- bzw. an der Flüssigkeitsgrenze gehörenden Polarisationswinkel P und P' begrenzten Intervalles das gleiche Vorzeichen wie A_p, jedoch hat A_p' in dem zwischen P und P' liegenden Intervalle ein zu A_p entgegengesetztes Vorzeichen.

Beachtet man dies, so findet man für die extremen Werte von J' und J'':

α) J' wird Maximum sein bei

$$\left(2\pi \frac{s_1 - s_2}{\lambda}\right)' = 0, \quad \pm 2\pi, \quad \pm 4\pi \quad \text{usw.}$$

und Minimum bei

$$\left(2\pi \frac{s_1 - s_2}{\lambda}\right)' = \pm \pi, \quad \pm 3\pi, \quad \pm 5\pi \quad \text{usw.}$$

βa) Außerhalb des Intervalles zwischen P und P' wird J'' maximale Werte aufnehmen, wenn:

$$\left(2\pi \frac{s_1 - s_2}{\lambda}\right)'' = \vartheta_p - \vartheta_p', \quad \vartheta_p - \vartheta_p' \pm 2\pi \quad \text{usw.}$$

und minimale Werte, wenn:

$$\left(2\pi \frac{s_1 - s_2}{\lambda}\right)'' = \vartheta_p - \vartheta_p' \pm \pi, \quad \vartheta_p - \vartheta_p' \pm 3\pi \quad \text{usw.}$$

βb) Innerhalb des Intervalles zwischen P und P' wird J'' Maximum sein bei

$$\left(2\pi\frac{s_1 - s_2}{\lambda}\right)'' = \vartheta_p - \vartheta_p' \pm \pi, \quad \vartheta_p - \vartheta_p' \pm 3\pi \quad \text{usw.}$$

und Minimum bei

$$\left(2\pi\frac{s_1 - s_2}{\lambda}\right)'' = \vartheta_p - \vartheta_p'. \quad \vartheta_p - \vartheta_p' \pm 2\pi \quad \text{usw.}$$

Wir können deshalb das mit $''$ bezeichnete Interferenzsystem so auffassen, als ob es aus dem Interferenzsystem der mit $'$ bezeichneten Strahlen durch Verschiebung

$$x_p = \vartheta_p - \vartheta_p'$$

(2) bzw. von

$$x_p = \vartheta_p - \vartheta_p' + \pi^*$$

in senkrechter Richtung zu den Interferenzstreifen entstanden wäre.

Diese Gleichungen stellen uns die Beziehung dar, welche zwischen der beobachteten Verschiebung und den absoluten Phasenänderungen der parallelen Komponente des an der Luft- und an der Flüssigkeitsgrenze reflektierten Lichtes besteht.

Die erste Formel ist nur dann anwendbar, wenn der Einfallswinkel i außerhalb des durch P und P' begrenzten Intervalles liegt, die zweite jedoch, wenn er zwischen die beiden fällt.

2. Wenn wir die Phasenänderungen der senkrechten Komponente bestimmen wollen, dann müssen wir zuerst das NICOLsche Prisma um das durchgehende Licht in einem Winkel von 90^0 drehen, so, damit seine kurze Diagonale vertikal zu stehen kommt. Jetzt hat A_s' bei jedem Einfallswinkel das gleiche Vorzeichen mit A_s, so daß wir es hier nur mit einem einzigen Falle zu tun haben. Hinsichtlich alles anderen bleibt der vorhin angeführte Gedankengang bezüglich dieses Falles gänzlich ungeändert, nur müssen wir für p überall s einsetzen. Deshalb lautet jetzt die Formel (2) für diese Verschiebung:

(2*) $$x_s = \vartheta_s - \vartheta_s'.$$

---

* Theoretisch ist ebenso das positive wie auch das negative Vorzeichen von π möglich. Die Beobachtungen aber, die ich demnächst veröffentlichen werde, zeigten, daß in der Wirklichkeit bei meinen Versuchen nur das positive Vorzeichen eine Bedeutung hat.

Die bisherigen Resultate sind ganz unabhängig davon, ob die Flüssigkeit, an deren Grenze das Licht reflektiert wird, optisch dünner oder dichter ist als das Glas. In folgenden Betrachtungen müssen wir aber die beiden Fälle voneinander trennen.

a) Die Flüssigkeit ist optisch dünner als das Glas.

Aus den Formeln (2) und (2*) geht hervor, daß die Verschiebung zwischen den zwei Interferenzsystemen mit der Differenz der verschiedenen Phasenänderungen, die die Strahlen bei den Reflexionen an der Luft und an der Flüssigkeit erleiden, gleich sind. Nur die Verschiebung der parallelen Komponente innerhalb der zwei Polarisationswinkel bildet eine einzige Ausnahme.

Ist nämlich der Einfallswinkel größer als P, aber kleiner als P', dann müssen wir zur Differenz der Phasenänderungen zwecks Bestimmung der Verschiebungen der Interferenzstreifen noch π hinzufügen.

Somit ist für die Bestimmung der Verschiebungen nur die Kenntnis der absoluten Phasenänderungen des Lichtes notwendig.

Ist die Reflexion eine partielle, so sind die absoluten Phasenänderungen bei jedem Einfallswinkel gleich 0, wird aber die Reflexion bei wachsendem Einfallswinkel eine totale sein, so werden sie gemäß der FRESNELschen Formeln (1) verschiedene Werte haben.

Bezeichnen wir den Grenzwinkel der Totalreflexion an der Luftgrenze mit Φ, dann sind

$$\text{im Intervalle} \quad 0 \leqq i \leqq \Phi \quad \vartheta_p = 0 \quad \vartheta_s = 0,$$

dagegen aber

$$\text{im Intervalle} \quad \Phi < i \leqq \frac{\pi}{2} \quad \vartheta_p \neq 0 \quad \vartheta_s \neq 0,$$

und ebenso, wenn Φ' den Grenzwinkel der Totalreflexion an der Flüssigkeitsgrenze bedeutet, so sind

$$\text{im Intervalle} \quad 0 \leqq i \leqq \Phi' \quad \vartheta_p' = 0 \quad \vartheta_s' = 0$$

und

$$\text{im Intervalle} \quad \Phi' < i \leqq \frac{\pi}{2} \quad \vartheta_p' \neq 0 \quad \vartheta_s' \neq 0.$$

Da in den meisten Fällen $P < \Phi < P' < \Phi'$ ist, deshalb haben die Verschiebungen die folgenden Werte:

Im	Intervalle	$0 \leqq i \leqq P$	ist	$x_p = 0$	$x_s = 0$
„	„	$P \leqq i \leqq \Phi$	„	$x_p = +\pi$	$x_s = 0$
„	„	$\Phi \leqq i \leqq P'$	„	$x_p = \pi + \vartheta_p$	$x_s = \vartheta_s$
„	„	$P' \leqq i \leqq \Phi'$	„	$x_p = \vartheta_p$	$x_s = \vartheta_s$
„	„	$\Phi' \leqq i \leqq \frac{\pi}{2}$	„	$x_p = \vartheta_p - \vartheta_p'$	$x_s = \vartheta_s - \vartheta_s'$.

Mit Hilfe der Werte von x_p bzw. x_s können wir die zwei Kurven, die die Abhängigkeit der Verschiebungen vom Einfallswinkel darstellen, leicht konstruieren.

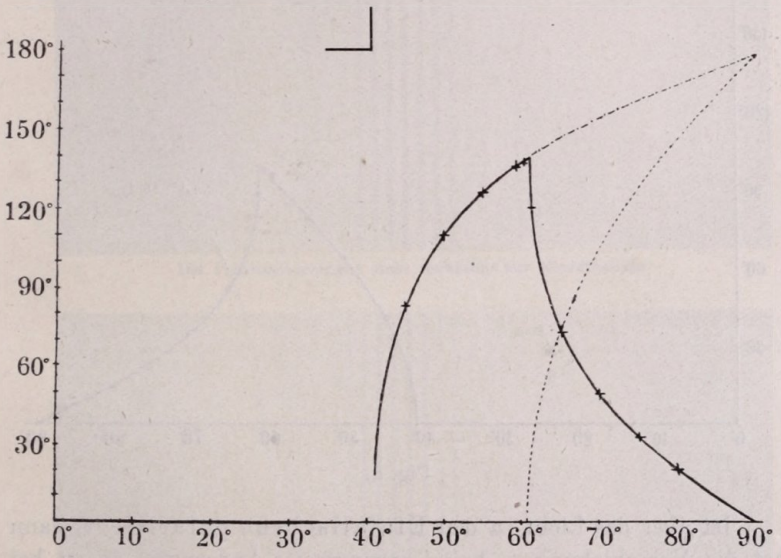


Fig. 5.

Im § 6 werden wir die Kurve eines speziellen Falles, der zu unseren Versuchen diente, abbilden. Hier wollen wir nur die Abhängigkeit im allgemeinen beschreiben.

Ist das Licht senkrecht zur Einfallsebene polarisiert, dann ist die Verschiebung x_p innerhalb des senkrechten Einfalls- und des Polarisationswinkels P überall 0, sie nimmt bei dem Polarisationswinkel sprungweise den Wert $+\pi$ an und behält diesen konstanten Wert solange bei, bis der Einfallswinkel den Grenzwinkel der Totalreflexion Φ erreicht hat; hierauf nimmt sie stetig

zu, erleidet beim Polarisationswinkel P' wieder eine sprungweise Änderung, und zwar reduziert sie sich nur auf die absolute Phasenänderung des total reflektierten Lichtes; bei wachsendem Einfallswinkel nimmt sie stetig zu, und endlich, wenn das Licht schon an der Flüssigkeitsgrenze auch eine totale Reflexion erleidet, nimmt sie bis 0 stetig ab.

Die Kurve, die der theoretischen Verschiebung x_p entspricht, hat also zwei singuläre Punkte (vgl. Fig. 5).

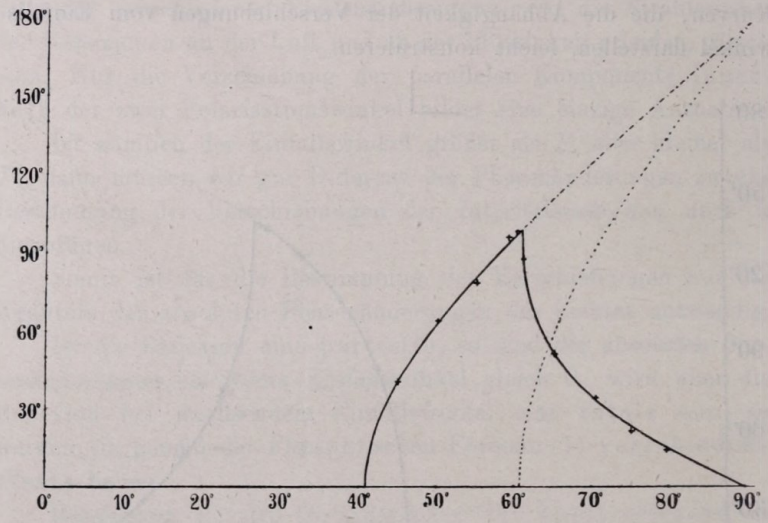


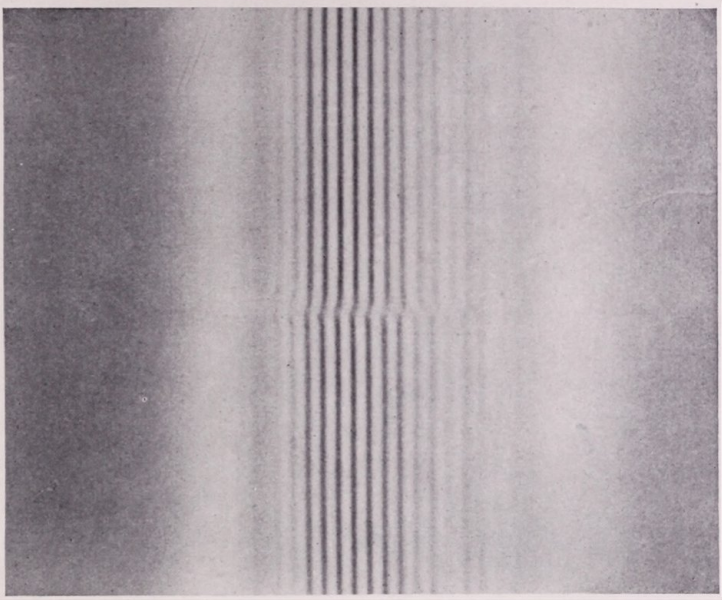
Fig. 6.

Ist aber das Licht in der Einfallsebene polarisiert, dann hat die Verschiebung x_s keine sprungweise Änderung; sie ist bei partieller Reflexion überall gleich 0, bei der Totalreflexion an der Luftgrenze nimmt sie gemäß der FRESNELschen Formel zu, wenn aber der Einfallswinkel den Grenzwinkel Φ' erreicht hat, nimmt die Verschiebung wieder stetig bis 0 ab (vgl. Fig. 6).

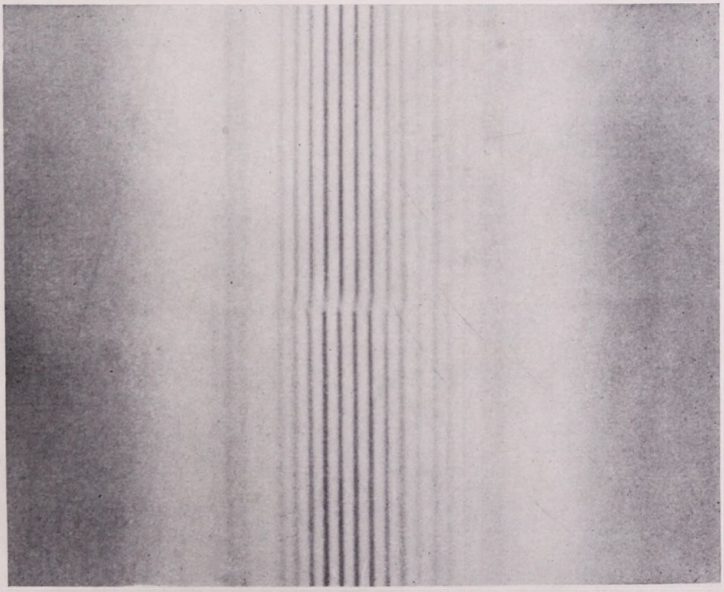
b) Die Flüssigkeit ist optisch dichter als das Glas.

Die Reflexion an der Flüssigkeitsgrenze ist in diesem Falle bei jedem Einfallswinkel eine partielle. Die Werte von ϑ_p' und ϑ_s' ändern sich jetzt nicht mit dem Einfallswinkel. Sie sind nicht gleich Null, sondern sie haben den konstanten Wert von π.

Der Einfallswinkel = 65°.



Die Polarisationsebene steht senkrecht zur Einfallsebene



Die Polarisationsebene liegt parallel zur Einfallsebene.

Die Verschiebungen sind somit:

Im	Intervalle	$0 \leqq i \leqq P$	ist	$x_p = -\pi$	$x_s = -\pi$
„	„	$P \leqq i \leqq \Phi$	„	$x_p = 0$	$x_s = -\pi$
„	„	$\Phi \leqq i \leqq P'$	„	$x_p = \vartheta_p$	$x_s = \vartheta_s - \pi$
„	„	$P' \leqq i \leqq \frac{\pi}{2}$	„	$x_p = \vartheta_p - \pi$	$x_s = \vartheta_s - \pi$.

Somit hätten wir unser Problem gelöst. Die allgemeine Theorie der Versuchsmethode wird, wie bereits erwähnt, folgen.

§ 6. Die Vergleichung der Theorie mit den Versuchsresultaten.

Wir können die Phasendifferenz, die der Verschiebung der Interferenzstreifen entspricht, mit Hilfe der Formeln (1), (2), (2*) und mit den Brechungsexponenten des Glases und der Flüssigkeit auf rein theoretischem Wege bei jedem Einfallswinkel ausrechnen. Andererseits ist es auch möglich, diese Differenz mit dem Okularmikrometer experimentell zu bestimmen. Wir sind also imstande, auch die Theorie mit den Erfahrungen zu vergleichen.

Bei unseren Untersuchungen benützten wir als Flüssigkeit destilliertes Wasser. Da der Brechungsexponent des Wassers (1,331) kleiner ist als jener des Glases (1,526), so mußten wir uns in § 5 mit dem Falle a) befassen. Es ergibt sich, daß der Grenzwinkel der Totalreflexion hinsichtlich des Brechungsexponenten von Glas gegen Luft (1,526) $40^0 57'$ beträgt, jener der Totalreflexion hinsichtlich des Brechungsexponenten von Glas gegen Wasser $\left(\frac{1{,}526}{1{,}331} = 1{,}147\right)$ $60^0 43'$. Deshalb sind nach der FRESNELschen Theorie die Werte von ϑ_p und ϑ_s bei kleineren Einfallswinkeln wie $40^0 57'$ überall Null. Hierauf nehmen sie mit wachsendem Einfallswinkel gemäß der FRESNELschen Formeln (1) stetig, aber nicht in gleichem Maße zu und erreichen beim streifenden Einfall einen Wert von 180^0.

Tragen wir auf ein rechtwinkliges Koordinatensystem die Einfallswinkel als Abszisse, die entsprechenden theoretischen Werte von ϑ_p bzw. ϑ_s als Ordinate auf, dann können wir die zu dem Brechungsexponenten 1,526 gehörenden absoluten Phasenänderungen

mit den in den Figuren 5 und 6 durch — · — · — gezeichneten Kurven darstellen. Diese Kurven sind zwischen 0 und 60° 43′ stark ausgezogen.

Ebenso sind die Abhängigkeiten des ϑ_p' und ϑ_s', die dem Brechungsexponenten 1,147 entsprechen, mit den Kurven ..... abgebildet.

Die der theoretischen Verschiebung der Interferenzstreifen entsprechenden Kurven sind in unseren Figuren dick ausgezogen und mit den gemachten Beobachtungen zu vergleichen.

Wir haben die beobachteten Werte von $\vartheta_p - \vartheta_p'$ bzw. $\vartheta_s - \vartheta_s'$ in den Figuren mit + bezeichnet und dieselben in der folgenden Tabelle, um sie mit den berechneten Werten zu vergleichen, aufgenommen:

Einfallswinkel	$\vartheta_p - \vartheta_p'$			$\vartheta_s - \vartheta_s'$		
	Beob.	Theor.	Diff.	Beob.	Theor.	Diff.
40°	—	0°	—	0°	0°	0,0°
45°	83,0°	82,4	+ 0,6°	40,9	41,2	— 0,3
50°	110,1	110,4	— 0,3	64,4	63,4	+ 1,0
55°	126,4	126,8	— 0,4	78,8	81,3	— 2,5
59°	136,4	136,4	0,0	96,5	94,0	+ 2,5
60°	137,7	138,5	— 0,8	99,0	97,1	+ 1,9
61°	120,6	120,5	+ 0,1	88,2	85,0	+ 3,2
65°	72,9	72,8	+ 0,1	51,8	51,5	+ 0,3
70°	49,7	48,7	+ 1,0	34,9	34,8	+ 0,1
75°	32,9	33,0	— 0,1	21,9	23,8	— 1,9
80°	20,3	20,7	— 0,4	14,5	15,0	— 0,5

Wie wir sehen, stimmen die berechneten Werte mit den beobachteten überein.

Außer diesen quantitativen Beobachtungen habe ich auch noch weitere sehr ausführliche Untersuchungen vorgenommen, und zwar für den Fall b) des § 5, bei welchem der Brechungsexponent der Flüssigkeit größer als der des Glases ist.

Ich habe für diese Untersuchung statt der Flüssigkeit Schwefelkohlenstoff benützt.

Es ist mir gelungen, auch mit diesen Versuchen das bereits früher bekannte Resultat zu bestätigen, nämlich, daß die Phase des Lichtes bei der Reflexion an optisch dichteren Medien um 180° verändert wird.

§ 7. Resultate.

1. Die bisherigen Resultate, welche sich mit den Phasenänderungen der Totalreflexion beschäftigen, habe ich beschrieben.

2. Auf Grund langwieriger und verschiedener Versuche arbeitete ich eine experimentelle Methode aus, welche geeignet ist, die absoluten Phasenänderungen des total reflektierten Lichtes bei beliebigem Einfallswinkel genau und leicht zu bestimmen.

Diese Anordnung scheint zur Untersuchung vieler anderer experimenteller Fragen geeignet zu sein.

3. Ich habe die elementare Theorie der Versuchsanordnung bekannt gemacht. Diese Theorie ist nur für jene Fälle, auf welche diese Arbeit sich bezieht, gültig, nämlich nur für die Untersuchungen der Hauptkomponenten (parallelen und senkrechten) des total reflektierten Lichtes.

4. Ich habe mit ausführlichen quantitativen Untersuchungen die FRESNELsche Theorie mit meinen Versuchsresultaten verglichen und zwischen beiden eine vollkommene Übereinstimmung gefunden.

5. Es wurden ausführliche jedoch nur qualitative Beobachtungen vorgenommen, wodurch die altbekannte Tatsache der Veränderung der Phase des Lichtes bei der Reflexion an optisch dichteren Medien um 180° bestätigt wurde.

6. Ich habe die Vorzeichenänderung der parallelen Komponente bei Durchtritt durch den Polarisationswinkel beobachtet.

Erstes Physikalisches Institut der Universität Budapest.

11.

ÜBER ARITHMETISCHE EIGENSCHAFTEN ALGEBRAISCHER FUNKTIONEN.

Von J. v. SZ. NAGY in Kolozsvár.

Herr HILBERT* hat den folgenden Satz bewiesen:

Es sei $f(y, x)$ eine ganze Funktion beider Variabeln mit ganzzahligen Koeffizienten, welche für jeden ganzzahligen Wert von x, der größer ist, als eine beliebige positive reelle Zahl C, in zwei oder mehrere Faktoren der Variabeln y zerlegt werden kann, dann ist die Funktion $f(y, x)$ als die Funktion beider Variabeln reduzibel.

Aus diesem Satze von Herrn HILBERT ist der folgende Satz ableitbar, welchen Herr MERTENS** auf andere Weise verhältnismäßig einfach beweist:

Wenn eine ganze und ganzzahlige Funktion $f(y, x)$ von y und x von der Form

$$f(y, x) = y^n + A_1(x)\, y^{n-1} + \cdots + A_n(x)$$

für jeden ganzzahligen Wert von x einen ganzzahligen Linearfaktor $y - g$ hat, so muß sie einen Linearfaktor $y - g(x)$ besitzen, wo $g(x)$ eine ganze ganzzahlige Funktion von x bedeutet.

1. Aus diesem Satze von Herrn MERTENS folgt, daß nur die ganze rationale Funktion eine solche irreduzible algebraische Funktion ist, welche für jede ganze Zahl einen ganzzahligen Wert annimmt.

Auf Grund dieses Satzes können wir folgende Sätze ableiten:

---

* D. HILBERT, Über die Irreduktibilität ganzer rationaler Funktionen mit ganzzahligen Koeffizienten, Crelle's Journal, Bd. 110 S. 104—129.

** F. MERTENS, Über die Zerfällung einer ganzen Funktion einer Veränderlichen in zwei Faktoren, Sitzungsberichte der Kais. Akad. d. Wiss. in Wien. Bd. 120, S. 12—16.

2. Eine irreduzible algebraische Funktion, welche für jeden positiven ganzzahligen Wert der unabhängigen Variabeln, wenigstens einen rationalen Wert annimmt, ist eine rationale Funktion der unabhängigen Variabeln mit ganzzahligen Koeffizienten und zwar eine ganze rationale Funktion, wenn die rationalen Werte, welche die algebraische Funktion in den genannten Stellen annimmt, sich als Brüche mit endlichem Nenner ausdrücken lassen, im anderen Falle ist die Funktion eine gebrochene rationale Funktion.

Es sei nämlich $y(x)$ die gesuchte algebraische Funktion, welche einer irreduziblen algebraischen Gleichung von der Form

$$A_0(x)\,y^n + A_1(x)\,y^{n-1} + \cdots + A_n(x) = 0 \tag{1}$$

Genüge leistet, wo $A_k(x)$ $(k = 0, 1, \ldots, n)$ eine ganze und ganzzahlige rationale Funktion von x ist und sämtliche $A(x)$-Funktionen keinen gemeinsamen Teiler haben.

Dann ist die algebraische Funktion

$$\eta = A_0(x) \cdot y \tag{2}$$

eine ganze Funktion, welche nach unserer Annahme für jeden positiven ganzzahligen Wert wenigstens einen rationalen Wert annimmt und zwar, weil die Funktion eine ganze Funktion ist, einen ganzen rationalen Wert.

Nach dem ersten Satze ist also η eine ganze und ganzzahlige Funktion von x. Daraus folgt aber nach (2), daß auch y eine rationale Funktion ist und zwar eine ganze Funktion, wenn A_0 eine Konstante ist. Im anderen Falle ist y eine gebrochene rationale Funktion.

3. Die Verallgemeinerung des vorangehenden Satzes können wir für algebraische Funktionen mit beliebig vielen Variabeln auf folgende Art beweisen:

Eine irreduzible algebraische Funktion mit m Variabeln, welche in jedem Punkte des m-dimensionalen Raumes mit positiven ganzzahligen Koordinaten auch einen rationalen Wert annimmt, ist eine rationale Funktion der m Variabeln und zwar eine ganze rationale Funktion, wenn die genannten angenommenen Werte

sich als Brüche mit endlichem Nenner ausdrücken lassen. Im anderen Falle ist die Funktion eine gebrochene rationale Funktion.

Bezeichnen wir die gesuchte algebraische Funktion mit

$$\xi = F(x_1, x_2, \ldots, x_m).$$

Wenden wir auf diese Funktion die KRONECKERsche Substitution*

$$x_1 = x, \quad x_2 = x^M, \ldots, \quad x_m = x^{M^{m-1}} \tag{3}$$

an, wo M eine große positive ganze Zahl bedeutet, dann wird die Funktion ξ dadurch in eine algebraische Funktion mit einer Variabeln übergehen, welche nach dem zweiten Satze rational ist. Wenn wir für M eine genügend große Zahl gewählt haben, so können wir von dieser rationalen Funktion mit einer Variabeln durch die Substitutionen (3) zur Funktion ξ mit m Variabeln in eindeutiger Weise zurückkehren. Die Funktion ξ ist also rational und zwar eine ganze oder gebrochene rationale Funktion, je nachdem die rationale Funktion mit einer Variabeln eine ganze oder gebrochene Funktion ist.

4. Die irreduzible algebraische Funktion, welche für jede positive ganze Zahl wenigstens einen solchen Wert annimmt, der eine k-te Potenz einer rationalen Zahl ist, ist selbst eine k-te Potenz einer rationalen Funktion mit rationalen Koeffizienten.

Es sei nämlich

$$y = F(x)$$

die gesuchte algebraische Funktion, dann nimmt die Funktion

$$\eta = \sqrt[k]{y} = \sqrt[k]{F(x)}$$

für jede positive ganze Zahl einen rationalen Wert an. Nach dem Satze (2) ist also die Funktion η eine rationale Funktion von x mit rationalen Koeffizienten. Bezeichnen wir diese rationale Funktion mit $\varphi(x)$, dann ist

$$\eta = \sqrt[k]{y} = \sqrt[k]{F(x)} = \varphi(x)$$

und

$$y = F(x) = [\varphi(x)]^k.$$

* L. KRONECKER, Festschrift, S. 11.

5. Wenn

$$y = F(x)$$

eine irreduzible algebraische Funktion von x ist, welche für jede positive ganze Zahl einen solchen rationalen Wert annimmt, der sich als ein rationaler Ausdruck einer rationalen Zahl ξ von der Form $f(\xi)$ darstellen läßt, so hat die Funktion die Form

$$y = F(x) = f[\varphi(x)],$$

wo $\varphi(x)$ eine rationale Funktion von x mit rationalen Koeffizienten bedeutet.

Es sei

$$f(\xi) = \frac{f_1(\xi)}{f_2(\xi)},$$

wo

$$f_1(\xi) = \alpha_0 + \alpha_1\xi + \cdots + \alpha_n\xi^n,$$

$$f_2(\xi) = \beta_0 + \beta_1\xi + \cdots + \beta_m\xi^m$$

und es sei $y_1 = F_1(x)$ (bzw. $y_2 = F_2(x)$) eine rationale Funktion von x, welche für jede ganze Zahl wenigstens einen solchen rationalen Wert annimmt, der ein rationaler Ausdruck $f_1(\xi)$ (bzw. $f_2(\xi)$) einer rationalen Zahl ξ ist.

Wenn wir

$$y_1 = F_1(x) = \alpha_0 + \alpha_1\varphi_1(x) + \alpha_2\varphi_2(x) + \cdots + \alpha_k\varphi_k(x) + \cdots + \alpha_n\varphi_n(x)$$

setzen, so bedeutet $\varphi_k(x)$ $(k = 1, 2, \ldots, n)$ eine algebraische Funktion von x, welche für jede ganze positive Zahl einen rationalen Wert annimmt, der die k-te Potenz einer rationalen Zahl ist. Nach dem vorigen Satze gibt es eine solche rationale Funktion mit rationalen Koeffizienten, so daß

$$\varphi_k(x) = [\varphi(x)]^k$$

ist. Weil aber $\varphi_h(x)$ für jede positive ganze Zahl die h-te Potenz derselben rationalen Zahlen annimmt, von denen die Funktion $\varphi_k(x)$ die k-te Potenz, so ist die Funktion

$$\varphi_h(x) = [\varphi(x)]^h.$$

Nach diesen Sätzen ist also

$$y_1 = F_1(x) = \alpha_0 + \alpha_1\varphi(x) + \alpha_2[\varphi(x)]^2 + \cdots + \alpha_n[\varphi(x)]^n = f_1[\varphi(x)].$$

Ähnlicherweise ist

$$y_2 = F_2(x) = \beta_0 + \beta_1 \varphi(x) + \beta_2 [\varphi(x)]^2 + \cdots + \beta_m [\varphi(x)]^m = f_2[\varphi(x)]$$

und

$$y = \frac{y_1}{y_2} = \frac{F_1(x)}{F_2(x)} = \frac{f_1[\varphi(x)]}{f_2[\varphi(x)]} = f[\varphi(x)].$$

6. Den vierten und fünften Satz können wir auf algebraische Funktionen von n Variabeln ausdehnen.

Wenn

$$\xi = F(x_1, x_2, \ldots, x_m)$$

eine irreduzible algebraische Funktion der m Variabeln ist und diese Funktion für jedes ganzzahlige Wertsystem der unabhängigen Variabeln auch einen solchen rationalen Wert annimmt, welcher ein rationaler Ausdruck $f(y)$ einer rationalen Zahl y ist, so hat die Funktion ξ die Form

$$\xi = f[\varphi(x_1, x_2, \ldots, x_m)],$$

wo φ eine rationale Funktion mit rationalen Koeffizienten ihrer Argumente bedeutet.

Der Beweis dieses Satzes folgt durch die Anwendung der KRONECKERschen Substitutionen (3) direkt aus dem vorangehenden Satze.

In dem speziellen Falle, wo $f(y) = y^k$ ist, läßt sich unser Satz in folgender Weise ausdrücken: Eine irreduzible algebraische Funktion mit m Variabeln, welche für jedes ganzzahlige Wertsystem der unabhängigen Variabeln auch einen solchen rationalen Wert annimmt, der die k-te Potenz einer rationalen Zahl ist, ist selbst die k-te Potenz einer rationalen Funktion mit m Variabeln. Dieser Satz ist die direkte Verallgemeinerung des vierten Satzes.

7. Wenn eine irreduzible algebraische Funktion für jede positive ganze Zahl auch solche irrationale Werte annimmt, welche die Wurzeln von Gleichungen k-ten Grades mit rationalen Koeffizienten sind, so genügt die Funktion einer Gleichung k-ten Grades, deren Koeffizienten rationale Funktionen der unabhängigen Variabeln sind.

Es sei

$$A_0(x)\,y^n + A_1(x)\,y^{n-1} + \cdots + A_n(x) = 0$$

die algebraische Gleichung, welcher die gesuchte algebraische Funktion Genüge leistet, wo die Koeffizienten A ganze rationale Funktionen von x mit rationalen Koeffizienten sind.

Bezeichnen wir mit

$$y_1, y_2, \ldots, y_n$$

die konjugierten Werte der Funktion y.

Wählen wir aus diesen Werten beliebig k Funktionszweige

$$y_{i_1}, y_{i_2}, \ldots, y_{i_k}$$

wo i_h $(h = 1, 2, \ldots, k)$ irgendeine Zahl unter $1, 2, \ldots, n$ bedeute. Bilden wir die elementaren symmetrischen Funktionen

$$\begin{aligned}
\eta_1 &= y_{i_1} + y_{i_2} + \cdots + y_{i_k} \\
\eta_2 &= y_{i_1} + y_{i_2} + \cdots + y_{i_{k-1}}\,y_{i_k} \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots \\
\eta_k &= y_{i_1}\,y_{i_2}\cdots y_{i_k},
\end{aligned}$$

so wird jede dieser algebraischen Funktionen $\eta_1, \eta_2, \ldots, \eta_k$ einzeln einer solchen algebraischen Gleichung genügen, deren Gradzahl $\binom{n}{k}$ oder ein Teiler von $\binom{n}{k}$ ist und deren Koeffizienten rationale Funktionen von x mit rationalen Koeffizienten sind.

Nach unserer Annahme gibt es für jede positive ganze Zahl wenigstens einen Funktionszweig y_{i_h} und zusammen mit seinen konjugierten ein Funktionszweigsystem $y_{i_1}, y_{i_2}, \ldots, y_{i_k}$, welches einer Gleichung k-ten Grades mit rationalen Koeffizienten genügt. Daher sind die elementaren symmetrischen Funktionen von y $(\eta_1, \eta_2, \ldots, \eta_k)$ für jeden ganzen Wert von x rational.

Die Funktionen $\eta_1, \eta_2, \ldots, \eta_k$ sind aber nach dem zweiten Satze rationale Funktionen von x, mit rationalen Koeffizienten, weil sie für jeden positiven ganzzahligen Wert von x rationale Werte annehmen. Daraus folgt aber, daß die Gleichung:

$$(y - y_{i_1})\,(y - y_{i_2}) \ldots (y - y_{i_k}) = y^k - \eta_1 y^{k-1} + \cdots + (-1)^k \eta_k = 0,$$

welcher die Funktionszweige y Genüge leisten, k-ten Grades ist und rationale Koeffizienten hat.

Spezieller Fall: Eine irreduzible algebraische Funktion, die für jede positive ganze Zahl auch eine k-te Wurzel aus einer rationalen Zahl annimmt, genügt einer Gleichung von der Form

$$y^k = f(x)$$

bzw.

$$y = \sqrt[k]{f(x)},$$

wo $f(x)$ eine rationale Funktion von x mit rationalen Koeffizienten ist.

8. Den vorangehenden Satz könen wir für algebraische Funktionen mit m Variabeln so ausdrücken:

Wenn eine irreduzible algebraische Funktion mit m Variabeln für jedes positive ganzzahlige Wertsystem der unabhängigen Variabeln auch solche irrationale Werte annimmt, welche die Wurzeln von Gleichungen k-ten Grades mit rationalen Koeffizienten sind, so genügt die Funktion einer Gleichung k-ten Grades, deren Koeffizienten rationale Funktionen der unabhängigen Variabeln sind.

Der Beweis dieses Satzes ist mit Hilfe der KRONECKERschen Substitutionen, wie in Nr. 3, leicht auszuführen.

9. Wenn eine algebraische Funktion der $m+n$ Variabeln $x_1, x_2, \ldots, x_m, y_1, y_2, \ldots, y_n$ für jedes positive ganzzahlige Wertsystem der ersten unabhängigen Variabeln sich in eine rationale Funktion mit rationalen Koeffizienten von den letzten n Variabeln reduziert, so ist die Funktion eine rationale Funktion sämtlicher Variabeln mit rationalen Koeffizienten.

Nach der Annahme reduziert sich die gesuchte algebraische Funktion für jedes positive ganzzahlige Wertsystem der x Variabeln in eine rationale Funktion der y Variabeln mit rationalen Koeffizienten. Hieraus folgt, daß die Funktion für jedes positive ganzzahlige Wertsystem der unabhängigen Variabeln x und y einen rationalen Wert annimmt. Nach dem dritten Satze ist also die gesuchte Funktion eine rationale Funktion der unabhängigen Variabeln x und y mit rationalen Koeffizienten.

10. Eine irreduzible algebraische Funktion mit m Variabeln, welche im Ursprunge des m-dimensionalen Koordinatensystems endlich ist und in jedem positiven ganzzahligen Punkte der m Koordinatenachsen auch einen rationalen Wert hat, kann von einer rationalen Funktion der m Variabeln mit rationalen Koeffizienten nur in einer solchen algebraischen Funktion verschieden sein, welche in jedem Punkte der m Koordinatenachsen verschwindet.

Es sei die gesuchte algebraische Funktion

$$\xi = F(x_1, x_2, \ldots, x_m)$$

und es bezeichne C ihren Wert im Ursprunge des Koordinatensystems. Weil die Funktion ξ auf der Achse x_k $(k = 1, 2, \ldots, m)$ in jedem positiven ganzzahligen Punkte auch einen rationalen Wert annimmt, darum ist sie auf dieser Achse eine rationale Funktion von x_k mit rationalen Koeffizienten, welche im Nullpunkte den Wert C annimmt, der ebenfalls rational ist.

Infolgedessen ist

$$F(0, \ldots, 0, x_k, 0, \ldots, 0) = C + f_k(x_k) \quad (k = 1, 2, \ldots, m),$$

wo $f_k(x_k)$ eine rationale Funktion von x_k mit rationalen Koeffizienten ist, die im Nullpunkte verschwindet.

Die Funktion ξ nimmt also in jedem positiven ganzen Punkte der m Koordinatenachsen dieselben Werte an, wie die rationale Funktion mit rationalen Koeffizienten

$$R(x_1, x_2, \ldots, x_m) = C + f_1(x_1) + f_2(x_2) + \cdots + f_m(x_m).$$

Wenn wir

$$\xi = R(x_1, x_2, \ldots, x_m) + K(x_1, x_2, \ldots, x_m)$$

schreiben, so ist die Funktion $K(x_1, x_2, \ldots, x_m)$ eine algebraische Funktion der m Variabeln, die in jedem positiven ganzen Punkte jeder Achse verschwindet.

Nach dem zweiten Satze verschwindet also die Funktion $K(x_1, x_2, \ldots, x_m)$ auf jeder Achse identisch.

11. Der Satz 10 ist im folgenden allgemeineren Satze enthalten:

Eine irreduzible algebraische Funktion mit m Variabeln, welche im Ursprunge des m-dimensionalen Koordinatensystems endlich ist und in jedem Punkte mit positiven ganzzahligen Koordinaten der $N\left[\leqq\binom{m}{k}\right]$ k-dimensionalen Koordinatenräume R_k wenigstens einen rationalen Wert hat, ist von einer rationalen Funktion der m Variabeln mit rationalen Koeffizienten nur in einer solchen algebraischen Funktion der m Variabeln verschieden, welche in jedem Punkte der Koordinatenräume R_k $(k = 1, 2, \ldots, N)$ verschwindet.

Ein Koordinatenraum R_k des m-dimensionalen Raumes ist dadurch charakterisiert, daß er nur k von Null verschiedene Koordinaten haben kann, die übrigen $m - k$ Koordinaten aber immer verschwinden.

Weil die gesuchte algebraische Funktion in jedem Punkte mit positiven ganzzzahligen Koordinaten eines Raumes R_k auch einen rationalen Wert hat, so ist sie nach dem dritten Satze in jenem R_k eine rationale Funktion mit rationalen Koeffizienten der von Null verschiedenen k Koordinaten.

Daraus aber folgt, daß die gesuchte algebraische Funktion in allen h-$(\leqq k)$ dimensionalen Koordinatenräumen R_h, welche in den genannten Räumen R_k enthalten sind, eine rationale Funktion mit rationalen Koeffizienten der von Null verschiedenen Koordinaten sind.

Es sei die gesuchte algebraische Funktion

$$\xi = F(x_1, x_2, \ldots, x_m).$$

Wenn die Funktion ξ im Ursprunge des Koordinatensystems den Wert C annimmt, so ist der Wert C nach der vorangehenden Nummer rational.

Die Funktion

$$\xi_0 = \xi - C$$

ist eine algebraische Funktion, die auf allen Koordinatenachsen, welche die R_k in sich enthalten, eine rationale Funktion mit rationalen Koeffizienten der von Null verschiedenen Koordinaten ist, welche im Nullpunkte verschwindet.

Subtrahieren wir von der Funktion ξ_0 die Summe dieser rationalen Funktionen, so erhalten wir eine solche Funktion ξ_1, die auf den Koordinatenebenen, welche die R_k in sich enthalten, eine rationale Funktion mit rationalen Koeffizienten der von Null verschiedenen Koordinaten ist, welche im Nullpunkte verschwindet.

Subtrahieren wir von der Funktion ξ_0 die Summe dieser rationalen Funktionen, so erhalten wir eine solche Funktion ξ_1, die auf den Koordinatenebenen, welche die R_k in sich enthalten, eine rationale Funktion mit rationalen Koeffizienten beider von Null verschiedenen Koordinaten ist, und auf den begrenzenden Koordinatenachsen verschwindet.

Subtrahieren wir von der Funktion ξ_1 die Summe dieser rationalen Funktioneu von zwei Variabeln, von der erhaltenen rationalen Funktion mit rationalen Koeffizienten ξ_2 die Summe der rationalen Funktionen mit rationalen Koeffizienten von drei Variabeln, welche auf den in den R_k enthaltenen dreidimensionalen Koordinatenräumen rationale Funktionen der von Null verschiedenen Koordinaten sind und auf den begrenzenden Koordinatenebenen verschwinden usw. Schließlich ist die erhaltene Funktion ξ_k eine algebraische Funktion der m unabhängigen Variabeln, welche in jedem Punkte jedes Raumes R_k verschwindet.

Wenn wir die Summe der von ξ subtrahierten rationalen Funktionen mit $R(x_1, x_2, \ldots, x_m)$ bezeichnen, so ist

$$\xi = R(x_1, x_2, \ldots, x_m) + \xi_k(x_1, x_2, \ldots, x_m).$$

Damit ist der gewünschte Beweis erbracht.

12. In dem Bisherigen haben wir aus den Werten, welche die algebraischen Funktionen in den positiven ganzzahligen Punkten annehmen, Folgerungen auf die Funktionen selbst gezogen. In dem Folgenden werden wir die Funktion in einem anderen Wertbereich der unabhängigen Variabeln untersuchen. Wir wollen zunächst den folgenden Satz beweisen:

Es sei

$$x_1, x_2, x_3, \ldots$$

die Reihe der Werte, welche die rationale Funktion n-ten Grades mit rationalen Koeffizienten $x = \varphi(t)$ für die

positiven ganzzahligen Werte der unabhängigen Variabeln t annimmt, d. h.

$$x_k = \varphi(k) \quad (k = 1, 2, \ldots).$$

Eine irreduzible algebraische Funktion, welche für die Glieder der Reihe x_k rationale Werte hat, genügt einer Gleichung vom Geschlechte Null mit rationalen Koeffizienten, deren Gradzahl gleich n oder ein Teiler von n ist.

Wenn $y(x)$ die gesuchte algebraische Funktion ist, so ist $y[\varphi(t)]$ eine algebraische Funktion von t, welche für jeden ganzzahligen Wert von t auch einen rationalen Wert hat. Nach dem zweiten Satze ist also

$$y = y[\varphi(t)] = \psi(t)$$

eine rationale Funktion von t mit rationalen Koeffizienten.

Den algebraischen Zusammenhang zwischen x und y können wir also durch die rationalen Funktionen von t

$$x = \varphi(t), \quad y = \psi(t)$$

uniformieren, deshalb ist die Funktion y vom Geschlechte Null und genügt einer algebraischen Gleichung, deren Koeffizienten rationale Funktionen von x mit rationalen Koeffizienten sind und deren Gradzahl n oder ein Teiler von n ist, weil einem Werte von x im allgemeinen n verschiedene t-Werte und deshalb im allgemeinen ebensoviele y-Werte entsprechen.

13. Nach dem vorangehenden Satze bleiben die bewiesenen Sätze für die algebraische Funktion einer Variabeln auch dann richtig, wenn die Funktion, statt im Wertbereiche der positiven ganzen Zahlen, im Bereiche der Werte, welche die lineare Funktion

$$\varphi(t) = \frac{a + bt}{c + dt}$$

mit rationalen Koeffizienten für die sämtlichen positiven ganzen Zahlen annimmt, dieselben Eigenschaften hat; denn die Gradzahl von $\varphi(x)$ ist gleich Eins.

So ist z. B. eine irreduzible algebraische Funktion, welche in jedem Punkte des jetzt genannten Bereiches einen rationalen Wert hat, eine rationale Funktion mit rationalen Koeffizienten usw.

14. Auf Grund dessen können wir den folgenden Satz von Herrn HILBERT* ableiten:

Eine irreduzible algebraische Funktion, welche in jedem rationalen Punkte eines noch so kleinen Intervalles rationale Werte annimmt, ist eine rationale Funktion.

Eine algebraische Funktion, welche in den rationalen Punkten

$$b = a + \frac{b-a}{1}, \quad a + \frac{b-a}{2}, \quad a + \frac{b-a}{3}, \cdots$$

des Intervalles (a, b), wo a und b voneinander verschiedene beliebige rationale Zahlen sind, rationale Werte annimmt, ist nach dem 13. Satze eine rationale Funktion, weil hier

$$\varphi(t) = a + \frac{b-a}{t}$$

ist.

Umsomehr gilt dieser Satz für algebraische Funktionen, welche nicht nur in den durch die vorangehende Reihe definierten Punkten, sondern in den sämtlichen rationalen Punkten des Intervalles rationale Werte haben.

15. Dem 12. Satze entspricht für den Fall von m Variabeln der folgende:

Wenn eine irreduzible algebraische Funktion der m Variabeln für die rationalen Wertsysteme, welche das rationale Funktionsystem der m Variabeln

$$\begin{aligned} x_1 &= \varphi_1(t_1, t_2, \ldots, t_m) \\ x_2 &= \varphi_2(t_1, t_2, \ldots, t_m) \\ &\cdots\cdots\cdots \\ x_m &= \varphi_m(t_1, t_2, \ldots, t_m) \end{aligned}$$

mit rationalen Koeffizienten für alle positiven ganzzahligen Werte der Parameter $t_1, t_2, \ldots, t_m$ annimmt, einen rationalen Wert hat, so genügt diese algebraische Funktion, — angenommen, daß keine identische Relation unter den Funktionen φ besteht, — einer Gleichung vom Geschlecht Null, deren Koeffzienten rational sind und

* S. a. a. O. S. 129.

deren Gradzahl für die Funktion höchstens $n_1 n_2 \dots n_m$ ist, wo n_k die Gradzahl der Funktion φ_k ist.

Es sei die gesuchte algebraische Funktion

$$\xi = F(x_1, x_2, \dots, x_m),$$

dann ist die Funktion

$$\xi = F(\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_m) = G(t_1, t_2, \dots, t_m)$$

nach dem dritten Satze eine rationale Funktion von den Parametern t mit rationalen Koeffizienten.

Weil aber keine identische Relation unter den Funktionen φ besteht, so genügt die Funktion ξ einer Gleichung vom Geschlecht Null.

Weil höchstens $n_1 n_2 \dots n_m$ Wertsysteme von $(t_1, t_2, \dots, t_m)$ einem Wertsysteme $(x_1, x_2, \dots, x_m)$ angehören und ein Funktionswert ξ jedem Wertsysteme $(t_1, t_2, \dots, t_m)$ angehört, so ist die Gradzahl der Funktion in der algebraischen Gleichung, deren Koeffizienten rationale Funktionen von λ sind, höchstens $n_1 n_2 \dots n_m$.

16. Nach dem vorangehenden Satze bleiben die Sätze 3., 6., 8., 9., 10. und 11. auch dann gültig, wenn wir den positiven ganzzahligen Wertbereich der unabhängigen Variabeln durch jenen Wertbereich ersetzen, den die m voneinander unabhängigen linearen Funktionen mit rationalen Koeffizienten von den m Variabeln für die positiven ganzen Werte der unabhängigen Variabeln annehmen.

So z. B. ist die irreduzible algebraische Funktion mit m Variabeln, welche in jedem Punkte des genannten Bereiches auch einen rationalen Wert hat, eine rationale Funktion der unabhängigen Variabeln usw.

17. Mit Hilfe dieses Satzes können wir den 14. Satz (von Herrn Hilbert) leicht für algebraische Funktionen mit m Variabeln verallgemeinern.

Die algebraische Funktion der m Variabeln, welche in jedem rationalen Punkte eines noch so kleinen Teilraumes des m-dimensionalen Raumes einen rationalen Wert annimmt, ist eine rationale Funktion der m Variabeln mit rationalen Koeffizienten.

Es seien a_k, b_k $(k = 1, 2, \ldots, m)$ zwei voneinander verschiedene beliebige rationale Zahlen, dann ist die irreduzible algebraische Funktion der m Variabeln, welche für alle Werte der m Variabeln, die das Funktionensystem

$$x_1 = \varphi_1(t_1) = a_1 + \frac{b_1 - a_1}{t_1}$$

$$x_2 = \varphi_2(t_1, t_2) = a_2 + \frac{b_2 - a_2}{t_1 + t_2}$$

$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

$$x_m = \varphi_m(t_1, t_2, \ldots, t_m) = a_m + \frac{b_m - a_m}{t_1 + t_2 + \cdots + t_m}$$

für alle positiven ganzzahligen Werte der Parameter t annimmt, auch einen rationalen Wert hat, nach dem 16. Satze eine rationale Funktion der m Variabeln mit rationalen Koeffizienten.

Die durch die obigen Gleichungen definierten Werte x_k $(k = 1, 2, \ldots, m)$ bestimmen die Punkte, welche in das Innere oder auf die Grenze eines m-dimensionalen Parallelepipedons mit den Kanten von der Länge $|a_k - b_k|$ $(k = 1, 2, \ldots, m)$ fallen.

Umsomehr gilt dieser Satz auf algebraische Funktionen, welche in den sämtlichen rationalen Punkten des m-dimensionalen Parallelepidedons rationale Werte haben.

18. Wir verlassen nun in den folgenden zwei Nummern den Bereich der rationalen Zahlen und ziehen aus den Werten, welche eine algebraische Funktion für einen gewissen irrationalen Bereich der unabhängigen Variabeln annimmt, auf die Funktion eine Folgerung.

Es sei eine irreduzible algebraische Funktion wenigstens für einen Wert unter den Werten x, für welchen die rationale Funktion $\varphi(x)$ vom n-ten Grade die beliebige ganze positive Zahl k $(k = 1, 2, \ldots)$ annimmt, rational, dann ist die Funktion eine rationale Funktion von $\varphi(x)$ mit rationalen Koeffizienten.

Nach dem 13. Satze gilt dieser Satz auch dann, wenn wir statt k eine lineare Funktion von k mit rationalen Koeffizienten annehmen.

Es sei nämlich die gesuchte algebraische Funktion

$$y = F(x),$$

und es sei aus der Gleichung

$$\varphi(x) = t$$

$$x = \psi(t),$$

so ist die Funktion

$$y = F[\psi(t)] = f(t)$$

eine rationale Funktion von t, weil sie für jeden positiven ganzzahligen Wert von t auch einen rationalen Wert annimmt, daher ist

$$y = f[\varphi(x)].$$

19. Der vorige Satz hat für algebraische Funktionen mit mehreren Variabeln die folgende Form:

Es sei eine irreduzible algebraische Funktion der m Variabeln, welche wenigstens für einen Wert unter den im allgemeinen irrationalen Wertsystemen $(x_1, x_2, \ldots, x_m)$, in welchem die voneinander unabhängigen rationalen Funktinen $\varphi_k(x_1, x_2, \ldots, x_m)$ $(k = 1, 2, \ldots, m)$ die sämtlichen h_k $(k = 1, 2, \ldots)$ positiven ganzen Zahlen annehmen, wobei h_k eine beliebige positive ganze Zahl ist, — einen rationalen Wert hat. Dann ist die Funktion eine rationale Funktion der rationalen Funktionen $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_m$ mit rationalen Koeffizienten.

Es sei nämlich die gesuchte algebraische Funktion

$$\xi = F(x_1, x_2, \ldots, x_m)$$

und es sei aus dem Gleichungssysteme

$$\varphi_k(x_1, x_2, \ldots, x_m) = t_k \quad (k = 1, 2, \ldots, m)$$

$$x_k = \psi_k(t_1, t_2, \ldots, t_m) \quad (k = 1, 2, \ldots, m),$$

so ist die Funktion

$$\xi = F(x_1, x_2, \ldots, x_m) = F(\psi_1, \psi_2, \ldots, \psi_m) = f(t_1, t_2, \ldots, t_m)$$

eine rationale Funktion der Variabeln t mit rationalen Koeffizienten, weil sie für jedes positive ganzzahlige Wertsystem $t_1, t_2, \ldots, t_m)$ einen rationalen Wert hat, daraus folgt aber, daß

$$\xi = f(\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_m).$$

Nach dem 15. Satze könnten wir statt den Werten t m lineare Funktionen von t annehmen.

20. Schließlich wollen wir einen mit dem vorigen verwandten Satz über algebraische Kurven beweisen, der aber aus dem Satze von den Herren HILBERT und MERTENS nicht ableitbar ist. Dieser Satz hängt mit einer Abhandlung des Verfassers zusammen, die dadurch in gewisser Weise ergänzt wird.*

Es sei

$$F(x, y) = 0 \tag{1}$$

die Gleichung einer irreduziblen algebraischen Kurve, die einen Punkt (x_0, y_0) und unendlichviele Punkte (x_1, y_1), $(x_2, y_2), \ldots$ hat, deren Koordinaten sich durch das nichtperiodische iterierte Verfahren

$$x_1 = f(x_0, y_0), \quad y_1 = g(x_0, y_0)$$
$$x_2 = f(x_1, y_1), \quad y_2 = g(x_1, y_1) \text{ usw.}$$

ergeben, wo die Funktionen $f(x, y)$ und $g(x, y)$ rationale Funktionen von x und y sind, dann hat die Kurve das Geschlecht Null oder Eins.

Wir beweisen, daß die Kurve (1) unendlichviele birationale Transformationen in sich hat.

Es sei die Gleichung der Kurve, in welche die rationale Transformation

$$\xi = f(x, y), \quad \eta = g(x, y) \tag{2}$$

die Kurve (1) überführt,

$$G(\xi, \eta) = 0. \tag{3}$$

Die Kurve hat wegen der Transformationsgleichungen (2) die folgenden unendlichvielen Punkte der Kurve (1):

$$(x_2, y_2), \quad (x_3, y_3), \quad (x_4, y_4) \text{ usw.}$$

Die beiden Kurven schneiden sich also in unendlichvielen Punkten, was, weil die Kurve (1) irreduzibel ist, nur dann möglich ist, wenn beide Kurven zusammenfallen.

Nach einem Satze von H. WEBER** ist eine Korrespondenz

---

* Die Anwendung der birationalen Transformationen einer Kurve von höherem Geschlechte in sich auf ein Diophantisches Problem, Jahresbericht der Deutschen Math.-Verein. Bd. 21, S. 184.

** Journal für reine und angew. Mathem. Bd. 76, S. 345 (1873).

zwischen zwei Kurven von demselben Geschlecht $p > 1$, die einseitig eindeutig ist, auch wechselseitig eindeutig (birational).

Wenn also die Kurve (1) das Geschlecht $p > 1$ hat, so ist die Transformation (2) nach dem WEBERschen Satze birational und führt die Kurve (1) in sich über. Ähnlicherweise führen die unendlichvielen nichtperiodischen birationalen Transformationen

$$\xi = f[f(x,y), g(x,y)] = f_1(x,y), \quad \eta = g[f(x,y), g(x,y)] = g_1(x,y);$$

$$\xi = f_1[f(x,y), g(x,y)] = f_2(x,y), \quad \eta = g_1[f(x,y), g(x,y)] = g_2(x,y)$$

usw. die Kurve (1) in sich über.

Die Kurve (1) hat also jedenfalls das Geschlecht Null oder Eins.

Wir können unsern letzten Satz auch so aussprechen:

Wenn eine algebraische Kurve die Eigenschaft hat, daß man mit einer rationalen Konstruktion aus einem bestimmten Punkte der Kurve einen andern Punkt der Kurve, aus diesem wieder einen neuen Punkt der Kurve usw. konstruieren kann und jeder so konstruierte Punkt von dem vorigen verschieden ist, so hat die Kurve entweder das Geschlecht Null oder Eins und die Konstruktion liefert aus einem beliebigen Punkt der Kurve immer einen Punkt der Kurve.

12.

ÜBER EINE NEUE ABLEITUNG DER HYPERELLIPTISCHEN KURVEN ZWEITER ORDNUNG.

Von JULIUS v. SZ. NAGY in Kolozsvár.

Es sei

$$G = 0$$

die Gleichung einer allgemeinen hyperelliptischen Kurve vierter Ordnung. Man führe durch den einzigen Doppelpunkt P dieser Kurve zwei beliebige Geraden

$$e_1 = 0 \quad \text{und} \quad e_2 = 0.$$

Diese zwei Geraden schneiden aus der Kurve $G = 0$ außer P vier Punkte aus. Man führt durch diese vier Punkte einen Kegelschnitt

$$k_1 = 0$$

und durch die von ihn ausgeschnittenen neuen Punkte einen Kegelschnitt

$$k_2 = 0$$

hindurch.

Weil $G = 0$ durch die sämtlichen Schnittpunkte der degenerierten Kurve vierter Ordnung

$$e_1 e_2 k_2 = 0$$

und des Kegelschnittes

$$k_1 = 0$$

hindurchgeht, kann man nach dem Fundamentaltheorem von NOETHER schreiben, daß

$$c \cdot G \equiv e_1 e_2 k_2 - g k_1$$

ist, wo

$$g = 0$$

die Gleichung eines Kegelschnittes und c eine Konstante ist. Nach

demselben Theorem erhält man durch die Zusammenzählung der Schnittpunkte, daß

$$g \equiv g_1 \cdot g_2$$

ist, wo

$$g_1 = 0 \quad \text{und} \quad g_2 = 0$$

die Gleichungen solcher Geraden sind, welche durch den Doppelpunkt der Kurve $G = 0$ hindurchgehen.

Auf Grund dessen kann man schreiben, daß

$$c \cdot G \equiv e_1 e_2 k_2 - g_1 g_2 k_1$$

ist, woraus folgt, daß die Kurve $G = 0$ das Erzeugnis der zwei Kegelschnittbüschel

$$k_1 - \lambda k_2 = 0$$

$$e_1 e_2 - \lambda g_1 g_2 = 0$$

ist, von denen das zweite degeneriert ist und dessen jedes Glied in zwei Geraden zerfällt, welche durch den Doppelpunkt P hindurchgehen. Ein solches Kegelschnittbüschel kann man, wie bekannt, als Gesamtheit solcher Geradenpaare darstellen, welche zwei Geraden voneinander trennen.

Demgemäß kann man jede hyperelliptische Kurve vierter Ordnung als das Erzeugnis eines gewöhnlichen und eines solchen degenerierten Kegelschnittbüschels darstellen, das von den zwei Geraden harmonisch trennenden involutorischen Geradenpaaren gebildet wird. Der Mittelpunkt der involutorischen Geraden wird der Doppelpunkt der Kurve sein.*

Nebenbei kommen wir auch zu dem Schluß, daß, wenn ein Glied von dem durch vier Punkte der Kurve $G = 0$ hindurchgehenden Kegelschnittbüschel die Kurve noch in solchen vier Punkten trifft, unter welchen zwei und zwei auf dem durch den Doppelpunkt hindurchgehenden Geradenpaare sind, — jedes Glied dieses Kegelschnittbüschels die Kurve $G = 0$ in solchen vier Punkten trifft, welche die durch den Doppelpunkt hindurchgehenden involutorischen Geradenpaare ausschneiden.

---

* Herr Prof. G. Kohn hat die Güte gehabt mitzuteilen, daß dieser Satz ein spezieller Fall der allgemeinen Korresidualität auf einer algebraischen Kurve ist.

RAPPORT SUR LE PRIX BOLYIA (1910).

Par M. HENRI POINCARÉ à Paris.

Procès verbal des séances de la Commission internationale de 1910.

A l'occasion du centième anniversaire de la naissance de JEAN BOLYAI, l'ACADÉMIE HONGROISE DES SCIENCES, voulant perpétuer le souvenir de cet illustre savant, ainsi que celui du profond penseur que fut FARKAS BOLYAI, son père et son maître, avait décidé de fonder un prix international qui devait porter le nom du Prix Bolyai. Ce prix devait être décerné pour la première fois en 1905, puis de 5 en 5 ans à l'auteur du meilleur ouvrage de mathématiques paru au cours des 5 années précédantes, en prenant en considération toute son œuvre antérieure.

D'après le réglement du prix, l'Académie avait confié le soin de le décerner pour les années 1905—1910 à une Commission composée de deux membres résidant: M. JULES KÖNIG, sécrétaire de la classe des Sciences, M. GUSTAVE RADOS, membre de la Classe, et deux membres étrangers: M. GÖSTA MITTAG-LEFFLER, membre de l'Académie des Sciences suédoise, et M. HENRI POINCARÉ, membre de l'Institut de France.

La Commission s'est réunie à Budapest le 17 et 18 octobre 1910 et elle a désigné comme président M. JULES KÖNIG et comme rapporteur M. HENRI POINCARÉ.

Parmi les travaux les plus dignes d'attention publiés dans les 5 dernières années, la Commission a particulièrement remarqué ceux de M. DAVID HILBERT, qui par la profondeur de la pensée, l'originalité des méthodes, la rigueur logique des démonstrations, ont déjà exercé une influence considérable sur les progrès des sciences mathématiques.

Après avoir examiné les titres divers de cet auteur, et en prenant en considération non seulement ses travaux des 5 dernières années, mais ses recherches antérieures et l'ensemble de sa carrière scientifique, la Commission a unanimement décidé de décerner le Prix Bolyai de l'ACADÉMIE DES SCIENCES HONGROISE pour les années 1905—1909 à

M. DAVID HILBERT.

Les motives de cette décision seront exposés dans le rapport de M. POINCARÉ.

Ce procès verbal a été accepté à l'unanimité.

Budapest, 18 octobre 1910.

KÖNIG, Président;
POINCARÉ, Rapporteur;
MITTAG-LEFFLER;
RADOS.

RAPPORT DE M. POINCARÉ.

Les problèmes traités par M. HILBERT sont tellement variés et leur importance est si évidente qu'un long préambule ne nous semble pas nécessaire. Je crois préférable d'entrer immédiatement dans l'exposé détaillé de ses principaux mémoires. Le lecteur en présence de résultats si considérables tirera la conclusion de lui-même.

Les Invariantes.

Les premiers travaux de M. HILBERT sont relatifs à la théorie des invariants. On sait avec quelle passion cette partie des mathématiques a été cultivée vers le milieu du siècle dernier et combien elle a été délaissée depuis. Il semblait en effet que les CLEBSCH, les GORDAN, les CAYLEY, les SYLVESTER eussent épuisé tout ce qu'on pouvait tirer des méthodes anciennes et qu'il n'y eût plus après eux que peu de chose à glaner. Mais les progrès de l'Algèbre et de l'Arithmétique, et en particulier la théorie des nombres entiers algébriques, l'extension qu'on en fit bientôt aux polynômes entiers, la théorie des modules de KRONECKER allaient permettre d'aborder la question par un côté encore inexploré. C'est ce qu'a fait M. HILBERT en s'attaquant tout d'abord au célèbre théorème de GORDAN, d'après lequel tous les invariants d'un système de formes peuvent s'exprimer d'une façon rationnelle et entière en fonctions d'un nombre fini d'entre eux. On ne saurait mieux mesurer le progrès accompli, qu'en comparant le volume que GORDAN avait dû consacrer à sa démonstration, aux quelques lignes dont HILBERT a pu se contenter. La méthode gagnait en généralité autant qu'en simplicité et on pouvait entrevoir toute une série de généralisations possibles. Un lemme très simple, inspiré par les idées de KRONECKER, avait rendu ce résultat possible.

Considérons une série indéfinie de formes F dépendant de n variables; on peut trouver parmi elles un nombre fini de formes $F_1, \ldots, F_p$ telles qu'une forme quelconque F de la série puisse être égalée à

$$F \equiv A_1 F_1 + \ldots + A_p F_p, \tag{1}$$

les A étant des formes dépendant des mêmes variables. C'est là une conséquence de la notion fondamentale de module introduite par KRONECKER dans la science. Cela veut dire dans le langage de KRONECKER que les diviseurs communs à plusieurs modules, ceux-ci fussent-ils en nombre infini, sont les sous-multiples de l'un d'entre eux qui est leur plus grand commun diviseur, et dans le langage géométrique (en supposant 4 variables et les regardant comme les coordonnées homogènes d'un point dans l'espace) que l'ensemble des points communs à un nombre infini de surfaces algébriques se compose d'un nombre fini de points isolés et d'un nombre fini de courbes gauches algébriques.

MATHEMATISCHE VORLESUNGEN AN DER UNIVERSITÄT GÖTTINGEN: VI

Soeben erschien:

VORTRÄGE ÜBER DIE KINETISCHE THEORIE DER MATERIE UND DER ELEKTRIZITÄT

GEHALTEN IN GÖTTINGEN AUF EINLADUNG DER KOMMISSION DER WOLFSKEHLSTIFTUNG

VON

M. PLANCK, P. DEBYE, W. NERNST, M. v. SMOLUCHOWSKI, A. SOMMERFELD UND H. A. LORENTZ

MIT BEITRÄGEN VON H. KAMERLINGH-ONNES UND W. H. KEESOM, EINEM VORWORT VON D. HILBERT UND 7 IN DEN TEXT GEDRUCKTEN FIGUREN

[IV u. 196 S.] gr. 8. 1914. Geh. 7 M., in Leinw. geb. 8 M.

Die Kommission der Wolfskehlstiftung der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen veranstaltete im April 1913 einen Zyklus von Vorträgen aus dem Gebiet der kinetischen Theorie der Materie. Die Vorträge gaben ein anschauliches und reichhaltiges Bild von den modernen Ideenbildungen und Errungenschaften dieser Theorie. Es erschien daher wünschenswert, diese Vorträge in einem Bande zu sammeln und dadurch auch dem weiteren Publikum zugänglicher zu machen. Die Herren Verfasser haben die in der Diskussion der Vorträge zur Sprache gebrachten Gedanken in der hier folgenden Ausarbeitung ihrer Vorträge zugleich mit berücksichtigt. Möge diese Sammlung von Vorträgen insbesondere auch die Mathematiker zur Beschäftigung mit der Gedankenwelt anregen, die von der neueren Physik der Materie geschaffen worden ist.

VERLAG B. G. TEUBNER IN LEIPZIG UND BERLIN

INHALTSVERZEICHNIS.

Seite

D. Hilbert, Vorwort II

M. Planck, Die gegenwärtige Bedeutung der Quantenhypothese für die kinetische Gastheorie 1

1. Erläuterung und Begrenzung des Themas 3
2. Emissionsgesetz der Verdampfung 10
3. Zur kinetischen Theorie kondensierter einatomiger Körper 12

P. Debye, Zustandsgleichung und Quantenhypothese mit einem Anhang über Wärmeleitung 17

1. Die Bewegung eines asymmetrischen Oszillators 21
2. Die freie Energie eines asymmetr. Oszillators für hohe Temperaturen 24
3. Die Berechnung der freien Energie für beliebige Temperaturen . . . 27
4. Die freie Energie des festen Körpers 29
5. Die Zustandsgleichungen des festen Körpers 33
6. Verallgemeinerung für beliebige Deformationen 39
7. Die Fortpflanzung der Wärme im festen Körper 43

Anhang. Versuch einer qualitativen theoretischen Berechnung der Wärmeleitfähigkeit 46

8. Zusammenhang zwischen Wärmeleitfähigkeit und freier Weglänge . 46
9. Berechnung der zerstreuten Wellen 50
10. Berechnung der freien Weglänge 54
11. Berechnung der Wärmeleitfähigkeit 57

W. Nernst, Kinetische Theorie fester Körper 61

1. Einleitung 63
2. Die Kohäsionskräfte 64
3. Energieinhalt fester Stoffe 68
4. Bestimmungen der Schwingungszahl der Atome 76
5. Mehratomige Stoffe 79
6. Molekulargewichtsbestimmung bei kristallisierten Stoffen 81

M. v. Smoluchowski, Gültigkeitsgrenzen des zweiten Hauptsatzes der Wärmetheorie 87

I. Zusammenhang der statistischen Mechanik mit dem zweiten Hauptsatze: § 1—4 89

II. Schwankungen § 5—6 96

III. Die maximale Abweichung vom Normalzustande für eine bestimmte Zeit § 7—9 100

IV. Irreversibele Vorgänge im Lichte der statistischen Mechanik. Wiederkehrzeit § 10—15 103

V. Formulierung des zweiten Hauptsatzes mit Rücksicht auf die Widersprüche. Die Unmöglichkeit der Konstruktion eines Perpetuum mobile zweiter Art § 16—21 115

A. Sommerfeld, Probleme der freien Weglänge 123

I. Abschnitt. Behandlung der einatomigen Gase nach der Quantentheorie 125

1. Allgemeine Annahmen und Bezeichnungen 125
2. Energie und Entropie des Gases 128
3. Ermittlung der wahrscheinlichsten Verteilung 129
4. Energie und Druck, Zusammenhang mit der Kinetik 131
5. Näherungen für hohe Temperaturen 132
6. Näherungen für tiefe Temperaturen 134
7. Vergleich mit der Erfahrung und mit der vorhandenen Literatur . . 136
8. Verbesserungsversuche. Nullpunktsenergie, freie Weglänge, Dispersion der Schallgeschwindigkeit 138

Seite

II. Abschnitt. Methodisches über die Einführung und Benutzung der freien Weglänge in der Gastheorie.
1. Definition der freien Weglänge durch ein Absorptionsgesetz. . . . 147
2. Allgemeine Gleichung für den Transport G einer Größe G 148
3. Provisorische Art der Mittelbildung. 151
4. Das gastheoretische Analogon zum Wiedemann-Franzschen Gesetz. 153
5. Genauere Berechnung des Reibungskoeffizienten 156
6. Genauere Berechnung des Wärmeleitungskoeffizienten 158
7. Über die Notwendigkeit, die Maxwellsche Verteilung zu modifizieren 160
8. Zwei verschiedene Auffassungen der Transportgleichung. Schlußbemerkungen 163
Bemerkung von W. H. Keesom: Über die Größe der Energieelemente für ein ideales einatomiges Gas 166
H. A. Lorentz, Anwendung der kinetischen Theorien auf Elektronenbewegung 167
1. Annahme über die Intensität der Wärmebewegung der Elektronen. 169
2. Präzisierung der zugrunde gelegten weiteren Annahmen 171
3. Phänomenologische Gleichungen für den Wärmestrom und für den elektrischen Strom. Die aus dem zweiten Hauptsatze folgende Bedingung zwischen den eingeführten Koeffizienten 174
4. Einführung der Elektronen. Grundgleichung zur Bestimmung der Geschwindigkeitsverteilung 177
5. Berechnung dieser Verteilung. Verifikation der vom zweiten Hauptsatze geforderten Bedingung 184
6. Weitere Probleme: Diamagnetismus, Elektrizitätsbewegung als Folge einer mechanischen Beschleunigung, Eindringungstiefe einer statischen Ladung, Anziehung einer elementaren Ladung durch einen benachbarten Leiter 188
H. Kamerlingh-Onnes und **W. H. Keesom**, Über die Translationsenergie in einatomigen Gasen beim absoluten Nullpunkt . 193
W. H. Keesom, Über die Anwendung der Quantentheorie auf die Theorie der freien Elektronen in Metallen 194

Bestellzettel. Bei .....

Buchhandlung in .....

bestellt der Unterzeichnete aus dem Verlage von B. G. Teubner in Leipzig — fest — zur Ansicht:

Vorträge über die kinetische Theorie der Materie und der Elektrizität. Geh. M. 7.–, in Leinwand geb. M. 8.–

Ferner: .....

Ort, Wohnung: Unterschrift:

.....

Verlag von B. G. Teubner in Leipzig und Berlin

Mathematische Vorlesungen
an der Universität Göttingen

Früher sind erschienen:

Band I: **Vorträge über den mathematischen Unterricht an höheren Schulen** von **F. Klein.** Teil I: **Von der Organisation des mathematischen Unterrichts.** Bearbeitet von R. Schimmack. Mit 8 Fig. gr. 8. 1907. Geb. ℳ 5.—

„Interessant ist es, wie Klein die Lehrstätten gliedert. . . . Alle wichtigen Fragen: der Lehrstoff und das Lehrziel, die Lehrbücher und die Lehrmethode, die geschichtliche Entwickelung des mathematischen Unterrichts, die Bedeutung der Mathematik innerhalb des jetzigen Kulturlebens, die Gestaltung des Unterrichts durch die Lehrpläne von 1901, die Reformvorschläge, der Funktionsbegriff und die Erziehung zum funktionalen Denken werden in klarer, ruhiger, man möchte fast sagen klassischer Weise behandelt." (Mitteil. d. Gesellschaft f. deutsche Erziehungs- u. Schulgeschichte.)

Band II: **Diophantische Approximationen. Eine Einführung in die Zahlentheorie.** Von weil. **H. Minkowski.** Mit 82 Fig. gr. 8. 1907. Geb. ℳ 8.—

Die kleine Vorlesung, die unter dem Titel „Diophantische Approximationen" erscheint, bezweckt eine Metamorphose im Lehrgang der Zahlentheorie. Sie gliedert sich in 6 Abschnitte: 1. Anwendungen eines elementaren Prinzips. 2. Vom Zahlengitter in der Ebene. 3. Vom Zahlengitter im Raume. 4. Zur Theorie der algebraischen Zahlen. 5. Zur Theorie der Ideale. 6. Approximationen im imaginären Körper.

Band III: **Magneto- und Elektrooptik** von **Woldemar Voigt.** Mit 75 Fig. gr. 8. 1908. Geb. ℳ 14.—

Eine zusammenfassende Darstellung aller Erscheinungen, die durch die Einwirkung eines magnetischen oder elektrischen Feldes auf eine Lichtquelle oder auf einen das Licht fortpflanzenden Körper hervorgerufen werden und die Ableitung ihrer Gesetze aus der Elektronentheorie, deren Grundlagen gegeben werden. Den größten Raum nehmen gemäß ihrer Tragweite der Zeeman-Effekt und dessen Begleiterscheinungen ein, zu deren Veranschaulichung Originalaufnahmen von Zeeman, Becquerel, Lohmann u. a. verwendet werden konnten, doch finden auch die Faraday- und Kerr-Effekte ausführliche Behandlung.

Band IV: **Sechs Vorträge über ausgewählte Gegenstände aus der reinen Mathematik und mathematischen Physik.** Von **Henri Poincaré.** Mit 6 Figuren. gr. 8. 1910. Geh. ℳ 1.80, geb. ℳ 2.40.

Inhalt: 1. Über die Fredholmschen Gleichungen. 2. Anwendung der Theorie der Integralgleichungen auf die Flutbewegung des Meeres. 3. Anwendung der Integralgleichungen auf Hertzsche Wellen. 4. Über die Reduktion der Abelschen Integrale und die Theorie der Fuchsschen Funktionen. 5. Über transfinite Zahlen. 6. La mécanique nouvelle.

„Da Poincaré mit seinem umfassenden und tiefen Wissen die Gabe vereinigt, schwierige Dinge ohne Beeinträchtigung der Strenge in allgemein verständlicher Weise darzustellen, dürfen die Vorträge auf eine starke Verbreitung rechnen; der Mathematiker sowohl wie der Physiker werden wertvolle Anregungen aus dieser Schrift schöpfen, für die im besten Sinne das Wort gilt: ‚Wer vieles bringt, wird manchem etwas bringen'." (Naturwissenschaftliche Wochenschrift.)

Band V: **Die Idee der Riemannschen Fläche.** Von **Hermann Weyl.** Mit 27 Figuren. gr. 8. 1913. Steif geh. ℳ 7.—, geb. ℳ 8.—

Der erste Teil enthält eine Topologie der Riemannschen Flächen, der zweite einen Abriß der Theorie der Funktionen auf Riemannschen Flächen. Den Abschluß bildet das prinzipiell Wichtigste aus der Uniformierungstheorie (Theorie der automorphen Funktionen), sie liefert diejenigen Gebilde (Nicht-Euklidische Bewegungsgruppen), in denen die Idee der Riemannschen Fläche ihre reinste, von allen Zufälligkeiten befreite Verkörperung findet.

In Vorbereitung befinden sich:

Hilbert, D. und **E. Hecke,** Vorlesungen über kinetische Gastheorie. 2 Bände.
Runge, C., über graphische Methoden in der Analysis.
Schwarzschild, K., Astrophysik.
Toeplitz, O., Einführung in die Theorie der Integralgleichungen. 2 Bände.
Wiechert, E., Konstitution des Erdinnern.

Mais ce n'est pas tout; supposons que les F soient les invariants d'un système de formes et les A des fonctions des coefficients de ces formes. On peut toujours supposer que les A sont aussi des invariants, sans quoi on pourrait effectuer sur les formes une transformation linéaire arbitraire. Alors dans la relation (1) ainsi transformée, figureraient les coefficients de cette transformation. En appliquant à la relation (1) transformée, un certain processus de différentiations successives (les différentiations s'effectuant par rapport aux coefficients de la transformation linéaire) on arrive à une relation de même forme que (1) mais où les A sont des invariants. La démonstration du théorème de GORDAN s'en déduit immédiatement.

Mais ce n'est pas tout; entre ces invariants fondamentaux il y a un certain nombre de relations appelées syzygies. Toutes les syzygies peuvent se déduire d'un nombre fini d'entre elles par addition et multiplication. Entre ces syzygies fondamentales du 1er ordre, il y a des syzygies du 2^{d} ordre, qui peuvent aussi se déduire d'un nombre fini d'entre elles par addition et multiplication, et ainsi de suite.

M. HILBERT déduit ce résultat d'un théorème général d'algèbre. Considérons un système d'équations linéaires de la forme:

$$\sum F_{ik} X_i = 0$$

où les F sont des formes données et les X des formes inconnues homogènes par rapport à certaines variables; l'étude des solutions de ce système et des relations qui les lient, conduit à considérer une série de systèmes dérivés jusqu' à ce qu'on arrive à un système dérivé qui n'admet plus aucune solution. C'est ainsi d'ailleurs que M. HILBERT fut amené à déterminer et à étudier le nombre $\chi(R)$ des conditions distinctes auxquelles doit satisfaire une forme de degré R pour être congrue à zéro par rapport à un module donné.

Mais pour compléter la théorie, il ne suffisait pas d'établir l'existence d'un système d'invariants fondamentaux, il fallait donner les moyens de le former effectivement, et ce problème a été ramené par l'auteur à une question qui se rattache à la théorie des nombres entiers algébriques étendue aux polynômes entiers.

Le problème est ainsi décomposé en trois autres.

1° Trouver des invariants J_m en fonctions desquels tous les autres puissent s'exprimer sous une forme entière et algébrique, c'est-à-dire tels qu'un invariant quelconque J satisfasse à une équation algébrique

$$J^k + G_1 J^{k-1} + G_2 J^{k-2} + \ldots + G_{k-1} J + G_k = 0,$$

les G étant des polynômes entiers par rapport aux J_m.

2° Trouver des invariants en fonctions desquels tous les autres puissent s'exprimer rationnellement.

3° Trouver des invariants en fonctions desquels tous les autres puissent s'exprimer sous forme entière et rationnelle.

De ces trois problèmes le premier est le plus difficile. Si on le suppose résolu, l'ensemble des invariants se présente comme un corps algébrique, et le premier pas à faire c'est de déterminer le degré de ce corps; c'est à quoi parvient M. HILBERT, au moins pour les formes binaires, en évaluant de deux manières différentes le nombre $\varphi(\sigma)$ des invariants linéairement indépendants de degré σ, ou plutôt la valeur asymptotique de cette fonction numérique $\varphi(\sigma)$ pour σ très grand.

Une fois le premier problème résolu, la solution des deux autres se ramène à une question classique de l'arithmétique des polynômes et de la théorie des corps algébriques. Il s'agit donc de trouver les invariants fondamentaux à l'aide desquels tous les autres s'expriment sous forme entière et algébrique.

A cet effet M. HILBERT remarque que ce sont ceux qui ne peuvent s'annuler sans que tous les autres s'annulent. On conçoit ainsi que la recherche de ces invariants fondamentaux sera singulièrement facilitée par l'étude des formes nulles, c'est-à-dire de celles dont les coefficients numériques sont choisis de telle sorte que les valeurs numériques de tous les invariants soient nulles.

Dans le cas des formes binaires, les formes nulles sont celles qui sont divisibles par une puissance suffisamment élevée d'un facteur linéaire; mais dans les autres cas le problème est plus délicat. L'auteur met d'abord en évidence un certain nombre de théorèmes.

Considérons une forme à coefficients numériques, et sa transformée par une substitution linéaire quelconque; les coefficients de cette transformée seront des polynômes entiers par rapport aux coefficients de la substitution. Si le déterminant de la substitution est une fonction algébrique et entière de ces polynômes entiers, la forme proposée n'est pas une forme nulle. Dans le cas contraire, c'est une forme nulle.

Considérons, d'autre part, les transformées d'une forme par une substitution linéaire dépendant d'un paramètre arbitraire t et de telle façon que les coefficients de cette substitution soient des séries développables suivant les puissances entières, positives ou négatives, mais croissantes, de ce paramètre. S'il s'agit d'une forme nulle, on peut choisir une substitution de cette nature, de telle sorte que son déterminant devienne infini pour $t = 0$, tandis que les coefficients de la forme transformée restent finis. M. HILBERT montre que cette condition est nécessaire pour que la forme proposée soit nulle, et il est d'ailleurs évident qu'elle est suffisante. A chaque forme nulle correspond donc une et peut-être plusieurs substitutions linéaires jouissant de la propriété énoncée. Cela posé, l'auteur démontre que, partant d'une forme nulle quelconque, on peut, par une transformation linéaire, la transformer en une forme nulle canonique. Une forme est dite canonique quand

la substitution linéaire, qui lui correspond et qui jouit par rapport à elle de la propriété que nous venons d'énoncer, est de la forme simple

$$\begin{vmatrix} t^{\lambda_1} & 0 & 0 \\ 0 & t^{\lambda_2} & 0 \\ 0 & 0 & t^{\lambda_3} \end{vmatrix}.$$

La recherche des formes nulles est ainsi ramenée à celle des formes nulles canoniques qui est beaucoup plus simple. On trouve que les formes nulles canoniques sont celles auxquelles il manque certains termes; et la détermination des termes qui doivent manquer peut se faire aisément grâce à un schema géométrique simple. On voit sous quel aspect nouveau et élégant se présentent aujourd'hui, grâce à M. HILBERT, des problèmes qui avaient tenté tant de géomètres il y a cinquante ans.

Le nombre e.

M. HERMITE a le premier démontré que le nombre e est transcendant et peu de temps après M. LINDEMANN étendait ce résultat au nombre π. C'était là une conquête importante pour la science, mais les méthodes d'HERMITE étaient encore susceptibles de perfectionnements; quelque ingénieuses et quelque orignales qu'elles fussent, on sentait qu'elles ne conduisaient pas au but par le plus court. Ce chemin le plus court, M. HILBERT l'a trouvé et il semble qu'on ne puisse plus apporter désormais à la démonstration de simplification nouvelle.

C'était la seconde fois que M. HILBERT donnait d'un théorème connu, mais qu'on ne pouvait établir que par des considérations ardues, une démonstration d'une étonnante simplicité. Cette faculté de simplifier ce qui avait d'abord semblé complexe, se présentait ainsi comme un des caractères de son talent.

Arithmétique.

Les travaux arithmétiques de M. HILBERT ont principalement porté sur les corps algébriques. L'ensemble des nombres qui peuvent s'exprimer rationnellement en fonctions d'un ou de plusieurs nombres algébriques constitute un domaine de rationalité, et l'ensemble des nombres de ce domaine qui sont des entiers algébriques constitue un corps. Si on envisage ensuite tous les nombres algébriques d'un corps qui peuvent être mis sous la forme:

$$\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \ldots + \alpha_p x_p,$$

où les α sont des nombres donnés du corps et les x des nombres indéterminés de ce même corps, l'ensemble de ces nombres est ce qu'on appelle un idéal. Ce qui fait l'intérêt de cette considération, c'est que les idéaux obéissent, en ce qui concerne leur divisibilité, aux lois habi-

tuelles de l'Arithmétique et qu'en particulier tout idéal est décomposable d'une manière, et d'une seule, en idéaux premiers. C'est là le théorème fondamental de DEDEKIND.

D'autre part, nous pouvons considérer des nombres qui satisfont à une équation algébrique dont les coefficients appartiennent à un domaine D de rationalité. Ces nombres et ceux qui peuvent s'exprimer rationnellement par leur moyen, définiront un nouveau domaine de rationalité D' plus étendu que D, et un corps algébrique K' plus étendu que le corps K qui correspond à D. On peut alors rapporter le corps K', non pas aux nombres rationnels vulgaires et au corps des entiers de l'arithmétique ordinaire, mais au domaine D et au corps algébrique K. On pourra alors parler du degré relatif de K' par rapport à K, de la norme relative d'un nombre algébrique de K' par rapport à K etc. Il y aura des corps relativement quadratiques obtenus par l'adjonction au domaine D' d'un radical $\sqrt{\mu}$, μ étant un nombre du domaine D, et des corps relativement abéliens, obtenus par l'adjonction à D des racines d'une équation abélienne. Il y a là une sorte de généralisation des idées de DEDEKIND, que HILBERT n'est sans doute pas le premier à avoir entrevue, mais dont il a tiré un parti inattendu.

Nous devons aussi parler des corps galoisiens, dont l'équation génératrice est une équation de GALOIS. Un corps quelconque est contenu dans un corps galoisien, de la même façon que le corps K', dont nous parlions tout à l'heure, est contenu dans le corps K'; et ce corps galoisien s'obtient sans peine en adjoignant au domaine de rationalité non seulement l'une des racines de l'équation algébrique génératrice de K, mais toutes ses racines. Les questions relatives à un corps quelconque sont ainsi ramenées aux problèmes analogues pour les corps galoisiens.

Après avoir montré comment on pouvait, par la discussion d'une congruence, former tous les idéaux de norme donnée, M. HILBERT a cherché une démonstration nouvelle du théorème fondamental de DEDEKIND; il l'a établi d'abord pour les corps galoisiens et l'a étendu ensuite sans peine à un corps quelconques.

M. HILBERT fut ainsi conduit à étudier la théorie générale des corps galoisiens, et il introduisit une foule de notions nouvelles, en définissant une série de sous-corps, correspondant à divers sous-groupes du groupe de GALOIS de l'équation génératrice; ces sous-groupes sont définis par certaines relations qu'ils ont avec un idéal premier quelconque du corps, et l'étude de ces sous-corps nous ouvre des aperçus nouveaux et intéressants sur la structure du corps.

L'auteur donna en 1896 une démonstration nouvelle du théorème de KRONECKER, d'après lequel les racines des équations abéliennes peuvent s'exprimer par les racines de l'unité. Cette démonstration purement arithmétique met en évidence la façon de construire tous les corps abéliens d'un groupe et d'un discriminant donné.

Mais les travaux de M. HILBERT ont eu pour objet principal l'étude des corps relativement quadratiques et relativement abéliens. Un des points essentiels de la théorie des nombres est la loi de réciprocité de GAUSS, au sujet des résidus quadratiques; on sait avec quelle prédilection le grand géomètre est revenu sur cette question et combien il a multiplié les démonstrations.

Cette loi de réciprocité est susceptible de généralisations intéressantes lorsque l'on passe du domaine des nombres rationnels ordinaires à un domaine de rationalité quelconque. M. HILBERT a pu réaliser cette généralisation dans le cas où le corps k est imaginaire et a un nombre de classes impair. Il a introduit un symbole analogue à celui de LEGENDRE, et la loi de réciprocité à laquelle il est parvenu se présente sous une forme simple; le produit d'un certain nombre de pareils symboles doit être égal à 1. Cette généralisation présente d'autant plus d'intérêt que l'auteur a pu montrer qu'il y a des genres correspondants à la moitié de tous les systèmes imaginables de caractères, résultat qui doit être rapproché de celui de GAUSS et qui permet l'extension à un domaine de rationalité quelconque de cette notion du genre des formes quadratiques qui fait l'objet d'une des chapitre les plus attrayantes des Disquisitiones Arithmeticae.

Pour aller plus loin, M. HILBERT est obligé d'introduire une notion nouvelle et de modifier la définition de la classe. Deux idéaux appartiennent à la même classe au sens large ou ancien, si leur rapport est un nombre algébrique existant quelconque; ils appartiennent à la même classe au sens étroit ou nouveau si leur rapport est un nombre algébrique existant qui est positif ainsi que tous ses conjugués. Les nombres de classes, entendus soit au sens large, soit au sens étroit, sont évidemment en relation intime, et l'auteur explique quelle est la nature de cette relation. Mais cette définition nouvelle permet à M. HILBERT d'exprimer dans un langage plus simple les théorèmes qu'il avait en vue. Ces théorèmes énoncés sous leur forme la plus générale sont, comme le dit HILBERT, d'une remarquable simplicité et d'une beauté cristalline; leur démonstration complète apparaissait à l'auteur comme le but final de ses études sur les corps algébriques. C'est sous cette forme générale que nous les énoncerons.

Si k est un corps quelconque, il existe un groupe Kk qu'on peut appeler son Klassenkörper. Son degré relatif est égal au nombre des classes au sens étroit. Il est non-ramifié, c'est-à-dire qu'aucun idéal premier de k n'est divisible par le carré d'un idéal premier de Kk et il contient tous les corps non-ramifiés relativement abéliens par rapport à k.

Son groupe relatif est isomorphe au groupe abélien qui définit la composition des classes d'idéaux de k.

Les idéaux premiers de k, quoique premiers par rapport à k, ne

le sont pas, en général, par rapport à Kk; ils peuvent donc être décomposés en facteurs idéaux premiers par rapport à Kk; le nombre de ces facteurs et la puissance à laquelle ils sont élevés, en un mot le mode de décomposition, dépendent uniquement de la classe à laquelle apartient dans le corps k l'idéal envisagé.

Appelons ambige un nombre de Kk qui est positif ainsi que tous ses conjugués et qui ne diffère de ces conjugués que par un facteur qui est une unité complexe.

Chaque ambige de Kk correspond à un idéal de k et réciproquement. Cette propriété est caractéristique du corps Kk parmi tous les corps relativement abéliens par rapport à k.

On voit quelle est la portée de ces théorèmes et quelle lumière elle jette sur la notion de classe, puisque les relations mutuelles des classes d'idéaux sont reproduites comme par une image fidèle par celle des entiers algébriques d'un corps.

A la vérité M. Hilbert n'a démontré complètement ces théorèmes que dans des cas particuliers, mais ces cas particuliers sont très nombreux, très variés et très étendus. Il est d'ailleurs, dit-il, persuadé que ses méthodes sont applicables au cas général. Tout en partageant sa conviction, nous sommes obligés de faire des réserves, tant que cet espoir, si légitime qu'il soit, n'a pas été effectivement réalisé.

Nous avons parlé plus haut de la loi de réciprocité relative aux restes quadratiques; nous aurions dû ajouter que M. Hilbert a donné une loi analogue pour ses restes de puissances quelconques, au moins pour certains corps particuliers.

En résumé, l'introduction des idéaux par Kummer et Dedekind a été un progrès considérable, elle a généralisé et éclairé en même temps les résultats classiques de Gauss sur les formes quadratiques et leur composition. Les travaux de M. Hilbert, que nous venons d'analyser, constituent un nouveau pas en avant et qui n'est pas moins important que le premier.

Théorème de Waring.

Parlons maintenant d'un autre travail arithmétique entièrement différent. Ils s'agit de démontrer le théorème de Waring, d'après lequel tout entier peut être décomposé en une somme de N puissances $n^{\text{ièmes}}$, N ne dépendant que de n, de même qu'il peut par exemple être toujours décomposé en une somme de 4 carrés. Inutile de rappeler que ce théorème avait jusqu'ici été simplement énoncé.

Ce qui mérite surtout d'attirer l'attention dans la démonstration de M. Hilbert, c'est qu'elle repose sur une façon nouvelle d'introduire les variables continues dans la théorie des nombres.

On part d'une identité où une intégrale 25^{uple} est égalée à la puissance m^{e} de la somme de cinq carrés. Décomposant le domaine

d'intégrations en domaines plus petites de façon à avoir une série de valeurs approchées de l'intégrale, comme s'il s'agissait de l'évaluer par quadratures mécaniques, et par les méthodes de passage à la limite familières à l'auteur, on arrive à une autre identité:

$$(x^2_1 + x^2_2 + \ldots + x^2_5)^m = \sum r_h Y_h^{2m},$$

où les r sont des nombres positifs rationnels et les Y des fonctions linéaires des x à coeffiicients entiers. Les coefficients r et ceux des Y, ainsi que le nombre de ces fonctions linéaires ne dépendent que de m.

Jusqu'ici nous ne sommes pas sortis de l'algèbre, si ce n'est pour montrer que les coefficients r et ceux de Y sont rationnels. Pour aller plus loin, l'auteur établit une série de lemmes dont l'énoncé est trop compliqué pour pouvoir être reproduit ici et qui l'amènent finalement à la démonstration complète du théorème. Nous ne devons pas douter que ces considérations, qui permettent aussi d'obtenir des relations arithmétiques en les faisant sortir d'identités où figurent des intégrales définies, ne puissent un jour, quand on en aura bien compris le sens, être appliquées à des problèmes bien plus étendus que celui de Waring.

Géométrie.

J'arrive aux travaux si originaux de M. Hilbert sur les fondements de la géométrie. Il y a dans l'histoire de cette philosophie géométrique, trois époques principales: la 1ière est celle où des penseurs, à la tête desquels nous devons citer Bolyai, ont fondé la géométrie non-euclidienne; la 2de est celle où Helmholtz et Lie ont montré le rôle en géométrie de la notion de mouvement et de groupe; la 3e a été ouverte par Hilbert. L'auteur allemand se place au point de vue logique. Quels sont les axiomes que l'on énonce et ceux que l'on sous-entend; quel en est le véritable contenu logique et qu'en pourrait-on tirer par la simple application des régles logiques et sans nouvel appel à l'intuition? Sont-ils enfin indépendants, ou pourrait-on au contraire, les déduire les uns des autres? Voilà quelles sont les questions à traiter.

M. Hilbert commence donc par établir la liste complète des axiomes, en s'efforçant de n'en pas oublier un; cela n'est pas aussi facile qu'on pourrait croire, et Euclide lui-même en applique qu'il n'énconce pas. L'intuition géométrique nous est tellement familière que nous faisons usage des vérités intuitives pour ainsi dire sans nous en apercevoir. De là, pour atteindre le but que se proposait Hilbert, la nécessité de ne pas accorder à l'intuition la plus petite place.

Le savant professeur répartit les axiomes en cinq groupes:

I. Axiome der Verknüpfung (je traduirai par axiomes projectifs, au lieu de chercher une traduction littérale, comme par exemple axiomes de la connection, qui ne saurait être satisfaisante).

II. Axiome der Anordnung (axiomes de l'ordre).
III. Axiomes de la Congruence ou axiomes métriques.
IV. Axiome d'EUCLIDE.
V. Axiome d'ARCHIMÈDE.

Parmi les axiomes projectifs, nous distinguerons ceux du plan et ceux de l'espace; les premiers sont ceux qui dérivent de la proposition bien connue: par deux points passe une droite et une seule.

Passons au second groupe, celui des axiomes de l'ordre. Voici l'énoncé des deux premiers:

„Si trois points sont sur une même droite, il y a entre eux une certaine relation que nous exprimons en disant que l'un des points, et un seulement, est entre les deux autres. Si C est entre A et B, si D est entre A et C, D sera aussi entre A et B."

Ici encore on remarquera que nous ne faisons pas entrevenir l'intuition; nous ne cherchons pas à approfondir le sens du mot entre, toute relation satisfaisant aux axiomes pourrait être désignée par le même mot.

Le troisième groupe comprend les axiomes métriques où nous distinguerons trois sous-groupes, relatifs respectivement aux longueurs, aux angles et aux triangles.

Un point important ici n'est pas traité; il aurait fallu compléter la liste des axiomes en disant que le segment AB est congruent au segment inverse BA. Cet axiome implique la symétrie de l'espace et l'égalité des angles à la base dans un triangle isocèle. M. HILBERT ne traite pas ici cette question, mais il en a fait l'objet d'un mémoire sur lequel nous reviendrons plus loin.

Le quatrième groupe ne comprend que le postulatum d'EUCLIDE.

Le cinquième groupe comprend deux axiomes; le premier et le plus important est celui d'ARCHIMÈDE.

Soient deux points quelconques A et B sur une droite D; soit a un segment quelconque; construisons sur D, à partir du point A, et dans la direction AB, une série de segments tous égaux entre eux et égaux à a: AA_1, A_1A_2, ..., $A_{n-1}A_n$; on pourra toujours prendre n assez grand pour que le point B se trouve sur l'un de ces segments.

C'est-à-dire que, si l'on se donne deux longueurs quelconques l et L, on peut toujours trouver un nombre entier n assez grand pour que, en ajoutant n fois à elle-même la longueur l, on obtienne une longueur totale plus grande que L.

Le second est l'Axiom der Vollständigkeit dont j'expliquerai plus loin le sens.

Indépendance des axiomes. — La liste des axiomes une fois dressée, il faut voir si elle est exempte de contradictions. Nous savons bien que oui, puisque la géométrie existe; et M. HILBERT avait d'abord répondu oui en construisant une géométrie. Mais, chose étrange, cette géométrie

n'est pas tout à fait la nôtre, son espace n'est pas le nôtre, ou du moins ce n'en est qu'une partie. Dans l'espace de M. HILBERT il n'y a pas tous les points qui sont dans le nôtre, mais ceux seulement qu'on peut, en partant de deux points donnés, construire par le moyen de la règle et du compas. Dans cet espace, par exemple, il n'existerait pas d'angle de 10°.

Dans sa seconde édition, M. HILBERT a voulu compléter sa liste de façon à retrouver notre géométrie et à n'en pas retrouver d'autre, c'est pour cela qu'il introduisit l'Axiom der Vollständigkeit qu'il énonce comme il suit:

Au système des points, droites et plans, il est impossible d'adjoindre un autre système d'objets tel que le système complet satisfasse à tous les autres axiomes.

Il est clair alors que cet espace dont je parlais, qui ne contient pas tous les points de notre espace, ne satisfait pas à ce nouvel axiome, car on peut lui adjoindre ceux des points de notre espace qu'il ne contenait pas, sans cesser de satisfaire à tous les axiomes.

Il y a donc une infinité de géométries qui satisfont à tous les axiomes, moins l'Axiom der Vollständigkeit, mais il n'y en a qu'une, la nôtre, qui satisfasse en outre à ce dernier axiome.

On doit se demander ensuite si les axiomes sont indépendants, c'est-à-dire si l'on peut sacrifier l'un des cinq groupes en conservant les quatre autres et obtenir néanmoins une géométrie cohérente. C'est ainsi qu'en supprimant le groupe IV (postulatum d'EUCLIDE) on obtient la géométrie non-euclidienne de BOLYAI.

On peut également supprimer la groupe III. M. HILBERT a réussi à conserver les groupes I, II, IV et V, ainsi que les deux sous-groupes des axiomes métriques des segments et des angles, tout en rejetant l'axiome métrique des triangles, c'est-à-dire la proposition III, 6.

La Géométrie non archimédienne. — Mais la conception la plus originale de M. Hilbert, c'est celle de la Géométrie non archimédienne, où tous les axiomes restent vrais, sauf celui d'ARCHIMÈDE. Pour cela il fallait d'abord construire un système de nombres non archimédiens, c'est-à-dire un système d'éléments entre lesquels on pût concevoir des relations d'égalité et d'inégalité, et auxquels on pût appliquer des opérations correspondant à l'addition et à la multiplication arithmétiques, et cela de façon à satisfaire aux conditions suivantes:

1° Les règles arithmétiques de l'addi tion et de la multiplication (commutativité, associativité, distributivité, etc.; Arithmetische Axiome der Verknüpfung) subsistent sans changement.

2° Les règles du calcul et de la transformation des inégalités (Arithmetische Axiome der Anordnung) subsistent également.

3° L'axiome d'ARCHIMÈDE n'est pas vrai.

On peut arriver à ce résultat, en choisissant, pour éléments, des séries de la forme suivante:

$$A_0 t^m + A_1 t^{m-1} + A_2 t^{m-2} + \ldots$$

où m est un entier positif ou négatif et où les coefficients A sont réels, et en convenant d'appliquer à ces séries les règles ordinaires de l'addition et de la multiplication. Il faut ensuite définir les conditions d'inégalité de ces séries, de façon à ranger nos éléments dans un ordre déterminé. Nous y arriverons par la convention suivante: nous attribuerons à notre série le signe de A_0 et nous dirons qu'une série est plus petite qu'une autre quand, retranchée de celle-ci, elle donne une différence positive.

Il est clair qu'avec cette convention, les règles du calcul des inégalités subsistent; mais l'axiome d'Archimède n'est plus vrai.

Nos nombres vulgaires rentrent comme cas particuliers parmi ces nombres non archimédiens. Les nouveaux nombres viennent s'intercaler pour ainsi dire dans la série de nos nombres vulgaires, de telle façon qu'il y ait, par exemple, une infinité de nombres nouveaux plus petits qu'un nombre vulgaire donné A et plus grands que tous les nombres inférieurs à A.

Cela posé, imaginons un espace à trois dimensions où les coordonnées d'un point seraient mesurées, non pas par des nombres vulgaires, mais par des nombres non archimédiens, mais où les équations habituelles de la droite et du plan subsisteraient, de même que les expressions analytiques des angles et des longueurs. Il est clair que dans cet espace tous les axiomes resteraient vrais, sauf celui d'Archimède.

Sur une droite quelconque entre nos points vulgaires, viendraient s'intercaler des points nouveaux. Il y aura également sur cette droite une infinité de points nouveaux qui seront à droite de tous les points vulgaires. En résumé, notre espace vulgaire n'est qu'une partie de l'espace non-archimédien.

On voit quelle est la portée de cette invention et en quoi elle constitue dans la marche de nos idées un pas presque aussi hardi que celui que Bolyai nous a fait faire; la géométrie non-euclidienne respectait pour ainsi dire notre conception qualitative du continu géométrique tout en bouleversant nos idées sur la mesure de ce coutinu. La géométrie non-archimédienne détruit cette conception; elle dissèque le continu pour y entroduire des éléments nouveaux.

Dans cette conception si audacieuse, Hilbert avait eu un précurseur. Dans ses fondements de la géométrie, Veronese avait eu une idée analogue. Le chapitre VI de son Introduction est le développement d'une véritable arithmétique et d'une véritable géométrie non-archimédiennes, où les nombres transfinis de Cantor jouent un rôle prépondérant. Toutefois par l'élégance et la simplicité de son exposition, par la profondeur de ses vues philosophiques, par le parti qu'il a tiré de l'idée fondamentale, Hilbert a bien fait sa chose de la nouvelle géométrie.

La Géométrie non arguésienne. — Le théorème fondamental de la Géométrie projective est le théorème de DESARGUES. Deux triangles sont dits homologues, lorsque les droites qui joignent chacun à chacun les sommets correspondants se coupent en un même point. DESARGUES a démontré que les points d'intersection des côtés correspondants de deux triangles homologues sont sur une même ligne droite; la réciproque est également vraie.

Le théorème de DESARGUES peut s'établir de deux manières:

1° En se servant des axiomes projectifs du plan et des axiomes métriques du plan.

2° En se servant des axiomes projectifs du plan et de ceux de l'espace.

Le théorème pourrait donc être découvert par un animal à deux dimensions, à qui une troisième dimension paraîtrait aussi inconcevable qu'à nous une quatrième, qui, par conséquent, ignorerait les axiomes projectifs de l'espace, mais qui aurait vu se déplacer, dans le plan qu'il habite, des figures invariables analogues à nos corps solides, et qui, par conséquent, connaîtrait les axiomes métriques. Le théorème pourrait être découvert également par un animal à trois dimensions qui connaîtrait les axiomes projectifs de l'espace, mais qui, n'ayant jamais vu se déplacer de corps solides, ignorerait les axiomes métriques.

Mais pourrait-on établir le théorème de DESARGUES sans se servir ni des axiomes projectifs de l'espace, ni des axiomes métriques, mais seulement des axiomes projectifs du plan? On pensait que non, mais on n'en était pas sûr. M. HILBERT a tranché la question en construisant une géométrie non arguésienne, qui est, bien entendu, une géométrie plane.

La Géométrie non pascalienne. — M. HILBERT ne s'arrête pas là, et il introduit encore une nouvelle conception. Pour bien la comprendre, il nous faut d'abord retourner un instant dans le domaine de l'Arithmétique. Nous avons vu plus haut s'élargir la notion de nombre, par l'introduction des nombres non archimédiens. Il nous faut une classification de ces nombres nouveaux, et pour l'obtenir nous allons classer d'abord les axiomes de l'Arithmétique en quatre groupes qui seront:

1° Les lois d'associativité et de commutativité de l'addition, la loi d'associativité de la multiplication, les deux lois de distributivité de la multiplication; ou en resumé toutes les règles de l'addition et de la multiplication, sauf la loi de commutativité de la multiplication.

2° Les axiomes de l'ordre, c'est-à-dire les règles du calcul des inégalités.

3° La loi de commutativité de la multiplication, d'après laquelle on peut intervertir l'ordre des facteurs sans changer le produit.

4° L'axiome d'ARCHIMÈDE.

Les nombres que admettront les deux premiers groupes seront dit arguésiens; et ils pourront être pascaliens ou non pascaliens selon qu'ils satisferont ou ne satisferont pas à l'axiome du troisième groupe; ils seront archimédiens ou non archimédiens, suivant qu'ils satisferont ou non à l'axiome du quatrième groupe. Nous ne tarderons pas à voir la raison de ces dénominations.

Les nombres ordinaires sont à la fois arguésiens, pascaliens et archimédiens. On peut démontrer la loi de commutativité en partant des axiomes des deux premiers groupes et de l'axiome d'ARCHIMÈDE; il n'y a donc pas de nombres arguésiens, archimédiens et non pascaliens.

Il est aisé de former, en revanche, un système de nombres arguésiens, non pascaliens et non archimédiens. Les éléments de ce système seront des séries de la forme:

$$S = T_0 s^n + T_1 s^{n-1} + \ldots,$$

où s est un symbole analogue à t, n un entier positif ou négatif, et $T_0, T_1, \ldots$ des nombres du système T; si donc on remplaçait les coefficients $T_0, T_1, \ldots$ par les séries en t correspondantes, on aurait une série dépendant à la fois de t et de s. On additionnera les séries S d'après les règles ordinaires, et de même pour la multiplication de ces séries, on admettra les règles de distributivité et d'associativité, mais on admettra que la loi de commutativité n'est pas vraie et qu'au contraire $st = -ts$.

Il reste à ranger les séries dans un ordre déterminé pour satisfaire aux axiomes de l'ordre. Pour cela, on attribuera à la série S le signe du premier coefficient T_0; on dira qu'une série est plus petite qu'une autre quand, retranchée de celle-ci, elle donnera une différence positive. C'est donc toujours la même règle: t est regardé comme très grand par rapport à un nombre réel ordinaire quelconque, et s est régardé comme très grand par rapport à un nombre quelconque du système T.

La loi de commutativité n'étant pas vraie, ce sont bien des nombres non pascaliens.

Avant d'aller plus loin, je rappelle que HAMILTON a depuis longtemps introduit un système de nombres complexes où la multiplication n'est pas commutative; ce sont les quaternions, dont les Anglais font un si fréquent usage en Physique mathématique. Mais, pour les quaternions les axiomes de l'ordre ne sont pas vrais: ce qu'il y a donc d'original dans la conception de M. HILBERT, c'est que ses nouveaux nombres satisfont aux axiomes de l'ordre, sans satisfaire à la règle de commutativité.

Revenons à la Géométrie. Admettons les axiomes des trois premiers groupes, c'est-à-dire les axiomes projectifs du plan et de l'espace, les axiomes de l'ordre et le postulat d'EUCLIDE; le théorème de DESAR-

GUES s'en déduira, puisqu'il est une conséquence des axiomes projectifs de l'espace.

Nous voulons constituer notre géométrie sans nous servir des axiomes métriques; le mot de longueur n'a donc encore pour nous aucun sens; nous n'avons pas le droit de nous servir du compas; en revanche, nous pouvons nous servir de la règle, puisque nous admettons que par deux points on peut faire passer une droite, en vertu de l'un des axiomes projectifs; nous savons également mener par un point une parallèle à une droite donnée, puisque nous admettons le postulatum d'EUCLIDE. Voyons ce que nous pouvons faire avec ces ressources.

Nous pouvons définir l'homothétie de deux figures; et par elle les proportions. Nous pouvons aussi définir l'égalité dans une certaine mesure.

Les deux côtés opposés d'un parallélogramme seront égaux par définition; nous savons ainsi reconnaître si deux segments sont égaux entre eux, pourvu qu'ils soient parallèles.

Grâce à ces conventions, nous sommes maintenant en mesure de comparer les longueurs de deux segments, mais pourvu que ces segments soient parallèles. La comparaison de deux longueurs dont la direction est différente n'a aucun sens, et il faudrait pour ainsi dire une unité de longueur différente pour chaque direction. Inutile d'ajouter que le mot angle n'a aucun sens.

Les longueurs seront ainsi exprimées par des nombres; mais ce ne seront pas forcément des nombres ordinaires. Tout ce que nous pouvons dire, c'est que, si le théorème de DESARGUES est vrai comme nous l'admettons, ces nombres appartiendront à un système arguésien. Inversement, étant donné un système quelconque S de nombres arguésiens, on peut construire une géométrie telle que les longueurs des segments d'une droite soient justement exprimées par ces nombres.

L'équation du plan sera une équation linéaire comme dans la géométrie analytique ordinaire: mais, comme dans le système S la multiplication ne sera pas commutative, en général, il importe de faire une distinction et de dire que dans chacun des termes de cette équation linéaire, ce sera la coordonnée qui jouera le rôle de multiplicande et le coefficient constant qui jouera le rôle de multiplicateur.

Ainsi, à chaque système de nombres arguésiens, correspondra une géométrie nouvelle satisfaisant aux axiomes projectifs, à ceux de l'ordre, au théorème de DESARGUES et au postulatum d'EUCLIDE. Quelle est maintenant la signification géométrique de l'axiome arithmétique du troisième groupe, c'est-à-dire de la règle de commutativité de la multiplication? La traduction géométrique de cette règle, c'est le théorème de PASCAL; je veux parler du théorème sur l'hexagone inscrit dans une conique, en supposant que cette conique se réduit à deux droites.

Ainsi le théorème de PASCAL sera vrai ou faux, selon que le système *S* sera pascalien ou non pascalien; et, comme il y a des systèmes non pascaliens, il y aura également des géométries non pascaliennes.

Le théorème de PASCAL peut se démontrer en partant des axiomes métriques; il sera donc vrai, si l'on admet que les figures peuvent se transformer non seulement par homothétie et translation, comme nous venons de le faire, mais encore par rotation.

Le théorème de PASCAL peut également se déduire de l'axiome d'ARCHIMÈDE, puisque nous venons de voir que tout système de nombres arguésiens et archimédiens est en même temps pascalien; toute géométrie non pascalienne est donc en même temps non archimédienne.

Le Streckenübertrager. — Citons encore une autre conception de HILBERT. Il étudie les constructions que l'on pourrait faire, non pas à l'aide de la règle et du compas, mais par le moyen de la règle et d'un instrument particulier, qu'il appelle Streckenübertrager, et qui permettrait de porter sur une droite un segment égal à un autre segment pris sur une autre droite. Le Streckenübertrager n'est pas l'équivalent du compas; ce dernier instrument permettrait de construire l'intersection de deux cercles, ou d'un cercle et d'une droite quelconque; le Streckenübertrager nous donnerait seulement l'intersection d'un cercle et d'une droite passant par le centre de ce cercle. M. HILBERT cherche donc quelles sont les constructions qui seront possibles avec ces deux instruments, et il arrive à une conclusion remarquable.

Les constructions qui peuvent se faire par la règle et le compas, peuvent se faire également par la règle et le Streckenübertrager, si ces constructions sont telles que le résultat en soit toujours réel. Il est clair, en effet, que cette condition est nécessaire, car un cercle est toujours coupé en deux points réels par une droite menée par son centre. Mais il était difficile de prévoir que cette condition serait également suffisante.

Mais ce n'est pas tout; dans toutes ces constructions, comme l'a remarqué le premier M. KÜRSCHÁK, il serait possible de remplacer le Streckenübertrager par l'Eichmass, instrument qui permet de porter sur une droite quelconque à partir d'un point quelconque, non plus une longueur quelconque, mais une longueur égal à l'unité.

Une question analogue est traitée dans un autre article de M. HILBERT: Über die Gleichheit der Basiswinkel im gleichschenkligen Dreieck.

Dans la géométrie plane ordinaire, le plan est symétrique, ce qui se traduit par l'égalité des angles à la base du triangle isocèle.

On doit faire figurer cette symétrie du plan dans la liste des

axiomes métriques. Dans toutes les géométries, plus ou moins étranges, dont nous avons parlé jusqu'ici, dans celles du moins où l'on admet les axiomes métriques, dans la géométrie métrique non archimédienne, dans les géométries nouvelles de M. DEHN, dans celles qui ont fait l'objet du mémoire Über eine neue Begründung etc., cette symétrie du plan est toujours supposée. Est-elle conséquence des autres axiomes métriques? Oui, comme le montre M. HILBERT, si l'on admet l'axiome d'ARCHIMÈDE. Non, dans le cas contraire. Il y a des géométries non archimédiennes où tous les axiomes métriques sont vrais, à l'exception de celui de la symétrie du plan.

Dans cette géométrie, il n'est nas vrai que les angles à la base d'un triangle isocèle soient égaux: il n'est pas vrai que dans un triangle un côté soit plus petit que la somme des deux autres; le théorème de PYTHAGORE sur la carré de l'hypténuse n'est pas vrai. C'est pour cette raison, que cette géométrie s'appelle non-pythagoricienne.

J'arrive à un important mémoire de M. HILBERT, qui est intitulé Grundlagen der Geometrie, qui porte par conséquent le même titre que sa Festschrift, mais où il se place cependant à un point de vue tout différent. Dans sa Festschrift, en effet, comme on l'a vu par l'Analyse qui précède, les rapports de la notion d'espace et de la notion du groupe, tels qu'ils résultent des travanx de LIE, sont laissés de côté ou rélégués au second plan. Les propriétés générales des groupes n'apparaissent pas dans la liste des axiomes fondamentaux. Il n'en est pas de même dans le mémoire dont nous allons parler.

Par rapport aux idées de LIE, le progrès réalisé est considérable. LIE supposait que ses groupes étaient définis par des équations analytiques. Les hypothèses de M. HILBERT sont beaucoup plus générales. Sans doute cela n'est pas encore entièrement satisfaisant, puisque si la forme du groupe est supposée quelconque, sa matière, c'est-à-dire le plan qui subit les transformations, reste assujeti à être une Zahlenmannigfaltigkeit au sens de LIE. Ce n'est pas moins un pas en avant, et d'ailleurs M. HILBERT analyse mieux qu'on ne l'avait fait avant lui l'idée de Zahlenmannigfaltigkeit et donne des aperçus qui pourront devenir le germe d'une théorie axiomatique de l'Analysis situs.

Il est impossible de n'être pas frappé du contraste entre le point de vue où se place ici M. HILBERT et celui qu'il avait adopté dans sa Festschrift. Dans cette Festschrift les axiomes de continuité occupaient le dernier rang et la grande affaire était de savoir ce que devenait la géométrie quand on les mettrait de côté. Ici au contraire, c'est la continuité qui est le point de départ, et M. HILBERT s'est surtout préoccupé de voir ce qu'on tire de la continuité seule, jointe à la notion du groupe

Il nous reste à parler d'un mémoire intitulé: Flächen von konstanter Krümmung. On sait que BELTRAMI a montré qu'il y a dans

l'espace ordinaire des surfaces qui sont l'image du plan non-euclidien, ce sont les surfaces à courbure constante négative; on sait quelle impulsion cette découverte a donnée à la géométrie non-euclidienne. Mais est-il possible de représenter le plan non-euclidien tout entier sur une surface de BELTRAMI sans point singulier? M. HILBERT démontre que non.

En ce qui concerne les surfaces à courbure constante positive auxquelles se rapporte la géométrie de RIEMANN, M. HILBERT démontre que, à part la sphère, il n'y a pas d'autre surface fermée de cette sorte.

Équations intégrales.

Dans ces dernières années, M. HILBERT s'est surtout occupé de perfectionner la théorie des équations intégrales. On sait que les fondements de cette théorie ont été jetés il y a quelques années par M. FREDHOLM; depuis, la fécondité de sa méthode et la facilité avec laquelle elle s'applique à tous les problèmes de la Physique mathématique se sont affirmées chaque jour avec plus d'éclat. C'est là certainement une des découvertes les plus remarquables qui aient été faites en mathématiques et, à elle seule, elle mériterait les plus hautes récompenses; si aujourd'hui cependant ce n'est pas au premier inventeur, mais à l'auteur de perfectionnements importants que nous avons décidé de décerner le prix BOLYAI, c'est que nous avons dû prendre en considération, non-seulement les travaux de M. HILBERT sur les équations intégrales, mais l'ensemble de son œuvre qui intéresse les branches les plus diverses de la Science mathématique et dont les autres parties de ce rapport permettent d'apprécier l'intérêt. Mais nous ne pouvions aborder ce sujet sans rendre hommage au service immense que M. FREDHOLM a rendu à la Science.

La théorie de M. FREDHOLM est une généralisation des propriétés élémentaires des équations linéaires et des déterminants. Cette généralisation pouvait être poursuivie de deux façons différentes; soit en envisageant une infinité discrète de variables liées par une infinité d'équations linéaires, ce qui conduit aux déterminants d'ordre infini; soit en considérant une fonction inconnue $\varphi(x)$ (c'est-à-dire en dernière analyse une infinité continue d'inconnues) et cherchant à la déterminer à l'aide d'équations où cette fonction figure dans des intégrales sous le signe $\int$. C'est cette seconde voie où s'est engagé M. FREDHOLM.

Soit $K(x, y)$ une fonction qu'on appelle le noyau; l'intégrale

$$\psi(x) = \int K(x,y)\,\varphi(y)\,dy,$$

prise entre des limites fixes, peut être regardée comme une transformée de $\varphi(x)$ par une sorte de transformation linéaire et être représentée par $S\varphi(x)$.

Les équations intégrales peuvent alors se mettre sous la forme:

$$a\varphi(x) + \lambda S\varphi(x) = f(x), \tag{1}$$

où $f(x)$ est une fonction donnée; l'équation est dite de la première sorte si le coefficient a est nul, et de la seconde sorte si ce coefficient est égal à 1.

La relation (1) doit être satisfaite pour toutes les valeurs de y comprises dans le champ d'intégration; elle équivaut donc à une infinité continue d'équations linéaires.

Fredholm a traité le cas des équations de la seconde sorte; la solution peut se mettre alors sous la forme du quotient de deux expressions analogues aux déterminants et qui sont des fonctions entières de λ. Pour certaines valeurs de λ, le dénominateur s'annule. On peut alors trouver des fonctions $\varphi(x)$ (appelées fonctions propres) qui satisfont à l'équation (1) quand on y remplace $f(x)$ par 0.

Le résultat suppose que le noyau $K(x, y)$ est limité; s'il n'en était pas ainsi on serait amené à envisager les noyaux réitérés; si on répète n fois la substitution linéaire S, on obtient une substitution de même forme avec un noyau différent $K_n(x, y)$; il suffit qu'un de ces noyaux réitérés K_n soit limité, pour que la méthode reste applicable moyennant un artifice très simple. Or cela arrive dans un grand nombre de cas, comme l'a montré Fredholm. La généralisation pour le cas où la fonction inconnue dépend de plusieurs variables et pour celui où il y a plusieurs fonctions inconnues se fait sans difficulté.

Fredholm a appliqué ensuite sa méthode à la résolution du problème de Dirichlet et à celle d'un problème d'élasticité, montrant ainsi par quelle voie on peut aborder toutes les questions de Physique mathématique.

Telle est la part du premier inventeur; quelle est maintenant celle de Hilbert? Considérons d'abord un nombre fini d'équations linéaires; si le déterminant de ces équations est symétrique, leurs premiers membres peuvent être regardés comme les dérivées d'une forme quadratique, et il en résulte pour les équations de cette forme une série de propriétés bien dignes d'intérêt et bien connues des géomètres. Le cas correspondant pour les équations intégrales est celui où le noyau est symétrique, c'est-à-dire où:

$$K(x, y) = K(y, x).$$

C'est celui auquel s'attache M. Hilbert. Les propriétés de formes quadratiques d'un nombre fini de variables peuvent être généralisées de façon à s'appliquer aux équations intégrales de cette forme symétrique. La généralisation se fait par un simple passage à la limite; mais ce passage présentait des difficultés dont M. Hilbert s'est tiré par une méthode dont on doit admirer la simplicité, la sûreté et la généralité.

Les développements auxquels on parvient sont uniformément convergents; mais cette uniformité se présente sous une forme nouvelle qui mérite d'attirer l'attention. Dans les développements figure une fonction arbitraire $u(x)$ (ou plusieurs) et le reste de la série, quand on y a pris n termes, est inférieur à une limite qui ne dépend que de n et ne dépend pas de la fonction arbitraire, pourvu que cette fonction soit assujettie à l'inégalité

$$\int u^2(x)\,dx < 1,$$

l'intégrale étant prise entre des limites convenables. C'est là une considération entièrement nouvelle utilisable dans des problèmes bien différents.

HILBERT retrouve ainsi quelques-uns des théorëmes de FREDHOLM par une voie nouvelle; mais j'insisterai surtout sur les résultats les plus originaux.

Tout d'abord le dénominateur des expressions de FREDHOLM est une fonctoin de λ qui n'admet que des zéros réels et c'est là une généralisation du théorème élémentaire relatif à »l'équation en S«. Vient ensuite une formule où figurent sous le signe $\int$ deux fonctions arbitraires $x(s)$ et $y(s)$ et que l'on doit considérer comme la généralisation des formules élémentaires qui permettent la décomposition d'une forme quadratique en une somme de carrés.

Mais j'ai hâte d'arriver à la question du développement d'une fonction arbitraire procédant suivant les fonctions propres. Ce développement, analogue à la série de FOURIER, ou à tant d'autres séries qui jouent un rôle capital en Physique mathématique est-il possible dans le cas général? La condition suffisante pour qu'une fonction soit susceptible d'un tel développement, c'est qu'on puisse la mettre sous la forme $Sg(x)$, $g(x)$ étant continue. C'est là la forme définitive du résultat, tel que HILBERT l'énonce dans sa 5^{e} communication. Dans la 1^{ière} il avait dû lui imposer certaines restrictions; nous devons ici citer le nom de M. SCHMIDT qui dans l'intervalle avait fait paraître un travail qui a aidé M. HILBERT à s'affranchir de ces restrictions. La seule condition imposée à notre fonction est de pouvoir se mettre sous la forme $Sg(x)$, et au premier abord elle paraît assez complexe, mais dans un grand nombre de cas, par exemple si le noyau est une fonction de GREEN, elle exige seulement que la fonction possède un certain nombre de dérivées.

M. HILBERT fut conduit ensuite à développer ses vues de la manière suivante: il considère cette fois une forme quadratique à un nombre infini de variables et il en étudie les transformations orthogonales; c'est comme s'il voulait étudier les diverses formes de l'équation d'une surface de second degré dans l'espace à un nombre infini de dimensions lorsqu'on la rapporte à divers systèmes d'axes rectangulaires. Il forme,

à cet effet, ce qu'il appelle la forme résolvante de la forme donnée. Soit $K(x)$ la forme donnée, $K(\lambda, x, y)$ la forme résolvante cherchée; elle sera définie par l'identité:

$$K(\lambda, x, y) - \tfrac{1}{2}\lambda \sum_r \frac{dK(x)}{dx_r} \frac{dK(\lambda, x, y)}{dx_r} = \sum x_r y_r .$$

Lorsque la forme $K(x)$ ne dépend que d'un nombre fini de variables, la forme résolvante se présente comme le quotient de deux déterminants qui sont des polynômes entiers en λ. L'auteur applique à ce quotient les procédés de passage à la limite qui lui sont familiers; la limite du quotient existe même quand celles du numérateur et du dénominateur n'existent pas.

Dans le cas d'un nombre fini de variables, $K(\lambda, x\,y)$ est une fonction rationnelle de λ et cette fonction rationnelle peut être décomposée en fractions simples. Qu' advient-il de cette décomposition quand le nombre des variables dévient infini? Les pôles de la fonction rationnelle en λ, peuvent dans ce cas tendre vers certains points limites en nombre infini, mais discrets. L'ensemble de ces points constitue ce que l'auteur appelle le spectre discontinu de sa forme. Ils peuvent aussi admettre comme points limites tous les points d'un ou de plusieurs segments de l'axe réel. L'ensemble de ces segments constitue le spectre continu de la forme.

Les fractions simples correspondant au spectre discontinu formeront par leur ensemble une série convergente; celles qui correspondent au spectre continu se changeront à la limite en une intégrale de la forme:

$$\int \frac{\sigma\, d\mu}{\lambda - \mu},$$

où l'on fait varier la variable d'intégration μ tout le long des segments du spectre continu, et où σ est une fonction convenable de μ. La fonction rationnelle $K(\lambda, x, y)$ n'a donc pas alors pour limite une fonction méromorphe, mais une fonction uniforme avec des coupures. La décomposition en éléments simples ainsi transformée reste valable. Si la forme donnée est limitée, c'est-à-dire si elle ne peut dépasser une certaine valeur quand la somme des carrés des variables est inférieure à 1, on peut déduire de là une manière de simplifier cette forme par une transformation orthogonale, analogue à la simplification qu'éprouve l'équation d'un ellipsoide quand on rapporte cette surface à ses axes.

Parmi les formes quadratiques nous distinguerons celles qui sont proprement continues (vollstetig) c'est-à-dire celles dont l'accroissement tend vers zéro, quand les accroissements des variables tendent simultanément vers zéro d'une manière quelconque. Une pareille forme ne possède pas de spectre continu et il en résulte des simplifications considérables dans les formules.

D'autres théorèmes sur les systèmes de formes quadratiques simultanés, sur les formes bilinéaires, sur la forme de HERMITE s'étendent également au cas d'un nombre infini de variables.

Il y avait dans cette théorie le germe d'une extension de la méthode de FREDHOLM à des noyaux auxquels l'analyse du géomètre suédois n'était pas applicable, et des élèves de HILBERT devaient mettre ce fait en évidence. Quoi qu'il en soit, M. HILBERT s'occupa d'abord d'étendre sa façon d'envisager les équations intégrales aux cas où le noyau est dissymétrique. A cet effet, il introduit un système quelconque de fonctions orthogonales, suivant lesquelles il est possible de développer une fonction arbitraire par des formules analogues à celle de FOURIER. Au lieu d'une fonction inconnue, il prend comme inconnues les coefficients du développement de cette fonction; une équation intégrale peut ainsi être remplacée par un système d'une infinité discrète d'équations linéaires entre une infinité discrète de variables. La théorie des équations intégrales se trouve ainsi rattachée d'une part aux idées de M. von KOCH sur les déterminants infinis, et d'autre part aux recherches de M. HILBERT que nous venons d'analyser et où le rôle essentiel est joué par des fonctions dépendant d'une infinité discrète de variables.

A chaque noyau correspondra ainsi une forme bilinéaire dépendant d'une infinité de variables. Si le noyau est symétrique, cette forme bilinéaire est symétrique et peut être regardée comme dérivant d'une forme quadratique. Si le noyau satisfait aux conditions énoncées par FREDHOLM, on voit que cette forme quadratique est proprement continue et par conséquent ne possède pas de spectre continue. C'est là une manière de retrouver les résultats de FREDHOLM et, si indirecte quelle soit, elle ouvre des vues entièrement neuves sur les raisons profondes de ces résultats et par là sur la possibilité de nouvelles généralisations.

Les équations intégrales se prêtent à la résolution de certaines équations différentielles dont les intégrales sont assujetties à certaines conditions aux limites et c'est là un problème fort important pour la Physique mathématique. FREDHOLM l'avait résolu dans quelques cas particuliers et M. PICARD avait généralisé ses méthodes. M. HILBERT devait faire de la question une étude systématique. Considérons une équation différentielle:

$$\Delta u = f,$$

où u est une fonction inconnnue d'une ou de plusieurs variables, f une fonction connue et Δ une expression différentielle linéaire quelconque. Cette équation peut être considérée au même titre qu'une équation intégrale comme un système infini d'équations linéaires liant une infinité continue de variables, comme une sorte de transformation linéaire d'ordre infini permettant de passer de f à u. Si on résout cette équation, on trouve:

$$u = S(f),$$

$S(f)$ se présentant cette fois sous la forme d'une expression intégrale. Alors Δ et S sont les symboles de deux transformations linéaires d'ordre infini inverses l'une de l'autre. Le noyau de cette expression intégrale $S(f)$ est ce qu'on appelle une fonction de GREEN. Cette fonction avait été rencontrée pour la première fois dans le problème de DIRICHLET, c'était alors la fonction de GREEN proprement dite, trop connue pour que j'insiste; on en avait déjà obtenu des généralisations diverses. Il appartenait à HILBERT de donner une théorie complète. A chaque expression différentielle, supposée de 2^{d} ordre et de type elliptique, à chaque système de conditions aux limites, correspond une fonction de GREEN. Citons la formation des fonctions de GREEN dans le cas où l'on n'a qu'une variable indépendante et où elles se présentent sous une forme particulièrement simple, et la discussion des diverses formes que peuvent affecter les conditions aux limites. Cela posé, imaginons que l'on ait résolu le problème dans le cas d'une équation différentielle auxiliaire peu différente de celle qui est proposée, n'en différant pas en tout cas par les termes du 2^{d} ordre; on pourra alors par une transformation simple ramener le problème à la résolution d'une équation de FREDHOLM, où le rôle du noyau est joué par la fonction de GREEN relative à l'équation différentielle auxiliaire.

Toutefois, la considération de cette équation auxiliaire, la nécessité de la choisir et de la résoudre pouvait encore constituer un embarras: M. HILBERT s'en est affranchi dans sa 6^{e} communication. L'équation différentielle est encore transformée en une équation de FREDHOLM, où le rôle du noyau est joué par une fonction que l'auteur appelle Paramétrix. Elle est assujettie à toutes les conditions qui définissent la fonction de GREEN, une seule exceptée, la plus génante il est vrai; elle n'est pas astreinte à satisfaire à une équation différentielle; elle reste donc arbitraire dans une très large mesure. La transformation subie par l'équation différentielle est comparable à celle qu'éprouverait un système d'équations linéaires si l'on remplaçait les variables primitives par des combinaisons linéaires convenablement choisies de ces variables. La méthode n'est nullement restreinte au cas où l'équation différentielle envisagée est adjointe à elle-même.

M. HILBERT a examiné en passant une foule de questions relatives aux équations intégrales et montré la possibilité de leur application dans les domaines les plus variés. Il a par exemple étendu la méthode au cas d'un système de deux équations aux dérivées partielles de 1^{er} ordre du type elliptique, aux équations intégrales polaires, c'est-à-dire où le coefficient a dans l'équation intégrale (1) au lieu d'être constamment égal à 1 est une fonction de x et en particulier est égal tantôt à $+1$, tantôt à -1.

Il l'a appliquée au problème de RIEMANN pour la formation des fonctions d'une variable complexe assujetties à certaines conditions aux

limites, au théorème des oscillations de KLEIN, à la formation des fonctions fuchsiennes, et en particulier au problème suivant: déterminter λ de façon que l'équation

$$\frac{d}{dx}\left[(x-a)(x-b)(x-c)\frac{dy}{dx}\right]+(x+\lambda)y=0$$

soit une équation fuchsienne.

Une des applications des plus inattendues est celle que fait M. HILBERT à la théorie des volumes et des surfaces de MINKOWSKI et par laquelle il rattache à la méthode de FREDHOLM une question importante pour ceux qui s'intéressent à l'analyse philosophique des notions fondamentales de la géométrie.

Principe de Dirichlet.

On sait que RIEMANN avait démontré d'un trait de plume les théorèmes fondamentaux sur le problème de DIRICHLET et la représentation conforme, en s'appuyant sur ce qu'il appelait le principe de DIRICHLET; envisageant une certaine intégrale dépendant d'une fonction arbitraire U, et que nous appellerons l'intégrale de DIRICHLET, il montrait que cette intégrale ne peut s'annuler, et il concluait qu'elle devait avoir un minimum, et que ce minimum ne pouvait être atteint que quand la fonction U était harmonique. Ce raisonnement était fautif, comme on l'a montré depuis, car il n'est pas certain que le minimum puisse être effectivement atteint, et, s'il l'est, qu'il puisse l'être pour une fonction continue.

Les résultats étaient exacts cependant; on a beaucoup travaillé sur cette question, on a montré que le problème de DIRICHLET peut toujours être résolu, et on l'a même effectivement résolu; il en est de même pour un grand nombre d'autres problèmes de physique mathématique qui auraient pu autrefois paraître abordables par la méthode de RIEMANN. Ce n'est ici le lieu de faire le long historique de ces travaux; je me bornerai à mentionner la point final d'aboutissement qui est la méthode de FREDHOLM.

Il semblait que ce succès eût rejeté pour jamais dans l'oubli l'aperçu de RIEMANN et le principe de DIRICHLET lui-même. Beaucoup le regrettaient cependant; ils sentaient qu'on était privé ainsi d'un instrument puissant et ils ne pouvaient croire que la force de persuasion que conservait malgré tout l'argument de RIEMANN, et qui semblait reposer sur je ne sais pas quelle adaptation de la pensée mathématique à la réalité physique, ne fût en réalité qu'une pure illusion due à de mauvais habitudes d'esprit. M. HILBERT voulut rechercher s'il ne serait pas possible, avec les nouvelles ressources de l'analyse mathématique, de transformer l'aperçu de RIEMANN en une démonstration rigoureuse.

Voici comment il y est parvenu; considérons l'ensemble de fonc-

tions U satisfaisant aux conditions proposées; choisissons dans cet ensemble une suite indéfinie S de fonctions telles que les intégrales de DIRICHLET correspondantes tendent en décroissant vers leur limite inférieure. Il n'est pas certain qu'en chaque point du domaine envisagé cette suite S converge; elle pourrait osciller entre certains limites. Mais on peut détacher dans S une suite partielle S_1 qui converge en un point M_1 du domaine; dans S_1, détachons une autre suite partielle S_2 qui convergera toujours en M_1, mais qui de plus convergera encore en M_2. En continuant de la sorte nous obtiendrons une suite qui convergera en autant de points que nous voudrons; et par un artifice simple, nous en déduirons une autre suite qui convergera en tous les points d'un ensemble dénombrable, par exemple en tous les points dont les coordonnées sont rationnelles. Si l'on pouvait alors démontrer que les dérivées de toutes les fonctions de la suite sont inférieures en valeur absolue à une limite donnée, on pourrait conclure immédiatement que la suite converge uniformément dans tout le domaine, et l'application des règles du calcul des variations ne présenterait plus de difficulté spéciale.

Pour établir le point qui reste à démontrer, H. HILBERT a employé deux artifices différents, il n'a pas développé le premier autant qu'il serait désirable, et il s'est surtout attaché au second. Celui-ci consiste à remplacer la fonction u proposée par la fonction v qui s'en déduit par une double quadrature et dont elle est la dérivée seconde par rapport aux deux variables indépendantes. Les dérivées de v étant les intégrales premières de u, on peut leur assigner une limite supérieure, à l'aide de quelques inégalités faciles à démontrer. Seulement il faut se résigner à un détour nouveau et à un artifice d'ailleurs simple pour appliquer à cette nouvelle fonction inconnue v les règles du calcul des variations qui s'appliquaient tout naturellement à la fonction u.

Il est inutile d'insister sur la portée de ces découvertes qui dépasse de beaucoup le problème spécial de DIRICHLET. Nous ne devons pas nous étonner que de nombreux chercheurs se soient engagés sur la voie ouverte par M. HILBERT. Nous devons citer MM. LEVI, ZAREMBA et FUBINI; mais je crois avant tout devoir signaler M. RITZ qui, s'écartant un peu de la route commune, a imaginé une méthode de calcul numérique applicable à tous les problèmes de physique mathématique, mais qui y a utilisé plusieurs des procédés ingénieux crées par son maître M. HILBERT.

M. HILBERT a récemment appliqué sa méthode à la question de la représentation conforme. Je n'analyserai pas ce mémoire dans le détail. Je me bornerai à dire qu'il fournit le moyen de faire cette représentation pour un domaine limité par un nombre infini de courbes ou pour une surface de RIEMANN simplement connexe d'une infinité de feuillets. C'est donc une solution nouvelle du problème de l'uniformisation des fonctions analytiques.

Divers.

Nous avons passé en revue les principaux sujets d'études où M. HILBERT a marqué sa trace, ceux pour lesquels il montrait une sorte de prédilection et où il est revenu à diverses reprises; nous devons signaler encore d'autres problèmes dont il s'est occupé occasionnellement et sans y insister. Je crois devoir me borner à énoncer dans un ordre chronoligique les résultats les plus saillants qu'il a obtenus de la sorte.

Si l'on excepte les formes binaires, les formes quadratiques et les formes ternaires biquadratiques, la forme définie la plus générale de son degré n'est pas décomposable en une somme de carrés d'autres formes en nombre fini.

On peut trouver par des procédés élémentaires les solutions en nombres entiers d'une équation diophantine de genre nul.

Si un polynôme entier dépendant de plusieurs variables et de plusieurs paramètres est irréductible quand ces paramètres restent arbitraires, on peut toujours attribuer à ces paramètres des valeurs entières telles que le polynôme reste irréductible.

Par conséquent il existe toujours des équations d'ordre n à coefficients entiers et admettant un groupe donné.

Le théorème fondamental de DEDEKIND sur les nombres complexes à multiplication commutative peut s'établir aisément en s'appuyant sur l'un des lemmes fondamentaux de la théorie des invariants de M. HILBERT.

L'équation diophantine obtenue en égalant à ± 1 le discriminant d'une équation algébrique de dégré n, possède toujours de solutions rationnelles, mais, sauf pour le 2^d et le 3^e degré, ne possède pas de solutions entières.

Parmi les surfaces réelles du 4 ordre, certaines formes, logiquement concevables, ne sont pas possibles; par exemple, il ne peut pas y en avoir qui soient composées de 12 surfaces fermées simplement connexes ou d'une surface unique avec onze trous.

Conclusions.

Après cet exposé, un long commentaire serait inutile. On voit quelle a été la variété des recherches de M. HILBERT, l'importance des problèmes auxquelles il s'est attaqué. Nous signalerons l'élégance et la simplicité des méthodes, la clarté de l'exposition, le souci de l'absolue rigueur. En cherchant à être parfaitement rigoureux, on risque parfois d'être long, et ce n'est pas là acheter trop cher une correction sans laquelle les mathématiques ne seraient rien. Mais M. HILBERT a su éviter ce que ces longueurs auraient pu avoir d'un peu pénible pour ses lecteurs, en ne leur laissant jamais perdre de vue le fil conducteur qui lui a servi à s'orienter. On voit toujours aisément par quel enchaine-

ment d'idées il a été amené à se poser un problème et à en trouver la solution. On sent que, plus analyste que géomètre au sens ordinaire du mot, il a néeanmoins aperçu l'ensemble de son travail d'un coup d'œil, avant d'en distinguer les détails, et il sait faire profiter le lecteur de cette vue d'ensemble.

M. HILBERT a exercé une influence considérable sur les progrès récents des sciences mathématiques, non seulement par ses travaux personnels, mais par son enseignement, par les conseils qu'il donnait à ses élèves et qui leur permettaient de contribuer à leur tour à ce développement de nos connaissances en se servant des méthodes créées par leur Maître.

Il n'est pas besoin, ce semble, d'en dire davantage pour justifier le choix de la Commission qui a été unanime à attribuer à M. HILBERT le prix BOLYAI pour la période 1905—1909.

MTA AKADÉMIA KÖNYVTÁRA

Magyar Tudományos Akadémia
Könyvtára JJ146 /1951 sz.

30151

MATHEMATISCHE
UND
NATURWISSENSCHAFTLICHE
BERICHTE AUS UNGARN

MIT UNTERSTÜTZUNG
DER UNGARISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN UND DER
KÖNIGLICH UNGARISCHEN NATURWISSENSCHAFTLICHEN GESELLSCHAFT

HERAUSGEGEBEN VON

ROLAND BARON EÖTVÖS

REDIGIERT VON

JOSEF KÜRSCHÁK UND FRANZ SCHAFARZIK

MITGLIEDER DER UNGARISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

DREISSIGSTER BAND · 1912

MIT 23 TAFELN UND 1 KARTE

LEIPZIG
DRUCK UND VERLAG VON B. G. TEUBNER
1915

[IN WIEN BEI KARL GRAESER & KIE.]

Abhandlungen über den mathematischen Unterricht in Deutschland veranlaßt durch die Internationale Mathematische Unterrichtskommission, hrsg. von F. Klein. 5 Bände, in 38 einzeln käuflichen Heften. gr. 8. 1909—1915. geb. bzw. steif geh. Sonderprospekt erschienen.

Erschienen sind u. a.:

M. Gebhardt, die Geschichte der Mathematik im math. Unterrichte der höh. Schulen Deutschlands. [VII u. 157 S.] 1912. n. ℳ 4.80.
A. Wernicke, Mathematik u. philosophische Propädeutik. [VII u. 138 S.] 1912. n. ℳ 4.—
D. Katz, Psychologie und mathematischer Unterricht. [IV u. 120 S.] 1913. n. ℳ 3.20.
P. Stäckel, die math. Ausbildung der Architekten, Chemiker und Ingenieure an den deutschen Technischen Hochschulen. [XIII u. 198 S.] 1915. n. ℳ 6.80.
W. Lorey, das Studium der Mathematik an den deutschen Universitäten seit Anfang des 19. Jahrhunderts. [Erscheint Januar 1916.]

Berichte und Mitteilungen, veranlaßt durch die Internationale mathematische Unterrichtskommission. Erste Folge.

Heft 10: H. Weinreich, die Fortschritte der mathematischen Unterrichtsreform in Deutschland seit 1910, und W. Lietzmann, der Pariser Kongreß der Internationalen Mathematischen Unterrichtskommission vom 1. bis 4. April 1914. [IV u. 91 S.] 1915. geh. n. ℳ 3.—
— 11: W. Lietzmann, Die Ausbildung der Mathematiklehrer an den höheren Schulen Deutschlands. Beantwortung eines Fragebogens des Hauptausschusses der Internationalen Unterrichtskommission. [18 S.] 1915. geh. n. ℳ —.60.

——— ——— Zweite Folge.

Heft 1: A. Rohrberg, der mathematische Unterricht in Dänemark. [VIII u. 69 S.] gr. 8. 1915. geh. n. ℳ 2.40.
— 2: G. Wolff, der mathematische Unterricht der höheren Knabenschulen Englands. Mit 60 Figuren im Text. [VI u. 207 S.] 1915. geh. n. ℳ 5.— [A. u. d. T.: Beihefte zur Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht. 2, 3, 4.]

Schriften des Deutschen Ausschusses für den mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht. A. u. d. T.: A. Gutzmer, die Tätigkeit des Deutschen Ausschusses in den Jahren 1908—1913. Heft 1—18. [VIII u. 482 S.] gr. 8. 1914. geh. n. ℳ 11.—, geb. n. ℳ 12.—

Abraham, M., Theorie der Elektrizität. In 2 Bänden. gr. 8. geb.

II. Band. Elektromagnetische Theorie der Strahlung. Von M. Abraham. 3. Auflage. Mit 11 Figuren. [X u. 402 S.] 1914. n. ℳ 11.—

Bibliothek, mathematische. Gemeinverständliche Darstellungen aus der Elementar-Mathematik für Schule und Leben. Hrsg. unter Mitwirkung von Fachgenossen von W. Lietzmann und A. Witting. kl. 8. kart. je ℳ —.80.

14. R. Rothe, darstellende Geometrie des Geländes. 1914.
15. A. Witting u. M. Gebhardt, Beispiele zur Geschichte der Mathematik. Ein mathematisch-historisches Lesebuch. 1913.
16. K. Giebel, Anfertigung mathematischer Modelle. Für Schüler mittlerer Klassen. 1915.
17. W. Brunner, dreht sich die Erde? 1915.
18. W. Ahrens, Mathematiker-Anekdoten. Mit 9 Bildnissen. 1915.
19. A. Leman, vom periodischen Dezimalbruch zur Zahlentheorie. 1915.
20. 21. G. Wolff, Mathematik und Malerei. 1915.
22. A. Witting, Soldaten-Mathematik. 1915.

Born, M., Dynamik der Kristallgitter. Mit einer Tafel und 2 Figuren im Text. [VII u. 122 S.] gr. 8. 1915. geh. n. ℳ 7.—, geb. n. ℳ 7.60.

Branford, B., Betrachtungen über mathematische Erziehung vom Kindergarten bis zur Universität. Deutsch von † R. Schimmack u. H. Weinreich. Mit 114 Figuren, 1 Titelfigur und 1 Tafel. [VIII u. 403 S.] gr. 8. 1913. geh. n. ℳ 6.—, geb. n. ℳ 7.—

v. Brill, A., das Relativitätsprinzip. Eine Einführung in die Theorie. 2. Aufl. [IV u. 33 S.] gr. 8. 1914. geh. n. ℳ 1.20.

Carathéodory, C., Vorlesungen über reelle Funktionen. gr. 8. [Ostern 1916.]

Crantz, P., analytische Geometrie der Ebene zum Selbstunterricht. Mit 55 Fig. im Text. [V u. 93 S.] 8. 1915. (Aus Natur und Geisteswelt. Bd. 504.) geh. n. ℳ 1.—, geb. n. ℳ 1.25.

Einstein, A., und M. Großmann, Entwurf einer verallgemeinerten Relativitätstheorie und einer Theorie der Gravitation. I. Physikalischer Teil. II. Mathematischer Teil. [38 S.] gr. 8. 1913. geh. n. ℳ 1.20.

Enriques, F., Vorlesungen über projektive Geometrie. Autorisierte deutsche Ausgabe von H. Fleischer. 2. Aufl. Mit einem Einführungswort von F. Klein und 186 Figuren. [XIV u. 368 S.] gr. 8. 1915. geh. n. ℳ 9.—, geb. n. ℳ 10.—

Euleri, L., opera omnia. Ser. I. Vol. XIII: Commentationes analyticae ad theoriam integralium pertinentes ed. A. Gutzmer. Vol. I. [VIII u. 457 S.] 4. 1914. kart. n. ℳ 28.—. Bisher erschienen 12 Bände.

Forchheimer, Ph., Hydraulik. [Xu. 566 S.] gr. 8. 1914. geh. n. ℳ 18.—, geb. n. ℳ 19.—

Fricke, R., die elliptischen Funktionen und ihre Anwendungen. 3 Bände. I. Teil: Die funktionentheoretischen und analytischen Grundlagen. Mit 83 in den Text gedruckten Figuren. gr. 8. [Erscheint Anfang 1916.]

Galitzin, B., Vorlesungen über Seismometrie. Deutsche Bearbeitung unter Mitwirkung von Clara Reinfeldt von O. Hecker. Mit 162 Figuren. [VIII u. 538 S.] Lex.-8. 1914. geh. n. ℳ 22.—, geb. n. ℳ 24.—

Grundlehren der Mathematik für Studierende und Lehrer. Herausgegeben von †C. Färber, W. Frz. Meyer, E. Netto und H. Thieme. In 2 Teilen. gr. 8. geb.
I. Teil. 2. Band: Algebra, von E. Netto. Mit 8 Figuren. [XII u. 232 S.] gr. 8. 1915. n. ℳ 7.20.

Gutzmer, A., zum Jubiläum der Logarithmen. Rektoratsrede. [16 S.] 4. 1914. geh. n. ℳ —.80.

Handbuch der angewandten Mathematik. Hrsg. von H. E. Timerding. In 6 Teilen. Mit Textfiguren. 8.
I. Praktische Analysis, von H. v. Sanden. [XIX u. 185 S.] 1914. geh. n. ℳ 3.60, geb. n. ℳ 4.20.
II. Darstellende Geometrie, von J. Hjelmslev. [IX u. 320 S.] 1914. geh. n. ℳ 5.40, geb. n. ℳ 6.—
III. Grundzüge der Geodäsie, von M. Näbauer. [XVI u. 420 S.] 1915. geh. n. ℳ 9.—, geb. n. ℳ 9.60.

Hjelmslev, J., geometrische Experimente. Deutsch von A. Rohrberg. Mit 56 Figuren. [IV u. 69 S.] gr. 8. 1915. [A. u. d. T.: Beihefte zur Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht. Heft 5.] geh. n. ℳ 2.40.

Hölder, O., die Arithmetik in strenger Begründung. Programmabhandlung der Philosophischen Fakultät zu Leipzig. [IV u. 74 S.] 4. 1914. geh. n. ℳ 2.60.

Kerschensteiner, G., Wesen und Wert des naturwissenschaftlichen Unterrichts. [XII u. 141 S.] gr. 8. 1914. geh. n. ℳ 3.—, geb. n. ℳ 3.60.

Klein, F., und **A. Sommerfeld,** über die Theorie des Kreisels. 4 Hefte. gr. 8.
I. Heft. Die kinematischen und kinetischen Grundlagen der Theorie 2., durchgesehener Abdruck. [VIII u. 196 S.] 1914. geh. n. ℳ 5.60, geb. n. ℳ 6.60.

Knoblauch, J., Grundlagen der Differentialgeometrie. [X u. 634 S.] gr. 8. 1913. geh. n. ℳ 18.—, geb. n. ℳ 20.—

Kultur der Gegenwart, die, ihre Entwicklung und ihre Ziele. Herausg. von P. Hinneberg. In 4 Teilen. III. Teil. Die mathematischen, naturwissenschaftlichen und medizinischen Kulturgebiete. Lex.-8. In Originalband. Abt. I. Die mathematischen Wissenschaften. Unter Leitung von F. Klein. In 5 Lieferungen steif geh.
1. H. G. Zeuthen, die Mathematik im Altertum und im Mittelalter. 1912. n. ℳ 3.—
2. A. Voß, die Beziehungen der Mathematik zur Kultur der Gegenwart. H. E. Timerding, die Verbreitung mathematischen Wissens und mathematischer Auffassung 1914. n. ℳ 6.—
3. A. Voß, über die mathematische Erkenntnis. 1912. n. ℳ 5.—
———— Abt. III, Bd. 1. Physik. Redigiert von E. Warburg. Mit 106 Abb. [X u. 762 S.] 1915. geh. n. ℳ 22.—, in Lwd. geb. n. ℳ 24.—, in Hlbfz. geb. n. ℳ 26.—
———— Abt. VII, Bd. 1. Naturphilosophie. Red. v. C. Stumpf. Bearb. v. E. Becher. [Xu. 427 S.] 1914. geh. ℳ 14.—, in Lwd. geb. ℳ 16.—, in Hlbfz. geb. ℳ 18.—

Lie, S., gesammelte Abhandlungen. Mit Unterstützung der Gesellschaften der Wissenschaften zu Kristiania und Leipzig, hrsg. von Fr. Engel. 7 Bände. gr. 8. geh. Band III: Differentialgleichungen. [Erscheint Januar 1916.]

Liebmann, H., und **F. Engel,** die Berührungstransformationen. Geschichte und Invariantentheorie. 2 Referate der Deutschen Mathematiker-Vereinigung. [V u. 79 S.] gr. 8. 1914. geh. n. ℳ 3.—

v. Lilienthal, R., Vorlesungen über Differentialgeometrie. In 2 Bänden. II. Band. Flächentheorie. I. Teil. [VIII u. 270 S.] gr. 8. 1913. geh. n. ℳ 12.—, geb. n. ℳ 13.—

Lorentz, H. A., das Relativitätsprinzip. Drei Vorlesungen, geh. in Teylers Stiftung zu Haarlem. Deutsch von W. H. Keesom. [52 S.] gr. 8. 1914. [A. u. d. T.: Beihefte zur Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht. Heft 1.] geh. n. ℳ 1.40.

———— les théories statistiques en thermodynamique. Conférences faites au „Collège de France" en novembre 1912, rédigées par L. Dunoyer. [IV u. 112 S.] gr. 8. 1915. geh. n. ℳ 5.80.

———— **A. Einstein u. H. Minkowski,** das Relativitätsprinzip. Eine Sammlung von Abhandlungen. Mit Anmerkungen von A. Sommerfeld und Vorwort von O. Blumenthal. 2. durchgesehener Abdruck. [IV u. 89 S.] gr. 8. 1915. geh. n. ℳ 3.—, geb. n. ℳ 3.60.

Mehmke, R., Vorlesungen über Punkt- und Vektorenrechnung. 2 Bände. I: Punktrechnung. I. Teilband. Mit 152 Fig. [VIII u. 394 S.] gr. 8. 1913. geh. n. ℳ 14.—

Müller, E., Lehrbuch der darstellenden Geometrie für Technische Hochschulen. 2 Bände. Mit vielen Figuren und Tafeln. gr. 8. geb. II. Band. 2. Heft. [Erscheint November 1915.]

Neuer Verlag von B. G. Teubner in Leipzig und Berlin

Netto, E., elementare Algebra. 2. Aufl. Mit 19 Figuren. [X u. 200 S.] gr. 8. 1914. geh. n. ℳ 4.40, geb. n. ℳ 5.—

Perron, O., die Lehre von den Kettenbrüchen. [XII u. 520 S.] gr. 8. 1913. geh. n. ℳ 20.—, geb. n. ℳ 22.—

Poske, F., Didaktik des physikalischen Unterrichts. Mit 33 Figuren. [X u. 428 S.] gr. 8. 1915. [A. u. d. T.: Didaktische Handbücher für den realistischen Unterricht an höheren Schulen. Bd. 4.] geb. n. ℳ 12.—

Pringsheim, A., Vorlesungen über Zahlen- und Funktionentheorie. Band I. Teil I. [ca. 400 S.] gr. 8. [Erscheint Ostern 1916.]

Salmon, G., u. **W. Fiedler**, analytische Geometrie der Kegelschnitte. Neu hrsg. v. F. Dingeldey. 2 Teile. I. Teil. 8. Aufl. [XXX u. 452 S.] gr. 8. 1915. geh. n. ℳ 12.—

Sammlung mathematisch-physikalischer Lehrbücher. Hrsg. v. E. Jahnke. 8.

17. **R. v. Mises**, Elemente der technischen Hydromechanik. In 2 Teilen. I. Teil. Mit 72 Figuren. [VII u. 212 S.] 1914. geh. n. ℳ 5.40, geb. n. ℳ 6.— [II. Teil in Vorbereitung.]
18. **C. Runge**, graphische Methoden. Mit 94 Figuren. [IV u. 142 S.] 1915. geh. n. ℳ 4.40, geb. n. ℳ 5.—

Schell, W., allgemeine Theorie der Kurven doppelter Krümmung. Mit 66 Fig. 3. Aufl. neu bearbeitet von E. Salkowski. [XI u. 196 S.] gr. 8. 1914. geh. n. ℳ 8.—

Schouten, J. A., Grundlagen der Vektor- und Affinoranalysis. Mit einem Einführungswort von F. Klein u. 28 Figuren. [VIII u. 266 S.] gr. 8. 1914. geh. n. ℳ 11.—

Serret, J.-A., und **G. Scheffers**, Lehrbuch der Differential- und Integralrechnung. Nach A. Harnacks Übersetzung bearbeitet von G. Scheffers. 3 Bände. Mit zahlreichen Figuren. gr. 8.

III. Band. Differentialgleichungen und Variationsrechnung. 4. u. 5. Aufl. Mit 64 Figuren. [XIV u. 735 S.] 1914. geb. n. ℳ 14.—

Stäckel, P., Wolfgang und Johann Bolyai, geometrische Untersuchungen. Mit Unterstützung der Ungarischen Akademie der Wissenschaften. gr. 8. Mit vielen Abbildungen. I. Teil. Leben und Schriften der beiden Bolyai. Mit der Nachbildung einer Aufzeichnung Johann Bolyais. [XII u. 281 S.] 1913. II. Teil. Stücke aus den Schriften der beiden Bolyai. [IV u. 274 S.] 1913. Zusammen: geh. n. ℳ 28.—, geb. n. ℳ 32.—. [Einzeln nicht käuflich.]

Staude, O., analytische Geometrie der kubischen Kegelschnitte. Mit 58 Figuren. [VIII u. 242 S.] gr. 8. 1913. geh. n. ℳ 9.—, geb. n. ℳ 10.—

Study, E., Vorlesungen über ausgewählte Gegenstände der Geometrie. II. Heft. Unter Mitwirkung von W. Blaschke. Konforme Abbildung einfach-zusammenhängender Bereiche. Mit 43 Figuren. [VII u. 142 S.] gr. 8. 1913. geh. n. ℳ 5.60.

Teubners Leitfäden für den mathematischen und technischen Hochschulunterricht. 8. In Leinwand gebunden.

1. **M. Großmann**, darstellende Geometrie. Mit 109 Figuren. [VI u. 138 S.] 1915. n. ℳ 2.80.
2. **R. Fricke**, analytische Geometrie. Mit 96 Figuren. [VI u. 135 S.] 1915. n. ℳ 2.80.
3. **L. Bieberbach**, Differential- und Integralrechnung. 1916. [U. d. Pr.]

Volterra, V., drei Vorlesungen über neuere Fortschritte der mathematischen Physik. Mit Zusätzen und Ergänzungen des Verfassers. Deutsch von E. Lamla. Mit 19 Figuren und 2 Tafeln. [IV u. 84 S.] gr. 8. 1914. geh. n. ℳ 3.—

Vorträge über die kinetische Theorie der Materie und der Elektrizität von M. Planck, P. Debye, W. Nernst, M. v. Smoluchowski, A. Sommerfeld, H. A. Lorentz, mit Beiträgen von H. Kamerlingh-Onnes und W. H. Keesom, einem Vorwort von D. Hilbert und 7 in den Text gedruckten Figuren. [IV u. 196 S.] gr. 8. 1914. geh. n. ℳ 7.—, geb. n. ℳ 8.—

Weber, H., und **J. Wellstein**, Encyklopädie der Elementar-Mathematik Ein Handbuch für Lehrer und Studierende. In 3 Bänden. gr. 8. In Leinw. geb. Zweiter Band. Elemente der Geometrie. Von H. Weber, J. Wellstein und W. Jacobsthal. 3. Auflage. [XII u. 596 S.] 1915. n. ℳ 12.—

Weyl, H., die Idee der Riemannschen Fläche. Mit 27 Figuren. [X u. 170 S.] gr. 8. 1913. geh. n. ℳ 7.—, geb. n. ℳ 8.—

Zeuthen, H. G., Lehrbuch der abzählenden Methoden der Geometrie. Mit 38 Figuren. [XII u. 394 S.] gr. 8. 1914. geh. n. ℳ 16.—, geb. n. ℳ 17.—

B. G. Teubner in Leipzig, Poststr. 3. Neuester Katalog: Auswahl neuerer Werke auf dem Gebiete der Mathematik, Naturwissenschaften und Technik aus dem Verlage von B. G. Teubner in Leipzig, bis Sommer 1915. Bitte zu verlangen.